

Домашняя Контрольная работа № 1

Kodune Kontrolltöö № 1

Функции нескольких переменных

Mitme muutuja funktsioon

100% = 100p

- I. (10p) Определить естественную область определения функции и изобразить графически.

Leida ja kujunda antud funktsiooni määramispiirkond.

1. $u = \frac{z}{x+y}$

2. $z = \arcsin(3-x^2-y^2)$

3. $z = \sqrt{9-x^2-y^2}$

4. $z = \ln(x-y)$

5. $u = \frac{3z}{x-y}$

6. $z = \sqrt{2+x^2+y^2}$

7. $z = \ln(2x+y)$

8. $z = \sqrt{x-2y}$

9. $z = \arccos(2-x^2-y^2)$

10. $z = \frac{x}{y-1}$

11. $u = \ln xy$

12. $u = \arcsin \frac{y-2}{x}$

13. $u = \ln \frac{x}{y}$

14. $z = \sqrt{x+2y}$

15. $u = \ln x - y^2$

16. $u = \arctan \frac{x}{y-x}$

17. $z = 2x - y + \arcsin \frac{x}{2}$

18. $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

II. (10p) Найти частные производные функции по каждой из независимых переменных.

Leida funktsiooni osatuletised iga muutuja järgi.

1. $u = x^{\frac{y}{z}}$

2. $u = x^{\frac{y}{z}}$

3. $u = xyz$

4. $z = e^{\frac{x}{y}}$

5. $z = x^y$

6. $z = \arctan \frac{x}{y}$

7. $z = xy \ln(x+y)$

8. $z = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{y}{x}}$

9. $z = (1+xy)^y$

10. $z = \ln\left(x + \frac{y}{2x}\right)$

11. $z = \log_x y$

12. $z = e^{\frac{y^2}{x}}$

13. $z = \sin xy - \cos \frac{x}{y}$

14. $z = 5^{\frac{x}{y}}$

15. $z = 2^{\sin xy} xy$

16. $z = \arctan \frac{y}{\sqrt{x}}$

17. $z = 3^{\sin xy}$

18. $z = \arcsin xy + \cos \frac{x}{y}$

III. (10p) Найти частные дифференциалы функции по каждой из независимых переменных (функцию см. Задание I).

Leida funktsiooni osadiferentsiaalid iga sõltumatu muutuja järgi (funktsioon vt ÜI I)

IV. (10p) Найти полный дифференциал функции.

Leida funktsiooni täisdiferentsiaal.

1. $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$

2. $z = x \sin y + y \sin x$

3. $u = x + ye^{\frac{x}{y}}$

4. $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$

5. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

6. $z = e^x \cos y - e^y \sin x$

7. $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$

8. $u = e^{xy}$

9. $u = \frac{z}{x^2 + y^2}$

10. $u = \ln(x + y^2)$

11. $u = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

12. $z = \arctan \frac{y}{x}$

13. $u = x \arctan y$

14. $z = (x + \log_y x)^4$

15. $u = \ln(xy + \ln z)$

16. $z = \tan(x^2 + y^3 + z^4)$

17. $u = \arctan(xy + 1)$

18. $u = \log\left(xy^2 - \frac{1}{z}\right)$

V. (10p) Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

Arvutada ligikaudselt diferentsiaali abil.

1. $1,03^{3,001}$

2. $0,97^{2,02}$

3. $1,003^{2,07}$

4. $\sqrt{6,03^2 + 8,04^2}$

5. $1,02^{3,05}$

6. $\sqrt{4,02^2 + 3,001^2}$

7. $0,96^{3,01}$

8. $\sqrt{2,01^3 + 3,01^2}$

9. $1,04^{2,03}$

10. $0,98^{2,05}$

11. $1,02^{4,01}$

12. $\sqrt{4,02^2 + 3,01^2}$

13. $1,02^{4,001}$

14. $1,001^{1,03}$

15. $\sqrt{3,98^2 + 3,01^2}$

16. $1,007^{3,02}$

17. $0,98^{2,01}$

18. $\sqrt{4,02^2 + 2,97^2}$

VI. (10p) Найти производную сложной функции.

Leida liitfunktsiooni tuletis.

