**Методические указания к контрольной работе  
«Моделирование случайных величин с заданным законом распределения»**

**Цель работы**  
  
Ознакомиться с элементарными вероятностными распределениями случайных величин и выполнить их имитацию с помощью ПО Matlab.

<https://www.mathworks.com/programs/trials/trial_request.html>

**Теоретические сведения**

**Моделирование случайных чисел в среде Matlab**

Изучение вероятностей и случайных (или стохастических) процессов остается важной проблемой, так как задачи реального мира содержат случайные отклонения. Такие отклонения приводят к возникновению неопределенных факторов, которые обычная математика не может описать даже приближенно. Вероятность события в классической теории вероятностей определяется как отношение частоты события к числу всех возможных исходов. Часто более удобно моделировать вероятность плотностью ее распределения как для дискретных, так и для непрерывных случайных систем. Во многих практических задачах вид функций плотностей вероятности, представляющих вероятностные распределения, известен.

В ЭВМ существуют встроенные генераторы случайных чисел.

В среде Matlab функция rand генерирует псевдослучайные числа с равномерным законом распределения из интервала (0,1).

Последовательности генерируются детерминированным алгоритмом, но ему можно задать начальный отсчет (число), которое позволит породить конкретную последовательность. Реализуется функцией 'seed'.

C помощью Matlab-функции rand можно получить:

- Одно число из интервала (0,1)>> rand

- Столбец из n равномерно распределенных на интервале (0,1) чисел >>а= rand (n,1)

- Строку из n равномерно распределенных на интервале (0,1) чисел >>a= rand (1,n)

- Матрицу размерностью n x n>> rand (n)

- Матрицу размерностью m x n>> rand (m,n)

**Моделирование случайных равномерно распределенных чисел в заданном интервале**

Чтобы породить случайные равномерно распределенные числа из произвольного интервала (а,b) нужно:

- Сформировать последовательность из n случайных чисел, равномерно распределенных на интервале (0,1);

- Задать границы интервала;

- Воспользоваться линейным преобразованием f

у = а + (b-а)\*х;

где x – выборка случайных чисел, равномерно распределенных на интервале (0,1).

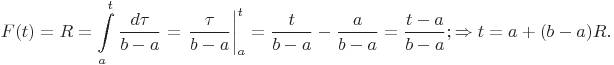
Элементы вектора у теперь будут принадлежать интервалу (а,b).

**Получение формулы для линейного преобразования методом обратных функций**.

Равномерно распределенная случайная величина в интервале (a,b) имеет функцию плотности

C:\Users\dizo\Desktop\DO SIBGUTI\2-2\Моделирование телекоммуникационных систем\img\kr.files\image002.jpg

Определим функцию распределения и приравняем случайному числу R, равномерно распределенному в интервале (0,1)



Если требуется сформировать выборку из N случайных чисел из интервала (a,b), то выражение перепишем в виде

**C:\Users\dizo\Desktop\DO SIBGUTI\2-2\Моделирование телекоммуникационных систем\img\kr.files\image004.jpg**

**Моделирование случайных чисел с заданным законом распределения**

**Нормальное распределение**

Функция randn генерирует массив со случайными элементами, распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием (m=0) и среднеквадратическим отклонением s, равным 1:

C помощью Matlab-функции randn можно получить:

- Одно случайное число, которое изменяется при каждом

последующем вызове и имеет нормальное распределение >>randn

- Столбец или строку из n случайных чисел,

распределенных по нормальному закону >>a= randn (1,n) или (n,1)

- Матрицу размерностью n x n>> randn (n)

- Матрицу размерностью m x n>> randn (m,n) или randn (n,m)

- Массив с элементами, значения которых распределены

по нормальному закону >>randn (m,n,p,..)

Чтобы получить столбец из n случайных чисел, нормально распределенных, с произвольными параметрами mx и sx нужно:

- сформировать столбец из n нормально распределенных случайных чисел, у которых m=0, s=1

- воспользоваться линейным преобразованием для получения выборки чисел с произвольными параметрами mx и sx:

>> у = m + s\*x;

**Экспоненциальное распределение**

Для того, чтобы получить экспоненциальное распределение, можно воспользоваться встроенной функцией exprnd.

Второй способ:

Так как экспоненциальное распределение связано с равномерным, его моделируют, используя генератор случайных чисел MATLAB rand. Чтобы промоделировать экспоненциальное распределение, у которого и среднее, и стандартное отклонение равны , можно использовать следующее соотношение, полученное по методу обратных функций:

y = - 1/L\*ln(x),

предполагая, что х имеет равномерное распределение на интервале (0,1).

