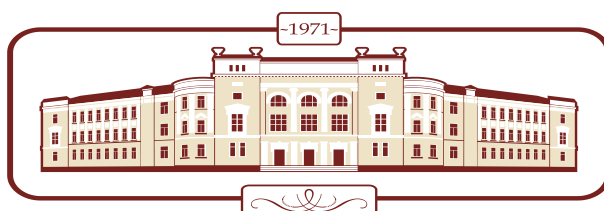


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра строительной механики

Нарута Т.А



МЕХАНИКА ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА Ч. 1 СТАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

для направления подготовки 270800 – «СТРОИТЕЛЬСТВО»
Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*
Форма обучения: *заочная*

Тюмень, 2013

УДК 531.2
Н -30

Нарута Т.А. Механика. Теоретическая механика. Ч. 1. Статика: Методические указания по организации самостоятельной работы для направления подготовки 270800 – «СТРОИТЕЛЬСТВО». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Форма обучения: заочная./ Т.А.Нарута. – Тюмень: РИО ФГБОУ ВПО ТюмГАСУ, 2013. – 26 с.

Сборник разработан на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 270800 Строительство (квалификация (степень) «бакалавр»), утвержденного приказом Минобрнауки России от 18 января 2010 г. № 54 и рабочих программ ФГБОУ ВПО ТюмГАСУ дисциплины «Теоретическая механика» для студентов направления подготовки 270800 Строительство (квалификация (степень) «бакалавр») заочной формы обучения и заочной формы обучения в сокращенные сроки. Сборник предлагает задания (задачи) для выполнения контрольных работ по дисциплине Механика. Теоретическая механика. Ч.1.Статика. Задачи сопровождаются методическими указаниями по их выполнению и примерами решения задач.

Рецензенты:

доцент, к.т.н. Карпенко Ю.И.
доцент, к.ф.-м.н. Лободенко Е.И.

Тираж: 180 экз.
Заказ № 89

© ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный архитектурно – строительный университет
© Нарута Т.А.

Редакционно-издательский центр ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный архитектурно – строительный университет»

ОГЛАВЛЕНИЕ

1	Общие методические указания по выполнению контрольной работы по разделу «Статика».....	4
2	Основные темы дисциплины «Теоретическая механика» (ч.1 Статика).....	5
2	Задача С-1. Исследование равновесия плоской сходящейся системы сил...	7
3	Пример выполнения задачи С-1.....	9
4	Задача С-2. Исследование равновесия произвольной плоской системы сил (на примере балки).....	10
5	Пример выполнения задачи С2.....	13
6	Задача С-3. Исследование равновесия произвольной плоской системы сил (на примере рамы).....	15
7	Пример выполнения задачи С3.....	18
8	Задача С-4. Исследование равновесия произвольной плоской системы сил (на примере составной рамы).....	20
9	Пример выполнения задачи С4.....	22
10	Вопросы к зачету.....	25
	Библиографический список	26

1. Общие методические указания по выполнению контрольной работы по разделу «Статика»

Студенты выполняют контрольные работы из задач, состав которых определяется кафедрой в зависимости от профиля подготовки.

К каждой задаче предлагаются 10 рисунков и таблица, содержащая дополнительные условия к тексту задачи. Нумерация рисунков двойная, при этом первая цифра соответствует номеру задачи, а вторая - номеру рисунка. В первом столбце таблицы задаются номера условий от 0 до 9.

Во всех задачах номер рисунка определяется по предпоследней цифре шифра (номера студенческого билета), а номер условия в таблице – по последней цифре шифра. Например, если шифр заканчивается числом 60, то рисунок следует взять под номером 6 и условие из таблицы под номером 0.

Контрольная работа выполняется в отдельной тетради в клетку. На обложке указывается название дисциплины, номер работы, фамилия и инициалы студента, учебный шифр, направление обучения, профиль (специальность). *Решение каждой задачи обязательно следует начинать на развороте тетради с левой стороны. Сверху записывается номер задачи, ниже указывается, что дано в задаче, а что требуется найти, и делается чертеж. Чертеж выполняется с учетом условий решаемого варианта задачи, действующие силы, их точки приложения, углы, размеры должны соответствовать этим условиям (текст задачи переписывать не нужно).*

Чертеж должен быть аккуратным и наглядным. На чертеже следует изобразить оси координат и все векторы, которые встречаются в ходе выполнения задачи. Решение задач следует сопровождать краткими пояснениями, а расчеты должны быть приведены полностью. Необходимо указывать размерность получаемых величин. В конце решения задачи приводится ответ. Обязательны поля на каждой странице для замечаний рецензента.

Работы, не отвечающие всем перечисленным требованиям, проверяться не будут, а будут возвращены для переделки.

К работе, высылаемой на повторную проверку (если она выполнена в другой тетради) должна обязательно прилагаться незачтенная работа.

2. Основные темы дисциплины «Теоретическая механика» (ч.1 Статика)

Введение. Механическое движение как одна из форм движения материи. Предмет механики. Теоретическая механика и ее место среди естественных и технических наук. Механика как теоретическая база ряда областей современной техники. Объективный характер законов механики. Основные исторические этапы развития механики.

Основные понятия и аксиомы статики. Предмет статики. Основные понятия статики: абсолютно твердое тело, сила, эквивалентные системы сил, равнодействующая, уравновешенная система сил, силы внешние и внутренние. Аксиомы статики. Связи и реакции связей. Основные виды связей: гладкая плоскость, поверхность и опора, гибкая нить, цилиндрический шарнир (подшипник), сферический шарнир (подпятник), невесомый стержень, жесткое защемление; реакции этих связей.

Система сходящихся сил: Геометрический и аналитический способы сложения сил. Сходящиеся силы. Равнодействующая сходящихся сил. Геометрическое условие равновесия пространственной и плоской систем сходящихся сил. Теорема о равновесии трех непараллельных сил.

Теорема пар сил. Момент силы относительно точки (центра) как вектор. Пара сил. Момент пары сил как вектор. Теорема о сумме моментов сил, образующих пару, относительно любого центра, теорема об эквивалентности пар. Сложение пар, произвольно расположенных в пространстве. Условия равновесия системы пар.

Приведение произвольной системе сил к данному центру. Теорема о параллельном переносе силы. Основная теорема статики о приведении системы сил к данному центру. Теорема Пуансо. Главный вектор и главный момент системы сил.

Система сил, произвольно расположенных на плоскости (плоская система сил). Алгебраическая величина момента силы. Вычисление главного вектора и главного момента плоской системы сил. Частные случаи приведения плоской системы сил: приведение к паре сил, к равнодействующей и случай равновесия. Аналитические условия равновесия плоской системы сил. Три вида условий равновесия: а) равенство нулю сумм проекций сил на две координатные оси и суммы их моментов относительно любого центра; б) равенство нулю сумм моментов сил относительно двух центров и суммы их проекций на одну ось; в) равенство нулю сумм моментов сил относительно трех центров. Условия равновесия плоской системы параллельных сил. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей. Сосредоточенные и распределенные силы. Силы,

равномерно распределенные по отрезку прямой, и их равнодействующая. Реакция жесткой заделки. Равновесие системы тел. Статически определимые и статически неопределимые системы. Равновесие при наличии сил трения. Коэффициент трения. Предельная сила трения. Угол и конус трения. Фермы. Методы расчета плоских статически определимых ферм.

Система сил, произвольно расположенных в пространстве (пространственная система сил). Момент силы относительно оси и его вычисление. Зависимость между моментами силы относительно центра и относительно оси, проходящей через этот центр. Аналитические формулы для вычисления моментов силы относительно трех координатных осей. Вычисление главного вектора и главного момента пространственной системы сил. Частные случаи приведения пространственной системы сил: приведение к паре сил, к равнодействующей, к динамическому винту и случай равновесия. Аналитические условия равновесия произвольной пространственной системы сил. Условия равновесия пространственной системы параллельных сил. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей относительно оси.