1. $u = e^{x-2y}$, $x = \sin t$, $y = t^3$; $\frac{du}{dt} = ?$
2. $u = e^{x-2y}$, $x = \cos t$, $y = t^2$; $\frac{du}{dt} = ?$
3. $u = e^{x+y}$, $x = \sin 2t$, $y = t^3$; $\frac{du}{dt} = ?$
4. $u = z^2 + y^2 + zy$, $z = \sin t$, $y = e^t$; $\frac{du}{dt} = ?$
5. $u = z^2 - y^2 + zy$, $z = \cos t$, $y = e^{-t}$; $\frac{du}{dt} = ?$
6. $z = \sin(3u + 2v - 4w)$, $u = 2x^3$, $v = 3x^2$, $w = x^4$; $\frac{dz}{dx} = ?$
7. $u = z^2 + y^2 + zy$, $z = \cos t$, $y = e^{2t}$; $\frac{du}{dt} = ?$
8. $z = \cos(3u + 2v - 4w)$, $u = x^3$, $v = 3x^2$, $w = 2x^4$; $\frac{dz}{dx} = ?$
9. $u = \sin \frac{x}{y}$, $x = e^t$, $y = t^2$; $\frac{du}{dt} = ?$
10. $u = z^2 + y^2 + zy$, $z = \sin x$, $y = e^x$; $\frac{du}{dx} = ?$
11. $u = e^{z-2y}$, $z = \sin x$, $y = x^3$; $\frac{du}{dx} = ?$
12. $z = \ln(e^x + e^t)$, $x = t^3$; $\frac{dz}{dt} = ?$
13. $\rho = u^2 \ln v$, $u = \frac{x}{y}$, $v = 3x - 2y$; $\frac{\partial \rho}{\partial x} = ?$
14. $\rho = u^2 \ln v$, $u = \frac{x}{y}$, $v = 3x - 2y$; $\frac{\partial \rho}{\partial y} = ?$
15. $z = \arcsin \frac{x}{y}$, $y = \sqrt{x^2 + 1}$; $\frac{dz}{dx} = ?$
16. $z = \tan(3t + 3x^2 - y)$, $x = \frac{1}{t}$, $y = \sqrt{t}$; $\frac{dz}{dt} = ?$
17. $z = \arctan(xy)$, $y = e^x$; $\frac{dz}{dx} = ?$
18. $z = \arccos(xy)$, $x = e^y$; $\frac{dz}{dy} = ?$

VII. (10p) Найти производную от функции, заданной неявно.

Leida ilmutamata kujul antud funktsiooni tuletis.

1. $x^3 y - y^3 x = 16$, $\frac{dy}{dx} = ?$

- | | |
|------------------------------------|---------------------|
| 2. $x^2y^2 - x^4 - y^4 = 4,$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 3. $xe^y + ye^x = 0,$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 4. $xe^y + ye^x - e^{xy} = 0,$ | $\frac{dx}{dy} = ?$ |
| 5. $\sin(xy) - e^{xy} - x^2y = 0,$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 6. $\cos(xy) + e^{xy} - xy^2 = 0,$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 7. $\sin(xy) - e^{xy} - x^2y = 0,$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 8. $\ln y - xy = 3$ | $\frac{dx}{dy} = ?$ |
| 9. $xy - \ln y = 1$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 10. $e^y = yx^2$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 11. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 12. $x^3y - y^3x = 16,$ | $\frac{dx}{dy} = ?$ |
| 13. $xe^y + ye^x = 0,$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 14. $\ln y - xy = 3$ | $\frac{dy}{dx} = ?$ |
| 15. $e^y = yx^2$ | $\frac{dx}{dy} = ?$ |
| 16. $uv = -\ln(uv)$ | $\frac{dv}{du} = ?$ |
| 17. $x \sin y + \cos 2y = \cos y$ | $y'_x = ?$ |
| 18. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 1$ | $z'_y = ?$ |

VIII. (30p) Исследовать на экстремум функцию.

Leida funktsiooni maksimumid ja miinimumid.

1. $z = 2x^3 + 2y^3 - 36xy + 430.$
2. $z = 14x^3 + 27xy^2 - 69x - 54y.$
3. $z = \frac{x^2}{2} + 2xy + \frac{y^2}{2} - 4x - 5y.$

4. $z = 2x^2 + 4y^2 + y - xy.$
5. $u = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1.$
6. $z = x^2 - y^2.$
7. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y.$
8. $z = x^2 y(4 - x - y).$
9. $z = e^{-x^2 - y^2} (2x^2 + 3y^2).$
10. $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2.$
11. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$
12. $\rho = 2xy - 2x - 4y.$
13. $z = x^3 + xy^2 + 6xy.$
14. $\varphi = (x^2 + y)\sqrt{e^y}.$
15. $q = 3 \ln \frac{x}{6} + 2 \ln y + \ln(12 - x - y).$
16. $\varphi = x^3 + y^3 - 9xy + 27.$
17. $r = 3xy.$
18. $v = xy(4 - x - y).$