**Теоретические сведения**

**Моделирование случайных чисел в среде Matlab**

Изучение вероятностей и случайных (или стохастических) процессов остается важной проблемой, так как задачи реального мира содержат случайные отклонения. Такие отклонения приводят к возникновению неопределенных факторов, которые обычная математика не может описать даже приближенно. Вероятность события в классической теории вероятностей определяется как отношение частоты события к числу всех возможных исходов. Часто более удобно моделировать вероятность плотностью ее распределения как для дискретных, так и для непрерывных случайных систем. Во многих практических задачах вид функций плотностей вероятности, представляющих вероятностные распределения, известен.

В ЭВМ существуют встроенные генераторы случайных чисел.

В среде Matlab функция rand генерирует псевдослучайные числа с равномерным законом распределения из интервала (0,1).

Последовательности генерируются детерминированным алгоритмом, но ему можно задать начальный отсчет (число), которое позволит породить конкретную последовательность. Реализуется функцией 'seed'.

C помощью Matlab-функции rand можно получить:

- Одно число из интервала (0,1) >>rand

- Столбец из n равномерно распределенных на интервале (0,1) чисел >>а= rand (n,1)

- Строку из n равномерно распределенных на интервале (0,1) чисел >>a= rand (1,n)

- Матрицу размерностью n x n >>rand (n)

- Матрицу размерностью m x n >>rand (m,n)

**Моделирование случайных равномерно распределенных чисел в заданном интервале**

Чтобы породить случайные равномерно распределенные числа из произвольного интервала (а,b) нужно:

- Сформировать последовательность из n случайных чисел, равномерно распределенных на интервале (0,1);

- Задать границы интервала;

- Воспользоваться линейным преобразованием C:\Users\Stepanov.VV\Desktop\image001.png

у = а + (b-а)\*х;

где x – выборка случайных чисел, равномерно распределенных на интервале (0,1).

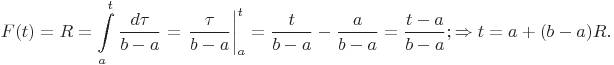
Элементы вектора у теперь будут принадлежать интервалу (а,b).

**Получение формулы для линейного преобразования методом обратных функций**.

Равномерно распределенная случайная величина в интервале (a,b) имеет функцию плотности

C:\Users\Stepanov.VV\Desktop\image002.jpg

Определим функцию распределения и приравняем случайному числу R, равномерно распределенному в интервале (0,1)



Если требуется сформировать выборку из N случайных чисел из интервала (a,b), то выражение перепишем в виде

C:\Users\Stepanov.VV\Desktop\image004.jpg

**Моделирование случайных чисел с заданным законом распределения**

**Нормальное распределение**

Функция randn генерирует массив со случайными элементами, распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием (m=0) и среднеквадратическим отклонением s, равным 1:

C помощью Matlab-функции randn можно получить:

- Одно случайное число, которое изменяется при каждом

последующем вызове и имеет нормальное распределение >>randn

- Столбец или строку из n случайных чисел,

распределенных по нормальному закону >>a= randn (1,n) или (n,1)

- Матрицу размерностью n x n >>randn (n)

- Матрицу размерностью m x n >>randn (m,n) или randn (n,m)

- Массив с элементами, значения которых распределены

по нормальному закону >> randn (m,n,p,..)

Чтобы получить столбец из n случайных чисел, нормально распределенных, с произвольными параметрами mx и sx нужно:

- сформировать столбец из n нормально распределенных случайных чисел, у которых m=0, s=1

- воспользоваться линейным преобразованием для получения выборки чисел с произвольными параметрами mx и sx:

>> у = m + s\*x;

**Экспоненциальное распределение**

Для того, чтобы получить экспоненциальное распределение, можно воспользоваться встроенной функцией exprnd.

Второй способ:

Так как экспоненциальное распределение связано с равномерным, его моделируют, используя генератор случайных чисел MATLAB rand. Чтобы промоделировать экспоненциальное распределение, у которого и среднее, и стандартное отклонение равны , можно использовать следующее соотношение, полученное по методу обратных функций:

y = - 1/L\*ln(x),

предполагая, что х имеет равномерное распределение на интервале (0,1).

Моделирование случайной величины с экспоненциальным распределением и заданным параметром L можно произвести, взяв за основу моделирование случайной величины с экспоненциальным распределением и параметром, равным единице. В этом случае:

- генерируют значения случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону с параметром L=1;

- находят произведение полученного значения и математического ожидания случайной величины, у которой L≠1. Математическое ожидание экспоненциально распределенной величины обратно пропорционально параметру L.