Центр параллельных сил и центр тяжести. Центр параллельных сил. Формулы для определения координат центра параллельных сил. Центр тяжести твердого тела; формулы для определения его координат. Координаты центров тяжести однородных тел (центры тяжести объема, площади и линии). Способы определения положения центров тяжести тел. Центры тяжести дуги окружности, треугольника и кругового сектора.

3. Задача С-1. Исследование равновесия плоской сходящейся системы сил

Конструкция состоит из двух невесомых стержней АВ и АС, скрепленных между собой и с опорами при помощи шарниров (рисунки в таблице 2). В узле А закреплен блок, через который перекинут невесомый трос, один конец которого прикреплен в точке Е, а к другому концу подвешен груз Р (на схемах 0, 1, 2, 4, 9 трос перекинут также и через блок D).

Определить усилия в стержнях АВ и АС, пренебрегая размерами блока. Задачу решить аналитически. Данные к задаче С – 1 в таблице 1.

Указания. Построить чертеж в соответствии с заданными углами своего варианта. Задача С-1 на равновесие плоской сходящейся системы сил. Для ее решения следует рассмотреть равновесие блока А и приложить к нему активные силы (силы натяжения тросов) и реакции стержней, предположив, что все стержни работают на растяжение. Составить уравнения равновесия и найти искомые величины.

Таблица 1. Данные к задаче С - 1

Последняя цифра шифра	α°	β°	γ°	P(H)
0	30	45	0	300
1	0	30	30	450
2	60	45	30	700
3	60	0	45	600
4	45	30	0	500
5	0	60	45	200
6	60	45	0	650
7	45	0	30	900
8	45	30	30	800
9	30	0	30	550

Таблица 2 - Рисунки к задаче С - 1

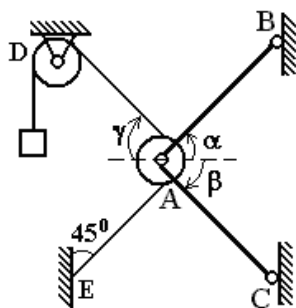


Рисунок С-1.0

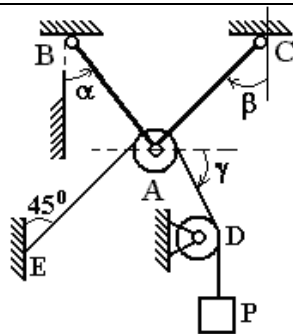


Рисунок С-1.1

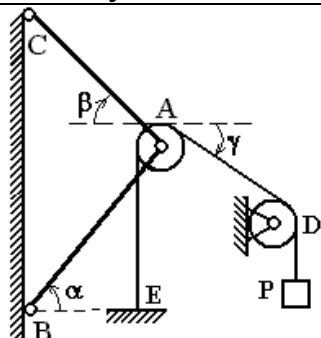


Рисунок С-1.2

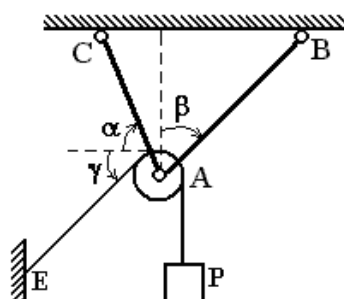


Рисунок С-1.3

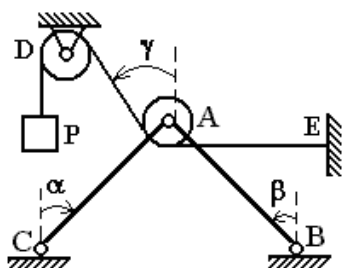


Рисунок С-1.4

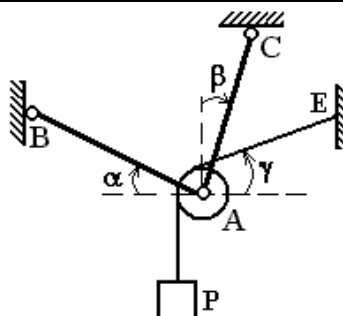


Рисунок С-1.5

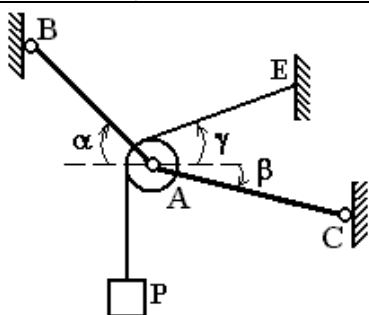


Рисунок С-1.6

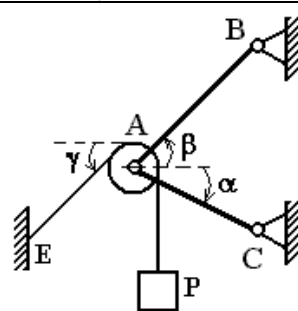


Рисунок С-1.7

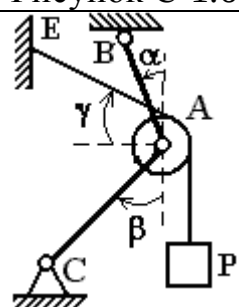


Рисунок С-1.8

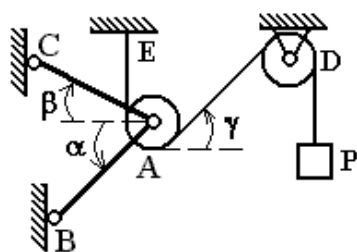


Рисунок С-1.9

4. Пример выполнения задачи С-1

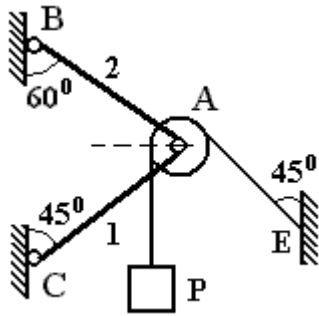


Рисунок 1. Равновесие блока

Груз P удерживается в равновесии при помощи троса, перекинутого через неподвижный блок A и прикрепленного к стене в точке E . Блок A удерживается двумя невесомыми стержнями AB и AC , шарнирно закрепленными на концах.

Определить усилия в стержнях AB и AC . Трением на блоке, его размерами и весом можно пренебречь. Вес груза $P = 20 \text{ кН}$.

Решение. Рассмотрим равновесие блока A (рисунок 1). Со стороны троса на него действуют силы натяжения $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$, равные весу груза: $T_1 = T_2 = P$, т.к. при отсутствии трения силы натяжения во всех точках троса должны быть равны.

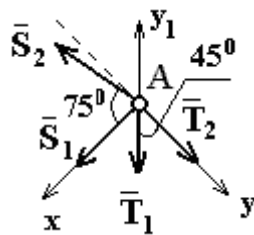


Рисунок 2 – Расчетная схема (пример к задаче С-1)

Стержни AB и AC невесомы, нагружены только в узлах и имеют шарнирные крепления на концах, следовательно, они работают либо на растяжение, либо на сжатие. Предположим, что стержни растянуты, тогда их реакции $\bar{S}_1$ и $\bar{S}_2$ направлены от узла A вдоль стержней получим уравновешенную плоскую сходящуюся систему сил.