Моделирование случайной величины с экспоненциальным распределением и заданным параметром L можно произвести, взяв за основу моделирование случайной величины с экспоненциальным распределением и параметром, равным единице. В этом случае:

- генерируют значения случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону с параметром L=1;

- находят произведение полученного значения и математического ожидания случайной величины, у которой L≠1. Математическое ожидание экспоненциально распределенной величины обратно пропорционально параметру L.

Для построения графиков функций используют команду cdfplot().

Для построения гистограммы – hist().

**Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

Титульный лист, цель работы, ход выполнения работы: полученные последовательности и графики по каждому заданию с соответствующими листингами программ.

**Контрольные вопросы**

1 Случайное событие. Вероятность случайного события. Полная группа событий.

2 Случайная величина. Определение. Числовые характеристики случайной величины.

3 Равномерное распределение. Функция распределения.

4 Нормальное распределение. Закон распределения.

5 Показательное распределение. Закон. Методы моделирования распределения.

**Вариант 2 для всех задач.**

**Задание 1**

**Моделирование случайных последовательностей** **чисел**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вар.0 | Вар.1 | Вар.2 | Вар.3 | Вар.4 | Вар.5 | Вар.6 | Вар.7 | Вар.8 | Вар.9 |
| Последовательность случайных чисел, n | Столбец n=6 | Столбец n=3 | Стро-ка n=5 | Матрица  n=4 | Матрица  n=3,  m=4 | Столбец n=10 | Стро-  ка n=20 | Матрица n=10 | Матрица n=5  m=8 | Строка n=10 |
| Закон распреде-ления | Нормальный | Равномерный | Нормальный | Равномерный | Нормальный | Равномерный | Нормальный | Равномерный | Нормальный | Равномерный |

Сгенерируйте последовательности из n случайных чисел, согласно вариантам, приведенным в Таблице 1:

Вывести на экран и записать значения последовательности.

**Задание 2**

**Равномерное распределение случайных последовательностей в заданном интервале**

1 Сформируйте n случайных чисел с равномерным распределением из интервала (Таблица 2)

2 Рассчитайте теоретическое значение математического ожидания случайной величины, равномерно распределенной в заданном интервале по варианту. Рассчитайте среднее значение величины y при трехкратном обращении к программе. Сравните результаты.

3 Постройте функцию распределения случайной величины из заданного интервала по сформированной выборке.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вар.0 | Вар.1 | Вар.2 | Вар.3 | Вар.4 | Вар.5 | Вар.6 | Вар.7 | Вар.8 | Вар.9 |
| n | 25 | 20 | 30 | 15 | 35 | 50 | 20 | 15 | 30 | 50 |
| Интервал | [-2;7] | [–1; 1.1] | [–0.2; 2.2] | [–3; 3.3] | [–4.4; 6.6] | [–5, 5.5] | [–6.6, –3.3] | [–7,8] | [–8, 8.8] | [–9,9] |

Таблица 2

**Задание 3**

**Моделирование нормального распределения**

Сформируйте выборку из n нормально распределенных случайных чисел со средним отклонением m, стандартным отклонением s (Таблица 3). Постройте гистограмму и занесите ее в отчет.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вар.0 | Вар.1 | Вар.2 | Вар.3 | Вар.4 | Вар.5 | Вар.6 | Вар.7 | Вар.8 | Вар.9 |
| N | 1500 | 1000 | 3000 | 1500 | 2000 | 1000 | 1000 | 2000 | 1500 | 3000 |
| m | 3 | 4 | 0 | 5 | 6 | 8 | 10 | 15 | 4 | 6 |
| s | 6 | 5 | 1 | 10 | 4 | 5 | 8 | 3 | 5 | 20 |

**Задание 4**

**Моделирование экспоненциальных распределений**

Сформируйте N случайных чисел с экспоненциальным распределением и заданным параметром L двумя способами:

1. методом обратных функций;

2. с помощью встроенной функции exprnd.

Постройте гистограммы функции и сравните результаты.

Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вар.0 | Вар.1 | Вар.2 | Вар.3 | Вар.4 | Вар.5 | Вар.6 | Вар.7 | Вар.8 | Вар.9 |
| N | 800 | 2000 | 400 | 5000 | 500 | 500 | 1000 | 5000 | 800 | 500 |
| L | 0.25 | 0.2 | 0.1 | 0.5 | 0.96 | 0.25 | 0.8 | 0.1 | 0.6 | 0.3 |

Следует обратить внимание, что аргументами функции exprnd являются равномерно распределенная в интервале [0,1] последовательность чисел и величина математического ожидания (1/L) экспоненциального распределения.