

**Контрольная работа № 2 по теме  
«Интегралы. Дифференциальные уравнения»**

**Вариант 1**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

а)  $\int \frac{\operatorname{arctg} x \, dx}{1+x^2}$ ,    б)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x \, dx$ .

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{2x^2 + 7x + 7}{(x+1)^2(x+2)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: \quad 2x = y^2, \quad 2y = x^2.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' - 2x' + 10x = 2e^{3t}.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $2x'' - x' - x = 2e^t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 2$ ,  $x'(0) = 3$ .

**Вариант 2**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

а)  $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$  , б)  $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \arccos x dx$  .

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{7x^3 - 3x^2 - 2x + 2}{x^3(x-1)} dx .$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = x^2, x + y = 2 .$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' - \frac{1}{x} y = x^2 .$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' - 6x' + 9x = \sin 3t .$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' - 4x' + 3x = e^{5t}$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 3$ ,  $x'(0) = 9$  .

**Вариант 3**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{x^3 dx}{x^4 + 1}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} x \arctg x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{x^2 + 3x + 3}{x^3(x+1)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = 2x - x^2, \quad x + y = 0.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = \frac{y}{x} + e^{-\frac{y}{x}}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + 9x' = t^2.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' - 8x' + 16x = 4e^{2t}$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ .

**Вариант 4**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{3x dx}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \arcsin x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{5x^2 + 4x - 7}{(x+2)^2(x-3)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = 2^x, y = 2, x = 0.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + 8x' + 16x = \sin 5t.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $2x'' - x' = 1$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ .

**Вариант 5**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int x^2 \sqrt{1-x^3} dx, \quad \text{б) } \int_1^e x^2 \ln x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{5x^3 + 4x^2 - 2x - 4}{x^3(x+2)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = \cos 2x, y = 0, y \geq 0.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' + \frac{1}{x} y = x^2.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + 7x' + 12x = \sin t.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' - x = 2e^{-t}$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ .

**Вариант 6**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{e^x dx}{e^x + 2}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos 2x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{x^3 - 10x^2 - 3x + 6}{x^3(x-2)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = \frac{1}{1+x}, \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + 4x' = t^2 e^{2t}.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' + x' - 2x = 3e^t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = -1$ ,  $x'(0) = 0$ .

**Вариант 7**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{\ln x \cdot x}}, \quad \text{б) } \int_1^2 x^2 e^{3x} dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{9x-9}{(x-3)^2(x+3)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = \arcsin x, \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' - 4x' - 5x = 2e^{-t}.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' + 4x = \sin 2t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = \frac{1}{4}$ ,  $x'(0) = 0$ .

**Вариант 8**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{x \cdot (\ln^2 x - 4)}, \quad \text{б) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} x^2 \cos x \, dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{6x^2 + 15x - 5}{(x+3)^2(x-1)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y^2 = 1 - x, \quad y = 1 + x.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' + \frac{1}{2x} y = \sqrt{x}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + 16x = te^{-4t}.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' - x' = 2(1-t)$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 1$ .



**Вариант 9**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{\operatorname{tg}^5 x}{\cos^2 x} dx, \quad \text{б) } \int_2^3 \ln x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{2x^3 - 16x^2 + x - 4}{x^3(x-4)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области  $D$ , заданной границами

$$D: y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad y = 0.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = \frac{y}{x} - \sin^2 \frac{y}{x}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + x' = e^{-t}.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' + x' = -\cos 2t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = x'(0) = 1$ .

**Вариант 10**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{e^{\arctg x} dx}{1+x^2}, \quad \text{б) } \int_2^3 \ln^2 x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 2x + 4}{x^3(x+2)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = x^2, 4y = x^2, y = 4.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$\sqrt{y^2 + 1} dx = x y dy.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' - 4x' + 8x = 10e^{-2t}.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $2x'' + x' - x = te^t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 2$ ,  $x'(0) = 3$ .

**Вариант 11**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}, \quad \text{б) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} x \cos x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{5x^2+7x}{(x+2)^2(x-4)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = 2x^2, y = -x^3.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' - 5x' + 6x = 9e^{2t}.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' + 4x = 2t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 2$ ,  $x'(0) = 0$ .