Выберем прямоугольную систему координат $Axу$ (рисунок 2), совместив начало координат с точкой A , направим ось x вдоль стержня AC . Для равновесия плоской сходящейся системы сил необходимо и достаточно, чтобы выполнялись уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0$$

$$\sum F_{ky} = 0.$$

Получим:

$$\sum F_{kx} = S_1 + S_2 \cos 75^\circ + T_1 \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = T_2 + T_1 \cos 45^\circ - S_2 \cos 15^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\text{Из (2)} \Rightarrow S_2 \cos 15^\circ = T_1 \cos 45^\circ + T_2, \quad T_1 = T_2 = P$$

тогда

$$S_2 = \frac{P \cos 45^\circ + 1}{\cos 15^\circ} = 20 \frac{1,707}{0,966} = 35,34 \text{ кН}$$

$$\text{Из (1)} \Rightarrow S_1 = -S_2 \cos 75^\circ - T_1 \cos 45^\circ = -35,34 \cos 75^\circ - 20 \cos 45^\circ = -23,29 \text{ кН}.$$

Знак «-» в ответе указывает, что стержень 1 (АС) сжат. Стержень 2 (АВ) растянут.

Проверим правильность решения, спроектировав все силы на ось Ay_1 .

$$\begin{aligned} \sum F_{ky_1} &= S_2 \cos 60^\circ - S_1 \cos 45^\circ - T_1 - T_2 \cos 45^\circ = \\ &= 35,3 \cdot 0,5 + 23,29 \cdot 0,707 - 20 - 20 \cdot 0,707 \approx 0 \end{aligned}$$

Проверка совпала с точностью до сотых долей, задача решена верно.

Ответ:

$$S_1 = -23,29 \text{ кН}$$

$$S_2 = 35,34 \text{ кН}.$$

5. Задача С-2. Исследование равновесия

произвольной плоской системы сил (на примере балки)

Горизонтальная балка (рисунки к задаче – таблица 4) нагружена распределенной нагрузкой интенсивности q , парой сил с моментом M и сосредоточенной силой P , направленной под углом β к горизонту. Балка удерживается в равновесии благодаря связям, сведения о которых приведены в таблице 3, размеры a, b, c, d также указаны в таблице 3.

Определить реакции связей, вызываемые действующими нагрузками. Во всех вариантах принять $P = 10 \text{ кН}$; $q = 4 \text{ кН/м}$; $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Указания. Задача С-2 - на равновесие балки под действием плоской системы сил. Для решения задачи следует составить уравнения равновесия для плоской системы сил в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum m_0(\bar{F}_k) = 0, \text{ либо в виде:} \\ \sum m_A(\bar{F}_k) = 0 \\ \sum m_B(\bar{F}_k) = 0 \\ \sum F_{kx} = 0, \text{ где ось } x \text{ не перпендикулярна отрезку } AB. \end{array} \right.$$

Следует учесть, что уравнения моментов будут более простыми, если моментные точки выбрать на пересечении линий действия двух неизвестных реакций связей.

Таблица 3. Данные к задаче С-2

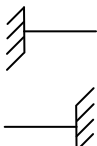
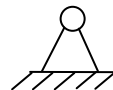
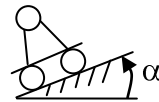
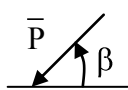
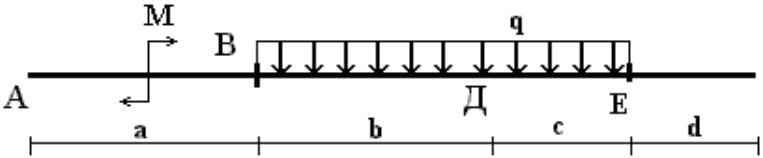
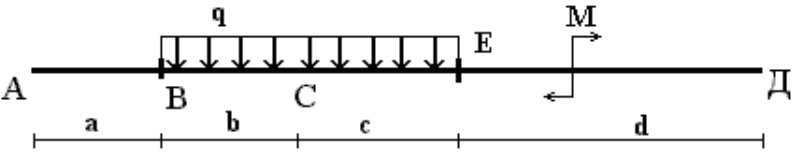
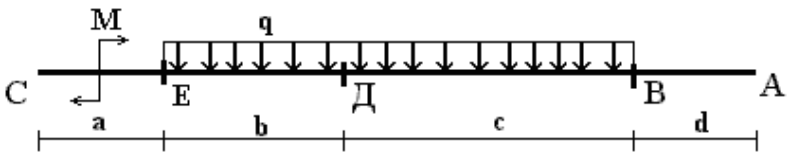
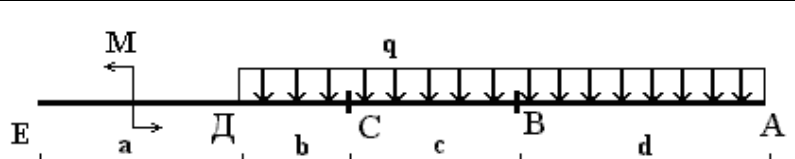
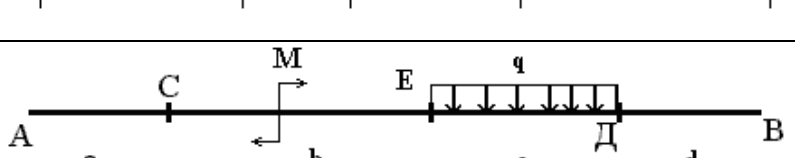
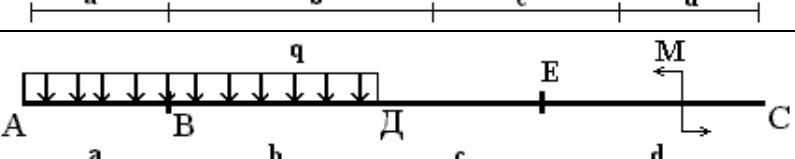
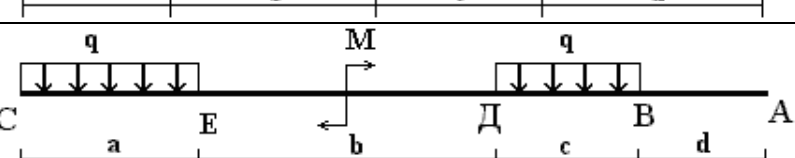
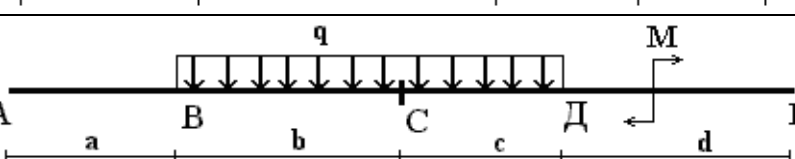
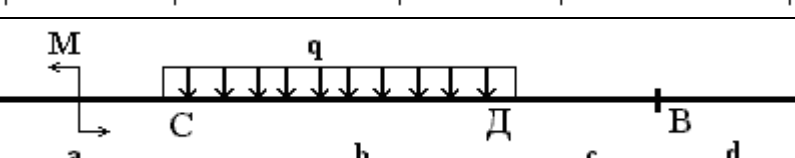
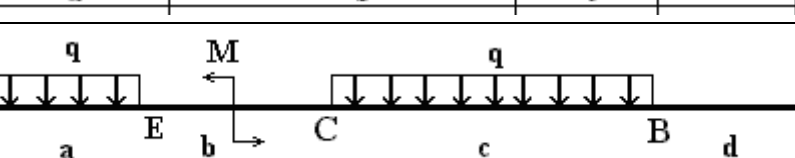
№ условия	Виды наложенных связей				Сила Р		Размеры			
	Жесткая заделка  или 	Неподвижный шарнир 	Шарнирная опора на катках 				a, b, c, d (м)			
	Точка наложения	Точка наложения	Точка налож.	α град.	Точка прилож.	β град.	a	b	c	d
0	А	-	-	-	С	30°	1,0	2,2	2,4	1,2
1	-	А	Е	-30°	В	45°	1,2	2,0	2,2	0,8
2	-	Е	А	0°	С	60°	1,4	1,8	2,0	1,4
3	-	Д	А	30°	Е	-30°	1,6	2,2	2,4	1,0
4	А	-	-	-	Д	-60°	0,8	2,8	2,0	1,2
5	-	В	Е	-45°	А	30°	2,0	1,2	1,8	1,4
6	-	Е	В	0°	С	135°	1,6	1,8	2,4	1,0
7	-	А	Е	0°	Д	-30°	1,2	2,4	1,0	2,2
8	-	А	Д	45°	В	30°	0,8	2,6	1,6	2,0
9	-	Д	А	0°	С	150°	1,2	2,0	2,4	0,8

