

**Контрольная работа № 1 по теме « Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной. Функции нескольких переменных»**

**Вариант 1**

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (2x + 2)^7 + \frac{1}{\sqrt[7]{x^2}} + \sqrt{8x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \cos 5x \cdot 3^{9x}(x^2 + 4)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \sqrt{5 + 2x}, \quad x_0 = 2$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2}{x - 2}$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = \sin^2 x + \cos^2 y, \quad x = u + v, \quad y = u^2 - v^2$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = x^3 - 3xy + 3x + 3y^2 - 15y - 5$$

## Вариант 2

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (2x + 5)^5 + \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} + \sqrt{3x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin(3x + 1) \cdot 5^{3x}(x^2 - 3)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \frac{x^2}{x+1}, \quad x_0 = 1$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, \quad x = \ln(u - v), \quad y = \ln(u + v).$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 2x^3 + 2x^2 - 2xy^2 + \frac{2}{3}x - y^2 + 1$$

### Вариант 3

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (7x - 5)^4 + \frac{1}{7\sqrt[5]{x^2}} + \sqrt{5x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin 2x \cdot 2^{7x}(x^2 - 1)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \frac{1}{1 + x^2}, \quad x_0 = 2$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 5x}{1 - x}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x = u \cdot \cos v, \quad y = u \cdot \sin v.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 3x^2 + xy - 13x + y^3 - 5y + 1$$

## Вариант 4

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (2x - 7)^6 + \frac{1}{\sqrt[6]{x^5}} + \sqrt{7x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \cos(3x - 5) \cdot 3^{3x} (x^2 - 5)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \frac{\sin x}{2 - x}, \quad x_0 = 0$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{6 - 2x^2}{x - 2}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = xy + y^2 - x^3, \quad x = e^{u+v}, \quad y = e^{u-v}.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = x^3 - 3xy - 6x + 3y^2 - 6y + 4$$

## Вариант 5

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (3x - 1)^7 + \frac{1}{\sqrt{x^7}} + \sqrt{2x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \cos 7x \cdot 5^{9x} (4 - x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \frac{2x}{1 + x^2}, \quad x_0 = \sqrt{2}$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{3x^2}{2 - x}$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = e^x \cos y, \quad x = 3u - v, \quad y = 2v.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 6x^3 + 6x^2 - 3xy^2 + 2x - 2y^2 - 2$$

## Вариант 6

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (2x - 3)^{10} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^3}} + \sqrt{7x + 1}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin(5x + 1) \cdot 2^{5x} (1 + x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \frac{3x + 1}{2x - 1}, \quad x_0 = -1$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{7x - x^2}{x - 3}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = e^{xy}, \quad x = u \cdot e^v, \quad y = v \cdot e^u.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = x^2 + 2xy - 2y^3 + 8y - 3$$

## Вариант 7

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (9x + 5)^8 + \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} + \sqrt{15x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \cos(3x + 2) \cdot 2^{9x} (1 - 7x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \sqrt{5 - x^2}, \quad x_0 = 1$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2}{3 - x}$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = e^x \sin y, \quad x = 2u, \quad y = \cos(u + v).$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 24x - 6xy - x^3 + 4y^2 - 4y + 1$$

## Вариант 8

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (3x + 5)^7 + \frac{1}{\sqrt[5]{x^7}} + \sqrt{13x - 1}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \cos 3x \cdot 5^{7x} (3 - 5x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \sqrt{4 - 2x - x^2}, \quad x_0 = 3$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 16}{4x}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = y^x, \quad x = \frac{u}{v}, \quad y = u \cdot v.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 4x^3 + 9x^2 - xy^2 + \frac{27}{4}x - y^2 + 1$$



## Вариант 9

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (7x + 5)^{11} + \frac{1}{\sqrt[8]{x^3}} + \sqrt{17x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin(2x - 7) \cdot 9^{3x}(x^2 + 11)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \operatorname{arctg} 2x, \quad x_0 = 0$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{1 - x}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad x = u^2 + v^2, \quad y = u \cdot v.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 3x^2 - 3xy - 21x + 2y^3 - 21y + 4$$

## Вариант 10

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (5x-1)^7 + \frac{1}{\sqrt{x^3}} + \sqrt{10x-2}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin 5x \cdot 7^{3x}(x^2 + 5)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 3}, \quad x_0 = 4$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{2x^2}{x-1}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = x^2 y, \quad x = u^2 - v^2, \quad y = e^{uv}.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 48x - 6xy - 3x^3 - 4y^2 + 28y - 3$$

