Вариант 8

1. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр. Какова вероятность того, что в нём все цифры нечётные.

Решение:

Используем классическое определение вероятности:

Где - число всевозможных исходов эксперимента, – число благоприятных исходов.

2. На трёх станках при одинаковых и независимых условиях изготавливаются детали одного наименования. На первом станке 10%, на втором 30%, на третьем 60% всех деталей. Вероятность каждой детали быть бездефектной равна 0,7, если она изготовлена на первом станке, 0,8 на втором и 0,9 на третьем станке. Найти вероятность того, что первая взятая деталь окажется бездефектной.

Решение:

Пусть событие – первая взятая деталь окажется бездефектной;

Введём систему гипотез:

– деталь изготовлена на -ом станке,

Тогда

Отметим, что , тогда

Воспользуемся формулой полной вероятности:

Т.е. вероятность, что первая взятая деталь окажется бездефектной составляет 85%

3. В ящике лежат 12 красных, 8 зелёных и 10 синих шаров. Наудачу вынимаются два шара. Найти вероятность того, что будут вынуты шары разного цвета, при условии, что он не синий.

Решение:

Рассмотрим всевозможные варианты:

Пусть вынуты шары разного цвета. цвет не синий

4. Дискретная случайная величина X принимает два значения (X1< X2). По известным данным найти закон распределения этой величины: P1=0,9, Mx=2.2, Dx=0.36

Решение:

По закону нормировки

По определению, математическое ожидание

Получаем систему уравнений:

Поскольку X1< X2, то имеем следующий закон распределения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2 | 4 |
|  | 0.9 | 0.1 |

5. Для случайной величины X составить интервальный вариационный ряд, вычислить выборочные средние характеристик, подобрать теоретический закон распределения, проверить его согласование с теоретическим критерием пирсона при .

Решение:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2,2 | 2,3 | 3 | 3,2 | 3,1 |
| 2,6 | 2,5 | 1 | 1,9 | 0 |
| 3,5 | 2,9 | 1,2 | 2,4 | 0,8 |
| 4 | 3,8 | 3 | 1,5 | 2,3 |
| 3 | 3,5 | 4,5 | 2 | 3,1 |
| 1 | 1,4 | 1,2 | 3,1 | 1,3 |
| 0,5 | 3 | 3,1 | 2,3 | 3,2 |
| 4 | 3,8 | 2,5 | 4,5 | 3,7 |
| 4,7 | 1,6 | 2,4 | 5 | 2,5 |
| 2 | 2,1 | 3,8 | 3,6 | 2 |

Различные значения признака называются вариантами. Необходимо разбить варианты на отдельные интервалы, т.е. провести их группировку. Найдем наибольшие и наименьшие значения СВ X: , . Размах колебаний выборки:

Выберем длину интервала таким образом, чтобы величина покрывала весь размах колебаний выборки:

За начало первого интервала выберем величину .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервал, [;] | [0;1] | (1; 2] | (2;3] | (3; 4] | (4; 5] |
| частота *fk* | **5** | **10** | **16** | **15** | **4** |
| Относительная частота, | 0,1 | 0,2 | 0,32 | 0,3 | 0,08 |

Построим гистограмму частот:

Для расчёта параметров случайной величины перейдём к дискретному ряду. В качестве вариант берём середины соответствующих интервалов:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| середина  интервала, | 0,5 | 1,5 | 2,5 | 3,5 | 4,5 |
| относительная  частота, | 0,1 | 0,2 | 0,32 | 0,3 | 0,08 |

Вычислим интервальные числовые характеристики: выборочное среднее и выборочную дисперсию.

Выборочное среднее



Вычисления сведём в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,5 | 1,5 | 2,5 | 3,5 | 4,5 | Суммы |
|  | 0,1 | 0,2 | 0,32 | 0,3 | 0,08 | 1 |
|  | 0,05 | 0,3 | 0,8 | 1,05 | 0,36 | 2.56 |
|  | 0,025 | 0,45 | 2 | 3,675 | 1,62 | 7,77 |

Выборочная дисперсия определяется по формуле:

Несмещённые оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения:

.

Анализируя гистограмму, делаем предположение о том, что случайная величина имеет нормальное распределение . Оценками параметров и будут соответственно и .

Вычислим статистику критерия Пирсона (критерий «хи-квадрат»):

,

где, *n*=100 – размер выборки. Теоретические относительные частоты  определяем с помощью интегральной функции Лапласа , ():



Вычисления оформим в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| интервал | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Суммы |
|  | 0,06994 | 0,22688 | 0,34595 | 0,24836 | 0,08383 |  |
|  | 5 | 10 | 16 | 15 | 4 | 50 |
|  | 3,497 | 11,344 | 17,297 | 12,418 | 4,192 | 50 |
|  | 0,646 | 0,159 | 0,097 | 0,537 | 0,009 | 1,45 |

В нашем случае . Область принятия нулевой гипотезы описывается следующим неравенством:

,

где  - квантиль -распределения, определяемая из таблицы по заданной доверительной вероятности  ( – уровень значимости) и числу степеней свободы  (*m* – количество интервалов разбиения, r – число вычисляемых по выборке параметров распределения, т.е. в данном случае два параметра: математическое ожидание и СКО). Примем уровень значимости =0,05, тогда .

Поскольку неравенство  является верным (1.45 < 6.0), то нулевая **гипотеза о нормальном распределении принимается** на уровне значимости 0.05.