Таблица 4 - Рисунки к задаче С - 2

Рисунок С-2.0	
Рисунок С-2.1	
Рисунок С-2.2	
Рисунок С-2.3	
Рисунок С-2.4	
Рисунок С-2.5	
Рисунок С-2.6	
Рисунок С-2.7	
Рисунок С-2.8	
Рисунок С-2.9	

6. Пример выполнения задачи С2

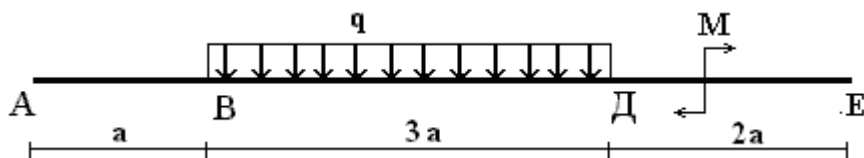


Рисунок 3 – Исходный рисунок

Таблица 5 – Сведения для примера выполнения задачи С2

Виды связей		Сила Р		Размеры
Неподвижный шарнир 	Шарнирная опора на катках 			a (м)
Точка наложения	Точка наложения	α град.	Точка прилож.	β град.
Д	А	- 30°	Е	- 60°
а				
1,0				

Балка АЕ нагружена так, как показано на рисунке 3. Сведения об опорах, размерах и точке приложения сосредоточенной силы Р приведены в таблице 5.

Дано: $P = 8 \text{ кН}$, $M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $q = 2 \text{ кН/м}$.

Определить: реакции опор в точках Д и А.

Решение:

1. Строим балку АЕ в соответствии с данными задачи (рисунок 4). Рассмотрим равновесие балки АЕ, на которую действуют сила $\bar{P}$, пара сил с моментом М и распределенная нагрузка интенсивности q на участке ВД.

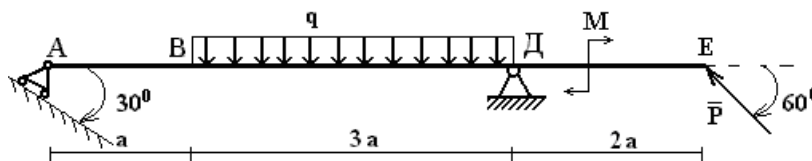


Рисунок 4 – Равновесие балки

Найдем равнодействующую равномерно распределенной нагрузки $Q = q \cdot 3a = 2 \text{ кН/м} \cdot 3 \text{ м} = 6 \text{ кН}$. Приложим ее в середине участка распределения.

Заменим наложенные связи реакциями.

R_A - реакция подвижного шарнира в точке А, направлена перпендикулярно опорной поверхности, X_D , Y_D - реакции неподвижного шарнира в точке Д. Получим расчетную схему (рисунок 5).

Проведем координатные оси x и y .

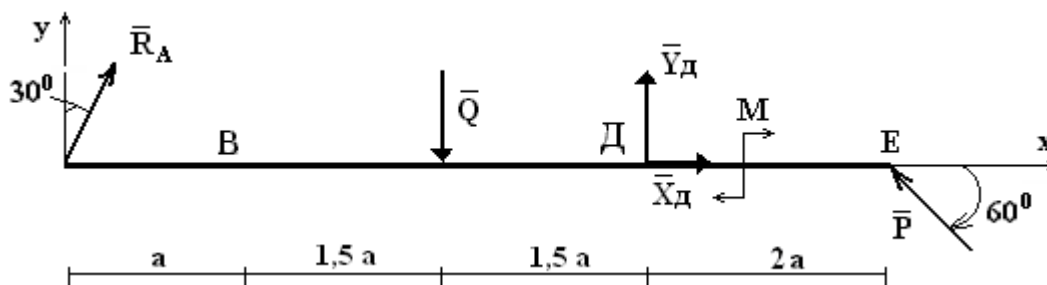


Рисунок 5 – Расчетная схема

2. Для плоской системы сил, действующих на балку, составим уравнения равновесия.

$$\sum m_D(\bar{F}_k) = 0; \quad P \cos 30^\circ \cdot 2a - M + Q \cdot 1,5a - R_A \cos 30^\circ \cdot 4a = 0 \quad (1)$$

$$\sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \quad -Q \cdot 2,5a + Y_D \cdot 4a - M + P \cos 30^\circ \cdot 6a = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{kx} = R_A \cos 60^\circ + X_D - P \cos 60^\circ = 0 \quad (3)$$

3. Подставим числовые значения и найдем неизвестные реакции.

Из уравнения (1) найдем R_A .

$$R_A \cos 30^\circ \cdot 4 = P \cos 30^\circ \cdot 2 - M + Q \cdot 1,5;$$

$$R_A = \frac{1}{4 \cdot 0,87} (8 \cdot 0,87 \cdot 2 - 10 + 6 \cdot 1,5) = 3,69.$$

Из (2) получим:

$$Y_D \cdot 4 = M - P \cdot \cos 30^\circ \cdot 6 + Q \cdot 2,5$$

$$Y_D = \frac{1}{4} (10 - 8 \cdot 0,87 \cdot 6 + 6 \cdot 2,5) = \frac{-16,76}{4} = -4,19 \text{ кН}$$

$$\text{Из (3)} \Rightarrow X_D = P \cos 60^\circ - R_A \cos 60^\circ = 2,16 \text{ кН}$$

Составим проверочное уравнение равновесия:

$$\sum F_{ky} = R_A \cdot \cos 30^\circ - Q + Y_D + P \cos 30^\circ = 3,69 \cdot 0,87 - 6 - 4,19 + 8 \cdot 0,87 = -0,02 \approx 0,$$

Задача решена верно.

Ответ:

$$X_D = 2,16 \text{ кН}; \quad Y_D = -4,19 \text{ кН}; \quad R_A = 3,69 \text{ кН}.$$

7. Задача С-3. Исследование равновесия произвольной плоской системы сил (на примере рамы)

Жесткая рама (рисунки – таблица 7) нагружена сосредоточенной силой F , направленной под углом α к горизонту, распределенной нагрузкой интенсивности q , парой сил с моментом M .

Рама удерживается в равновесии при помощи неподвижного шарнира и вертикального стержня, шарнирно закрепленного на концах. Точки наложения связей, силы $\bar{F}$, участок действия распределенной нагрузки, необходимые размеры указаны в таблице 6.

Определить опорные реакции. Во всех вариантах принять $F = 6\text{ кН}$, $q = 2\text{ кН/м}$, $M = 8\text{ кН}\cdot\text{м}$.

Указания. В задаче С-3 объектом равновесия является рама, находящаяся под действием системы сил, произвольно расположенной на плоскости. Для указанной системы сил можно составить три уравнения равновесия в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum m_0(\bar{F}_k) = 0, \text{ либо в виде:} \end{array} \right.$$

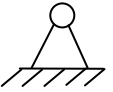
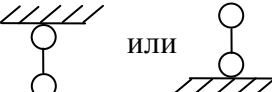
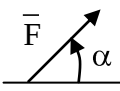
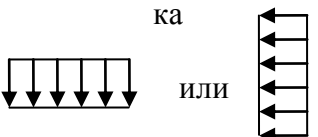
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_A(\bar{F}_k) = 0 \\ \sum m_B(\bar{F}_k) = 0 \\ \sum F_{kx} = 0, \end{array} \right.$$

где ось x не перпендикулярна отрезку AB .