**Вариант 12**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{x \ln^5 x}, \quad \text{б) } \int_1^4 x^2 e^{-x} dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{6x^3 + 20x^2 - x - 5}{x^3(x+5)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = \ln x, y = 0, x = e, x = e^2.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' - \frac{2}{x} y = x^3.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' - 2x' + x = e^t.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' + 36x = 6 \sin 6t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 1, x'(0) = \frac{1}{2}$ .

**Вариант 13**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{4 - \operatorname{ctg}^3 x}{\sin^2 x} dx, \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{6x - 2}{(x + 1)^2(x - 3)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = e^x, y = e^{-x}, x = 1.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = \frac{y^2 + 2x^2}{xy}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + x' = t^2 e^{-t}.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' - 6x' + 9x = -9t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 3$ .

**Вариант 14**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$а) \int \frac{x^2 dx}{x^6 + 1}, \quad б) \int_0^{\pi} x^2 \cos 4x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{3x - 10x^2 - x^3 + 15}{x^3(x+5)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области  $D$ , заданной границами

$$D: y = e^x, y = -x^3 e^x, x = 0, x = -1.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' + \frac{1}{x} y = 3x.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$2x'' + x' - x = 2e^x.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' + 5x' = 6te^{-t}$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = \frac{3}{4}$ ,  $x'(0) = -\frac{3}{4}$ .

**Вариант 15**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}, \quad \text{б) } \int_1^e \ln^2 x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{2 - x^2 - x}{(x + 2)^2(x + 1)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области  $D$ , заданной границами

$$D: y = x^2 - x^3, \quad y = 0.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + 4x' + 29x = \cos 2t.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' + 10x' + 16x = 16t + 26$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 3$ .

**Вариант 16**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{x^8 dx}{x^9 + 2}, \quad \text{б) } \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{6x^2 - x^3 + 4x - 12}{x^3(x-3)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = (x-1)^2, \quad y^2 = x-1.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = \frac{y^2}{x^2 + xy}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' - 7x' + 6x = te^t.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' - 4x' + 5x = e^{2t}$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 4$ .



**Вариант 17**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{\sin x \, dx}{\cos^2 x}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\arcsin 2x \, dx}{\sqrt{1-4x^2}}.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{x^3 - x^2 + 5x + 5}{x^3(x+1)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = x(x-1)^2, \quad y = 0.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' + \frac{1}{x}y = \frac{3}{x}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + 7x' + 12x = t^2.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' - 2x' + x = 2e^t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 3$ .

**Вариант 18**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2(\sqrt[3]{x}+3)}}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin x \cos x \, dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{5x - x^2 + 12}{(x+3)^2(x-1)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: xy = 4, y = x, x = 4.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = \frac{4xy}{4x^2 - y^2}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' - 2x' + 2x = \sin t.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $4x'' + 16x' + 15x = 19e^{-\frac{3}{2}t}$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = x'(0) = 0$ .

**Вариант 19**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\arcsin x \sqrt{1-x^2}}, \quad \text{б) } \int_0^1 x \sin^2 x \, dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{4x - x^2 - 3x^3 + 4}{x^3(x+1)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = (x-2)^3, \quad y = 4x - 8.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' + \frac{1}{x} y = \frac{1}{x^2}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + x' = 2t.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' - 2x' + x = te^t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = x'(0) = 0$ .

**Вариант 20**

**Задача № 1.** Вычислить интегралы:

$$а) \int \frac{\cos x - x \sin x}{(x \cos x)^2} dx, \quad б) \int_1^e \ln x dx.$$

**Задача № 2.** Вычислить интеграл с помощью представления подынтегральной функции в виде суммы простых дробей

$$\int \frac{10x - 2x^2}{(x-1)^2(x+1)} dx.$$

**Задача № 3.** Вычислить площадь области, заданной границами

$$D: y = \sqrt{4-x^2}, y = 0, x = 0, x = 1.$$

**Задача № 4.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = \frac{y}{x} - \cos^2 \frac{y}{x}.$$

**Задача № 5.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$x'' + 4x' + 3x = e^t.$$

**Задача № 6.** Для уравнения  $x'' + x = \sin 2t$  операционным способом решить задачу Коши, если  $x(0) = x'(0) = 0$ .