1. Найти область сходимости степенного ряда



1. Разложить функцию в ряд Фурье на данном отрезке (период *Т*)



1. Начертить область на комплексной плоскости по данным условиям:

, , , .

1. Вычислить интеграл по дуге  от точки  до точки 

, -прямая,  , 

1. Найти частное решение дифференциального уравнения с заданными начальными условиями операторным методом



Решения следует излагать, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения. Текст, математические формулы и чертежи выполнять средствами Microsoft Word.

# Пример решения:

1. Найти область сходимости степенного ряда



**Решение.** Данный степенной ряд имеет вид 

Найдем радиус сходимости ряда R по формуле Даламбера:





.

Здесь использован 2-й замечательный предел ( )

Таким образом, интервал сходимости ряда:

.

Проверим сходимость ряда на концах интервала. Используем для этого формулу Стирлинга, верную для достаточно больших n:



При  получим числовой ряд



Сравним его с рядом



Этот знакочередующийся ряд сходится по признаку Лейбница.

При  получим числовой ряд



Аналогично, сравним его с рядом



Этот ряд расходится (Как Вы думаете - почему?)

*Окончательно, получим область сходимости данного ряда:*

 или 

1. Разложить функцию в ряд Фурье на данном отрезке (период *Т*)



**Решение.**

Формула разложения в ряд Фурье в интервале 



Определим коэффициенты разложения.



****

Первый интеграл равен нулю, как интеграл от нечётной функции на интервале, симметричном относительно начала координат.



Второй интеграл – от чётной функции.



Таким образом, 



Второй интеграл равен нулю, как интеграл от нечётной функции на интервале, симметричном относительно начала координат.



Первый интеграл – от чётной функции – найдём с помощью интегрирования по частям:











Заметим, что .



Подставим найденные коэффициенты в основную формулу



**Ответ.**

*Разложение данной функции в ряд Фурье на интервале  имеет вид*



1. Начертить область на комплексной плоскости по данным условиям:

**; ; ; .**

**Решение.**

 Условие  определяет внешность круга радиуса 3 с центром в точке 0.

Условие **** определяет внутренность угла, образованного лучами, исходящими из точки 0, под углами **** и **** к положительному направлению действительной оси.

Условие **** определяет левую полуплоскость от вертикальной прямой **.**

Наконец, условие **** определяет горизонтальную полосу между прямыми **** и ****

Учитывая все данные неравенства, получим область, затемненную на последнем чертеже.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

4. Вычислить интеграл по дуге  от точки  до точки  вдоль линии 



 ***Решение.***

 Заметим, что

$$z=x+iy, \overbar{z}=x-iy, Im\overbar{z}=-y, dz=dx+idy.$$

 Тогда



 Учитывая, что интегрирование ведется по линии , получим



=



***Ответ***: .

5. Найти частное решение дифференциального уравнения с заданными начальными условиями операторным методом



***Решение.***

Пусть , т.е. оригинал x(t) имеет изображением X(p). Тогда .

И операторное уравнение имеет вид:

.

Решая его, получим

; .

Восстановим оригинал

.

Таким образом, частное решение дифференциального уравнения с заданными начальными условиями .

***Ответ*:** .