Следует учесть, что уравнения моментов будут проще, если моментные точки O , A , B выбраны на пересечении линий действия двух неизвестных реакций связей. При вычислении момента силы $\bar{F}$ удобно разложить ее на две взаимно перпендикулярные составляющие $\bar{F}'$ и $\bar{F}''$, моменты которых легко вычисляются по теореме Вариньона:

$$m_0(\bar{F}) = m_0(\bar{F}') + m_0(\bar{F}'').$$

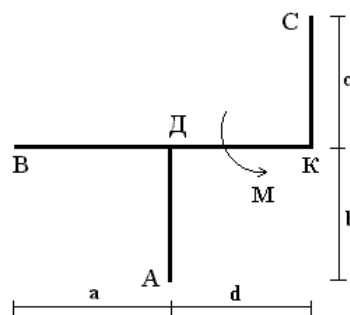
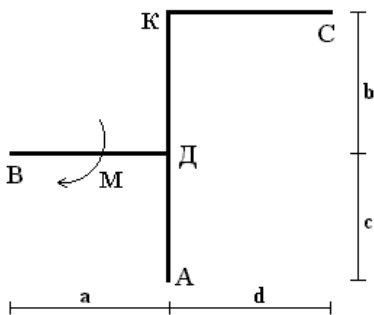
Таблица 6. Данные к задаче С-3

№ условия	Виды наложенных связей		Нагрузки		
	Неподвижный шарнир 	Несомый стержень с шарнирами на концах 	Сила $\vec{F}$ 	Распределенная нагрузка 	
	Точка наложения	Точка наложения	Точка приложения	α град.	Участок распределения
0	А	В	С	-30°	АД
1	В	А	Д	60°	СК
2	А	В	Д	45°	СК
3	Д	В	А	120°	СК
4	Д	С	В	150°	АД
5	В	С	К	-60°	АД
6	С	В	Д	135°	АД
7	С	А	В	-45°	АД
8	В	А	С	135°	АД
9	А	С	В	60°	СК

Продолжение таблицы 6

№ условия	Размеры			
	a	b	c	d
0	4,0	3,6	2,8	2,0
1	4,4	3,0	3,4	3,0
2	4,2	3,0	3,6	3,0
3	4,0	3,4	3,2	2,0
4	4,8	4,0	3,0	2,6
5	4,0	3,2	3,0	2,4
6	4,6	3,0	2,8	2,2
7	3,6	4,0	3,2	2,0
8	4,4	3,0	3,8	2,4
9	4,0	3,2	2,6	2,0

Таблица 7. Рисунки к задаче С - 3

 Рисунок С-3.0	 Рисунок С-3.1
--	---

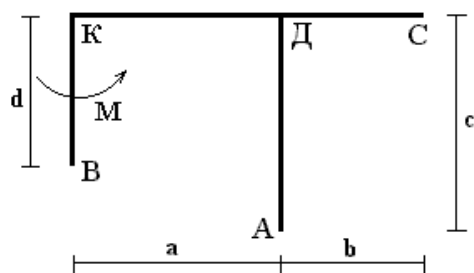


Рисунок С-3.2

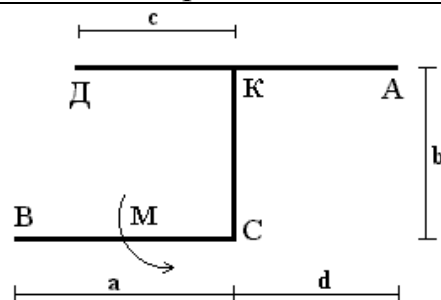


Рисунок С-3.3

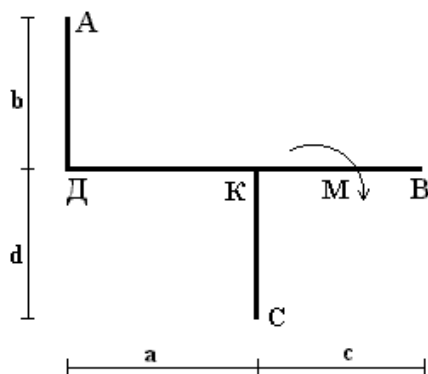


Рисунок С-3.4

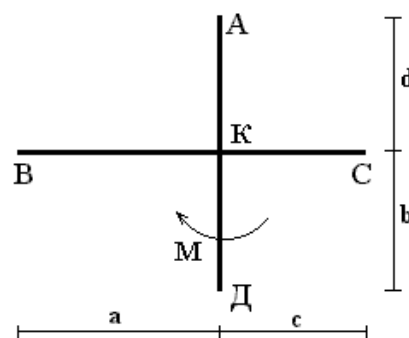


Рисунок С-3.5

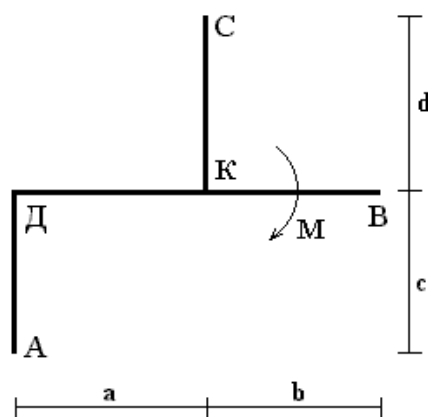


Рисунок С-3.6

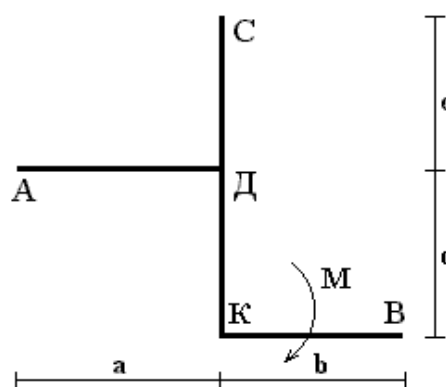


Рисунок С-3.7

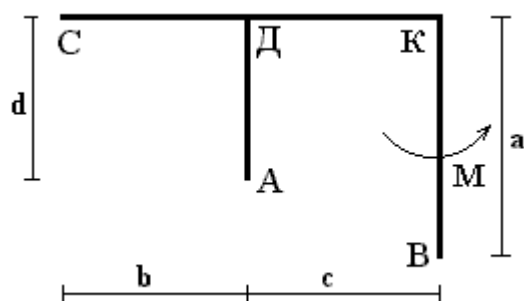


Рисунок С-3.8

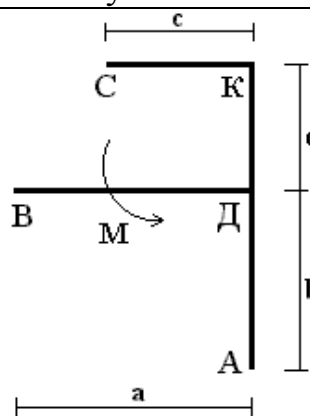


Рисунок С-3.9

8. Пример решения задачи С3

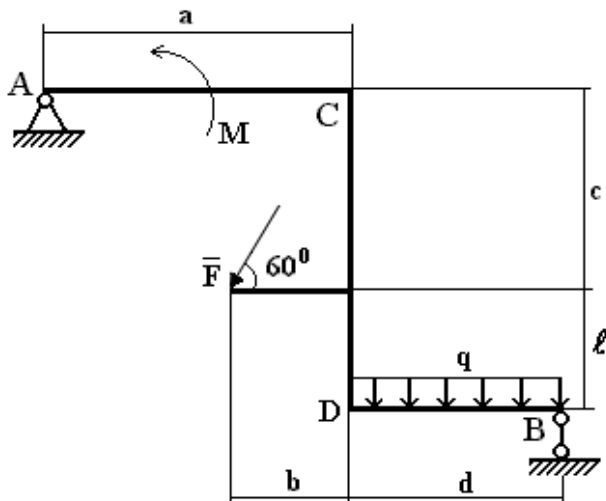


Рисунок 7 – Равновесие рамы

Жесткая рама ACDB (рисунок 7) закреплена посредством неподвижного шарнира в точке А, а в точке В прикреплена к невесомому стержню (подвижному шарниру). На раму действуют: сила $\bar{F}$, равномерно распределенная на участке DB нагрузка интенсивности q , и пара с моментом M . Необходимые размеры указаны на рисунке 7.