## Вариант 11

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (3x + 2)^5 + \frac{1}{\sqrt[7]{x^4}} + \sqrt{11x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin(2 - 3x) \cdot 3^{5x} (2x^2 + 3)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \cos 2x - 2 \sin x, \quad x_0 = \pi$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{3x^2}{x - 2}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = \ln(x^2 + y^2), \quad x = u \cdot v, \quad y = \frac{u}{v}.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 2xy^2 - 9x^2 - 3x^3 - 9x + 3y^2 + 5$$

## Вариант 12

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (3x - 5)^6 + \frac{1}{\sqrt[7]{x^5}} + \sqrt{13x - 3}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \cos(1 - 3x) \cdot 7^{5x} (3x^2 - 2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 2, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{3x^2}{x - 2}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad x = u \cdot \sin v, \quad y = u \cdot \cos v.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = x^2 + 2xy + 6x - 2y^3 + 46y - 2$$

### Вариант 13

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (7x + 2)^9 + \frac{1}{\sqrt[4]{x^7}} + \sqrt{2x + 5}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \cos(3x + 7) \cdot 4^{7x} (5 - x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \sqrt[3]{x - 1}, \quad x_0 = 1$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = x^2 + y^2, \quad x = \sqrt{u + v}, \quad y = \sqrt{u - v}.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = x^3 - 4xy - 7x + y^2 + 6y - 2$$

## Вариант 14

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (9x - 5)^{10} + \frac{1}{\sqrt[13]{x^8}} + \sqrt{3x + 8}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \cos 11x \cdot 3^{7x} (11 + 3x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \ln x, \quad x_0 = 1$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2}{x + 1}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = \sqrt{x + y}, \quad x = u - v, \quad y = u \cdot v.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 2xy^2 - 15x^2 - 5x^3 - 15x + 3y^2 + 4$$

## Вариант 15

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (5 + 11x)^7 + \frac{4}{\sqrt[7]{x^3}} + \sqrt{5x - 2}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin(7x - 3) \cdot 2^{7x}(x^2 + 9)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{3 - x^2}{x + 2}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = xy, \quad x = e^u \cdot \cos v, \quad y = e^u \cdot \sin v.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = x^2 - 2xy + 4y^3 - 52y + 3$$

## Вариант 16

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (3 - 4x)^8 + \frac{3}{\sqrt[3]{x^6}} + \sqrt{13x}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin(3 - 5x) \cdot 2^{9x} (9 - x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = 3^x + 3^{-2x}, \quad x_0 = 1$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2}{x - 5}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = x^2 y^2, \quad x = \sqrt{u} + \sqrt{v}, \quad y = \sin(u^2 - v).$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 18x - 6xy - 3x^3 - 4y^2 - 12y + 5$$



## Вариант 17

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (5 - 2x)^{13} + \frac{11}{x^3 \sqrt{x^2}} + \sqrt{2x + 5}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \sin 11x \cdot 2^{3x} (x^2 - 13)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \operatorname{tg} 2x, \quad x_0 = 0$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = x^2 y - xy^2, \quad x = u \cdot \sin v, \quad y = v \cdot \cos u.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 3xy^2 - 12x^2 - 4x^3 - 12x + 5y^2 - 2$$

## Вариант 18

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (1 - 7x)^7 + \frac{5}{\sqrt[7]{x^9}} + \sqrt{2x - 15}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \operatorname{tg} 5x \cdot 7^{9x} (3x^2 - 4)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \sin(x + \pi) + 1, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{-x^2 - 4}{2x}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = x + \operatorname{arctg}(xy^2), \quad x = u \cdot v, \quad y = \frac{u}{v}.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = 6xy + 2x^2 - 18y - 6y^3 + 1$$

## Вариант 19

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (1 - 5x)^5 + \frac{1}{8\sqrt[10]{x^7}} + \sqrt{8x + 2}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \operatorname{tg} 7x \cdot 5^{9x} (4 - 7x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = x^2 \ln x, \quad x_0 = 1$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2}{4 + x}$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = e^y \cdot \sin x, \quad x = \arcsin \frac{u}{v}, \quad y = \ln \frac{u}{v}$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = y - 8xy - 81x - x^3 - y^2 + 3$$

## Вариант 20

**Задание 1.** Найти производную функции.

$$y = (9 - 2x)^6 + \frac{1}{\sqrt[9]{x^8}} + \sqrt{5x + 17}$$

**Задание 2.** Найти производную функции.

$$y = \operatorname{tg} 2x \cdot 9^{5x} (4 - x^2)$$

**Задание 3.** Составить уравнение касательной и нормали к кривым в точке  $x_0$ .

$$y = \cos^2 x, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$$

**Задание 4.** Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}.$$

**Задание 5.** Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .

$$z = e^{2x-3y}, \quad x = \cos(uv), \quad y = u^5 - 3v.$$

**Задание 6.** Найти экстремум функции двух переменных.

$$z = x^2 y^2 - 2x^2 + 4x - 4y^2 + 1$$