Для построения графиков функций используют команду cdfplot().

Для построения гистограммы – hist().

**Задание 1**

**Моделирование случайных последовательностей** **чисел**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вар.0 | Вар.1 | Вар.2 | Вар.3 | Вар.4 | Вар.5 | Вар.6 | Вар.7 | Вар.8 | Вар.9 |
| Последовательность случайных чисел, n | Столбец n=6 | Столбец n=3 | Стро-ка n=5 | Матрица  n=4 | Матрица  n=3,  m=4 | Столбецn=10 | Стро-  ка n=20 | Матрицаn=10 | Матрицаn=5  m=8 | Строка n=10 |
| Закон распреде-ления | Нормальный | Равномерный | Нормальный | Равномерный | Нормальный | Равномерный | Нормальный | Равномерный | Нормальный | Равномерный |

Сгенерируйте последовательности из n случайных чисел, согласно вариантам, приведенным в Таблице 1:

Вывести на экран и записать значения последовательности.

**Задание 2**

**Равномерное распределение случайных последовательностей в заданном интервале**

1 Сформируйте n случайных чисел с равномерным распределением из интервала (Таблица 2)

2 Рассчитайте теоретическое значение математического ожидания случайной величины, равномерно распределенной в заданном интервале по варианту. Рассчитайте среднее значение величины y при трехкратном обращении к программе. Сравните результаты.

3 Постройте функцию распределения случайной величины из заданного интервала по сформированной выборке.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вар.0 | Вар.1 | Вар.2 | Вар.3 | Вар.4 | Вар.5 | Вар.6 | Вар.7 | Вар.8 | Вар.9 |
| n | 25 | 20 | 30 | 15 | 35 | 50 | 20 | 15 | 30 | 50 |
| Интервал | [-2;7] | [–1; 1.1] | [–0.2; 2.2] | [–3; 3.3] | [–4.4; 6.6] | [–5, 5.5] | [–6.6, –3.3] | [–7,8] | [–8, 8.8] | [–9,9] |

**Задание 3**

**Моделирование нормального распределения**

Сформируйте выборку из n нормально распределенных случайных чисел со средним отклонением m, стандартным отклонением s (Таблица 3). Постройте гистограмму и занесите ее в отчет.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вар.0 | Вар.1 | Вар.2 | Вар.3 | Вар.4 | Вар.5 | Вар.6 | Вар.7 | Вар.8 | Вар.9 |
| N | 1500 | 1000 | 3000 | 1500 | 2000 | 1000 | 1000 | 2000 | 1500 | 3000 |
| m | 3 | 4 | 0 | 5 | 6 | 8 | 10 | 15 | 4 | 6 |
| s | 6 | 5 | 1 | 10 | 4 | 5 | 8 | 3 | 5 | 20 |

**Задание 4**

**Моделирование экспоненциальных распределений**

Сформируйте N случайных чисел с экспоненциальным распределением и заданным параметром L двумя способами:

1. методом обратных функций;

2. с помощью встроенной функции exprnd.

Постройте гистограммы функции и сравните результаты.

Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Вар.0 | Вар.1 | Вар.2 | Вар.3 | Вар.4 | Вар.5 | Вар.6 | Вар.7 | Вар.8 | Вар.9 |
| N | 800 | 2000 | 400 | 5000 | 500 | 500 | 1000 | 5000 | 800 | 500 |
| L | 0.25 | 0.2 | 0.1 | 0.5 | 0.96 | 0.25 | 0.8 | 0.1 | 0.6 | 0.3 |

Следует обратить внимание, что аргументами функции exprnd являются равномерно распределенная в интервале [0,1] последовательность чисел и величина математического ожидания (1/L) экспоненциального распределения.

**Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

Титульный лист, цель работы, ход выполнения работы: полученные последовательности и графики по каждому заданию с соответствующими листингами программ.

Номер варианта Вашего индивидуального задания контрольной работы соответствует последней цифре Вашего пароля. Результаты выполненной контрольной работы должны включать текст заданий, соответствующий именно Вашему варианту, скриншоты полученных результатов задания. Текст, математические формулы и графики рекомендуем выполнять средствами Microsoft Word.

**Контрольные вопросы**

1 Случайное событие. Вероятность случайного события. Полная группа событий.

2 Случайная величина. Определение. Числовые характеристики случайной величины.

3 Равномерное распределение. Функция распределения.

4 Нормальное распределение. Закон распределения.

5 Показательное распределение. Закон. Методы моделирования распределения.