Дано: $F = 10 \text{ кН}$, $M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $q = 2 \text{ кН/м}$.

$a = 3 \text{ м}$, $b = 1 \text{ м}$, $c = 2 \text{ м}$, $l = 1 \text{ м}$, $d = 2 \text{ м}$.

Определить: реакции опор в точках А и В.

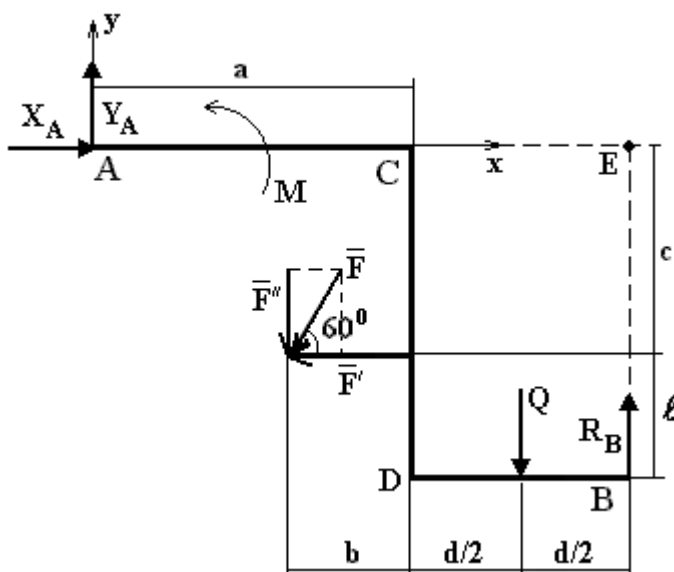


Рисунок 8 – Составная рама

Решение:

1. Рассмотрим равновесие рамы ACDB. Составим расчетную схему (рисунок 8). Приложим заданные нагрузки: силу $\bar{F}$, пару с моментом M , равномерно распределенную нагрузку на участке DB заменим равнодействующей $\bar{Q}$, приложенной в середине участка DB:

$$Q = q \cdot DB = 2 \text{ кН/м} \cdot 2 \text{ м} = 4 \text{ кН}.$$

Заменим действие связей реакциями:

$\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$ - реакции неподвижного шарнира, $\bar{R}_B$ - реакция стержневой опоры в предположении, что стержень сжат.

2. Для полученной плоской системы сил составим три уравнения равновесия.

$$\sum m_A \bar{F}_K = 0$$

$$\sum m_E \bar{F}_K = 0$$

$$\sum F_{KX} = 0$$

Предварительно разложим на составляющие силу $\bar{F}$:

$$\bar{F} = \bar{F}' + \bar{F}''; F' = F \cos 60^\circ; F'' = F \cos 30^\circ$$

Выберем систему координат, как показано на рисунке, получим:

$$\sum m_A \bar{F}_K = M - F' \cdot c - F''(a - b) - Q \left(a + \frac{d}{2} \right) + R_B \cdot a + d = 0 \quad (1)$$

$$\sum m_E \bar{F}_K = Q \frac{d}{2} - F'c + F'' \cdot d + b + M - Y_A \cdot a + d = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{KX} = X_A - F' = 0 \quad (3)$$

В качестве моментных точек выбраны точки А и Е – точки пересечения линий действия реакций связей.

Из уравнений равновесия получим:

$$X_A = F' = F \cos 60^\circ = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ кН};$$

$$R_B = \frac{1}{a + d} \left(F' \cdot c + F'' \cdot a - b + Q \left(a + \frac{d}{2} \right) - M \right) = \frac{1}{5} \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2 + 10 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 + 4 \cdot 4 - 8 = 7,06 \text{ кН};$$

$$Y_A = \frac{1}{a + d} \left(Q \frac{d}{2} - F'c + F'' \cdot d + b + M \right) = \frac{1}{5} \cdot 4 \cdot 1 - 10 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2 + 10 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3 + 8 = 5,60 \text{ кН}.$$

Для проверки полученных результатов составим любое новое уравнение равновесия, оно должно обратиться в тождество.

Например:

$$\sum F_{Ky} = Y_A - F'' - Q + R_B = 5,6 - 10 \cdot \cos 30^\circ - 4 + 7,06 \approx 0$$

О т в е т :

$$X_A = 5 \text{ кН}; Y_A = 5,6 \text{ кН}; R_B = 7,06 \text{ кН}.$$

9. Задача С-4. Исследование равновесия произвольной плоской системы сил (на примере составной рамы)

Конструкция состоит из двух частей, скрепленных между собой в точке С шарнирно (Рисунки к задаче – Таблица 9). Внешними связями, наложенными на конструкцию, являются в точке А или неподвижный шарнир, или жесткая заделка; в точке В неподвижный шарнир или подвижный шарнир; в точке D - подвижный шарнир.

На каждую конструкцию действует пара сил с моментом $M = 6\text{кН}\cdot\text{м}$, равномерно распределенная нагрузка интенсивности $q = 2\text{кН/м}$ и еще две сосредоточенные силы. Величины сил, их направления и точки приложения указаны в таблице 8; там же в столбце указан участок действия и направление распределенной нагрузки.

Определить реакции связей в точках А, В, С (для рисунков С-4.2, С-4.9 еще и в точках D), вызванные заданными нагрузками. Размеры конструкции указаны на рисунках.

Указания. Задача С-4 – на равновесие системы тел, находящихся под действием плоской системы сил. При ее решении можно или рассмотреть сначала равновесие всей конструкции в целом, а затем равновесие одного из тел, изобразив его отдельно, или же сразу расчленить конструкцию на отдельные тела и рассмотреть равновесие каждого тела в отдельности, учтя при этом закон о равенстве действия и противодействия.

Таблица 8. Данные к задаче С4

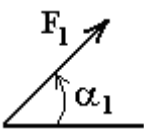
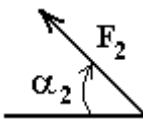
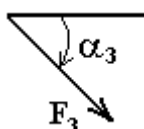
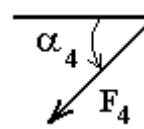
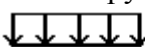
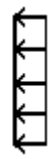
№ усло- вия									Участок действия распределенной нагрузки  или 
	$F_1 = 4\text{кН}$		$F_2 = 6\text{кН}$		$F_3 = 8\text{кН}$		$F_4 = 10\text{кН}$		
	Точка пролож.	α_1^0	Точка пролож.	α_2^0	Точка пролож.	α_3^0	Точка пролож.	α_4^0	
0	Н	30	-	-	-	-	L	0	СК
1	-	-	К	0	Е	30	-	-	CL
2	К	0	-	-	-	-	L	60	AE
3	L	0	Н	45	-	-	-	-	AE
4	-	-	К	45	-	-	Н	90	CL
5	Е	90	-	-	L	30	-	-	СК
6	-	-	Е	30	-	-	L	90	СК
7	-	-	К	60	-	-	Е	0	CL
8	-	-	-	-	L	90	К	30	AE
9	-	-	Н	0	L	45	-	-	СК

Таблица 9. Рисунки к задаче С4

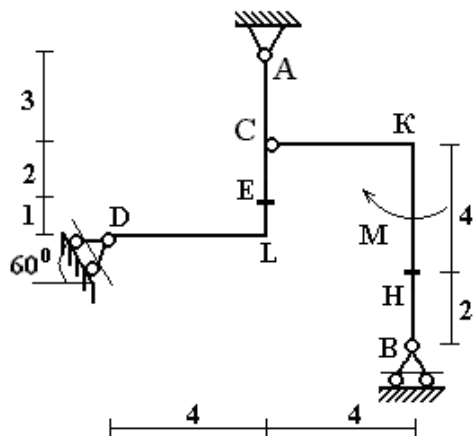


Рисунок С-4.0

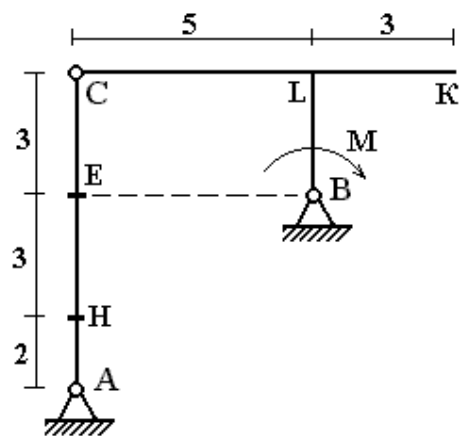


Рисунок С-4.1

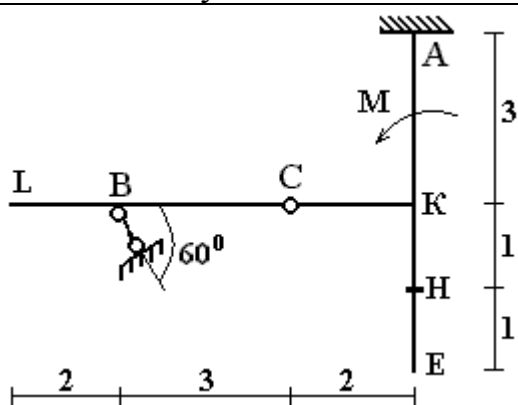


Рисунок С-4.2

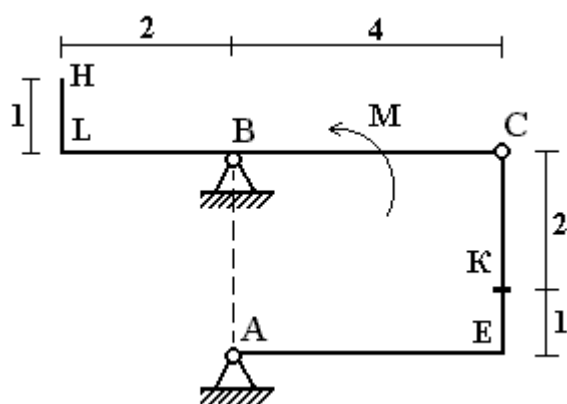


Рисунок С-4.3

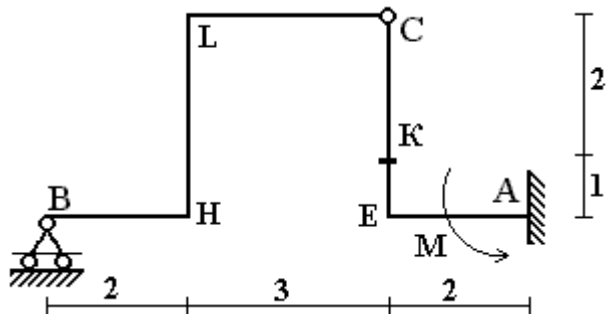


Рисунок С-4.4

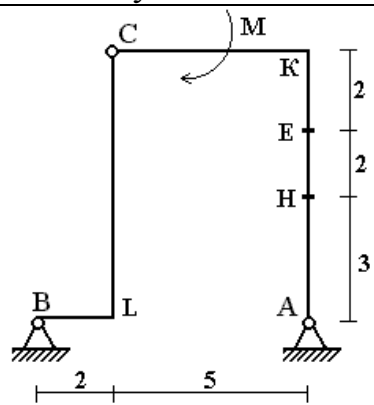


Рисунок С-4.5

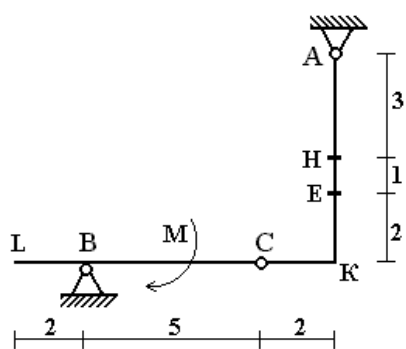


Рисунок С-4.6

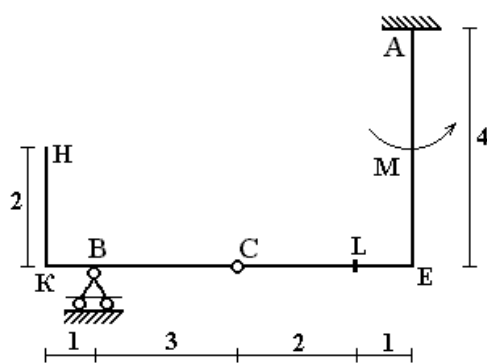


Рисунок С-4.7

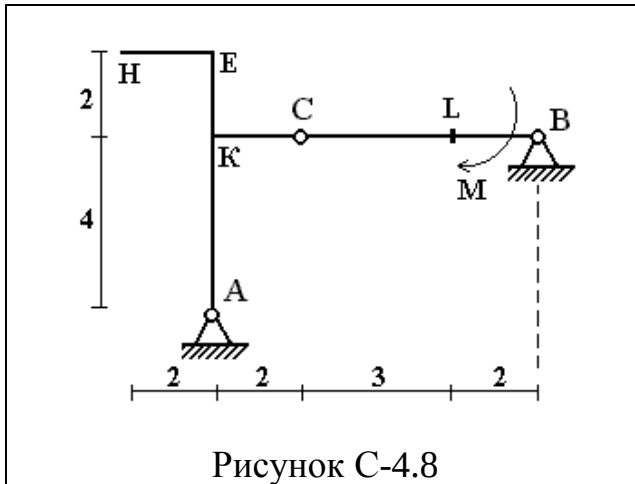


Рисунок С-4.8

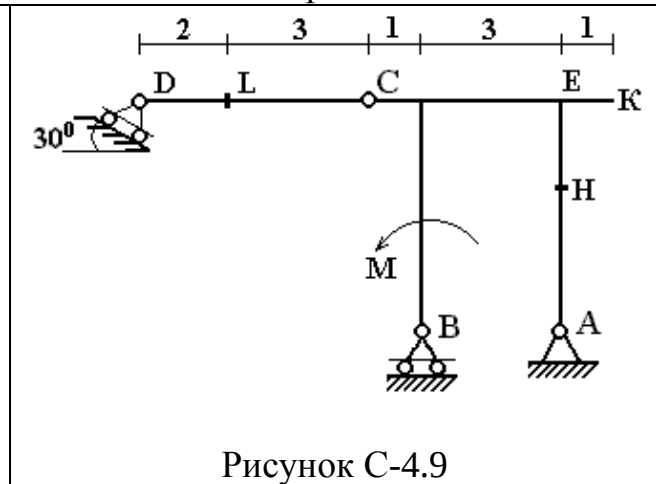


Рисунок С-4.9

10. Пример выполнения задачи С4

Рама состоит из двух частей, скрепленных между собой в точке В шарнирно (рисунок 9). Внешними связями, наложенными на раму, являются в точке А жесткая заделка; в точке С подвижный шарнир.

На раму действует пара сил с моментом $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$, равномерно

распределенная нагрузка интенсивности $q = 2 \text{ кН/м}$ и сосредоточенная сила $P = 4 \text{ кН}$. Определить реакции связей в точках А, В, С, вызванные заданными нагрузками. Размеры рамы (м) указаны на рисунке 9.

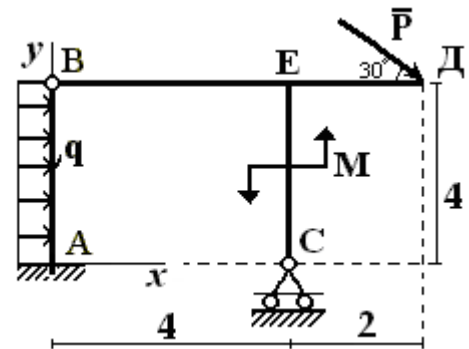


Рисунок 9 – Составная рама

Решение.

Применим метод разбиения и расчленим раму на две части по внутреннему шарниру В.

1. Рассмотрим часть рамы ВСД.

Расчетная схема для части рамы ВСД представлена на рисунке 10.

Здесь наклонная сила $\vec{P}$ заменена составляющими $P' = P \cos 30^\circ$ и $P'' = P \sin 30^\circ$.

Для нахождения реакций X_B , Y_B и Y_C целесообразно составить три уравнения равновесия произвольной плоской системы сил в основной форме:

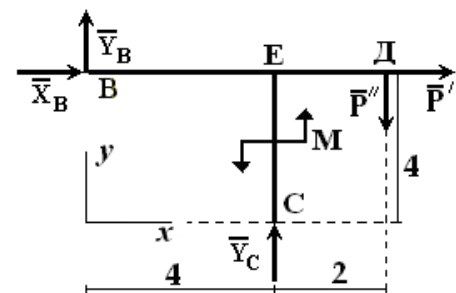


Рисунок 10 – Расчетная схема для части рамы ВСД

$$\sum F_{kx} = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0,$$

$$\sum M_B(\vec{F}_k) = 0.$$

Или

$$\sum F_{kx} = X_B + P \cdot \cos 30^\circ = 0,$$

$$\sum F_{ky} = Y_B + Y_C - P \cdot \cos 60^\circ = 0,$$

$$\sum M_B(\vec{F}_k) = Y_C \cdot 4 + M - 6 \cdot P \cdot \cos 60^\circ = 0.$$

Решая эти уравнения, получим

$$X_B = -3,46 \text{ кН}, \quad Y_B = 0,5 \text{ кН}, \quad Y_C = 1,5 \text{ кН}$$

2. Рассмотрим часть рамы АВ.

Расчетная схема для части рамы ВСД представлена на рисунке 11.

Здесь учтено, что

$$Q = q \cdot 4 = 8 \text{ кН}; \quad \vec{X}'_B = -\vec{X}_B; \quad \vec{Y}'_B = -\vec{Y}_B.$$

То есть реакции $\vec{X}'_B, \vec{X}_B$ и $\vec{Y}'_B, \vec{Y}_B$ равны по модулю и направлены в противоположную сторону.

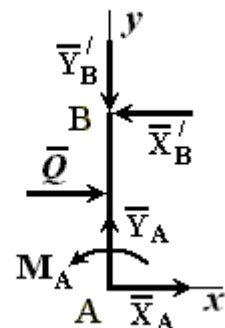


Рисунок 11 – Расчетная схема для части рамы АВ

Составить для части рамы АВ также три уравнения равновесия произвольной плоской системы сил в основной форме:

$$\sum F_{kx} = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0.$$

Или

$$\sum F_{kx} = -X'_B + X_A + Q = 0,$$

$$\sum F_{ky} = -Y'_B + Y_A = 0,$$

$$\sum M_B(\vec{F}_k) = X'_B \cdot 4 + M_A - 2 \cdot Q = 0.$$

Решая эти уравнения, получим

$$X_A = -11,46 \text{ кН}, \quad Y_A = 0,5 \text{ кН}, \quad M_A = 29,86 \text{ кНм}.$$

3. Сделаем проверку.

Для проверки рассмотрим замороженную раму (расчетная схема на рисунке 12).

Для проверки реакций внешних связей (заделки А и подвижного шарнира С) составим уравнение моментов относительно точки Д.

Примечание. Моментная точка выбирается таким образом, чтобы в уравнение вошли все известные реакции.

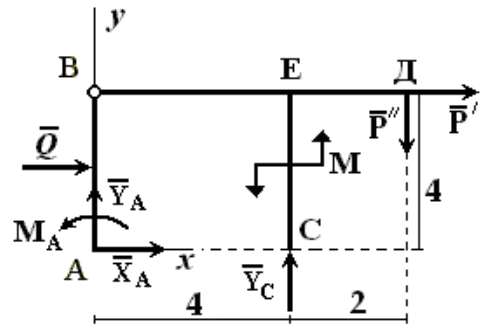


Рисунок 12 – Расчетная схема для замороженной рамы

$$\begin{aligned}\sum M_D(\vec{F}_k) &= X_A \cdot 4 - Y_A \cdot 6 + M_A + 2 \cdot Q + M - Y_C \cdot 2 = \\ &= -11,46 \cdot 4 - 0,5 \cdot 6 + 29,86 + 2 \cdot 8 + 6 - 1,5 \cdot 2 = -45,84 - 3 + 29,86 + 16 + 6 - 3 = \\ &= -51,84 + 51,86 = 0,02 \approx 0.\end{aligned}$$

Проверка совпала с точностью до сотых долей, задача решена верно.

Ответ:

$$\begin{aligned}X_B &= -3,46 \text{ кН}, & Y_B &= 0,5 \text{ кН}, & Y_C &= 1,5 \text{ кН} \\ X_A &= -11,46 \text{ кН}, & Y_A &= 0,5 \text{ кН}, & M_A &= 29,86 \text{ кНм}.\end{aligned}$$

11. Вопросы к зачету

по курсу «Теоретическая механика» (ч.1 Статика)

для студентов направления подготовки 270800 Строительство (квалификация (степень) «бакалавр») заочной формы обучения и заочной формы обучения в сокращенные сроки.

1. Основные понятия и определения статики (абсолютно твердое тело, сила, система сил, равнодействующая сила)
2. Понятие связи. Принцип освобожденности от связей. Реакции связей.
3. Основные типы связей и их реакции.
4. Определение проекции силы на ось.
5. Сходящаяся система сил. Аналитические условия равновесия сходящейся системы сил.
6. Сосредоточенная и распределенная нагрузки. Определение равнодействующей для равномерно распределенной нагрузки и нагрузки, распределенной по треугольному закону.
7. Алгебраический момент силы относительно точки. Плечо силы.
8. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.
9. Пара сил. Алгебраический момент пары.
10. Главный вектор и главный момент плоской системы сил.
11. Основная теорема статики о приведении плоской системы сил к простейшему виду.
12. Условия и уравнения равновесия плоской системы сил. Три формы уравнений равновесия.
13. Вычисление момента силы относительно оси.
14. Условия и уравнения равновесия для произвольной пространственной системы сил

Библиографический список

При подготовке Методических указаний были использованы материалы следующих работ:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов. – М.: Высш. шк., 2009. – 416 с.
2. Диевский В.А. Теоретическая механика: Учеб. пособие. 3-е изд., испр. – СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 320 с.
3. Диевский В.А. Теоретическая механика. Сборник заданий: Учеб. пособие. 2-е изд., испр. / В.А. Диевский, И.А. Малышева – СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 192 с.
4. Цывильский В. Л. Теоретическая механика: Учеб. для втузов. – М.: Высш. шк., 2004. – 344 с.
5. Яблонский А.А. Курс теоретической механики: учебник МО / А.А. Яблонский, В.М.Никифорова – М.: Интеграл –Пресс, 2007. – 608 с.
6. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие для студ.втузов / [А.А. Яблонский, С. С.Норейко, С.А.Вольфсон и др.]; Под общ. ред. А. А. Яблонского. - 11-е изд., стер. - М.: Интеграл-Пресс, 2004. - 382 с.
7. Теоретическая механика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников машиностроительных, строительных и др. спец. М., 1989г.