

№ 3761

**681.5
Т 338**

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания

**НОВОСИБИРСК
2010**

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

681.5
Т 338

№ 3761

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания
к лабораторным работам № 6–9
для студентов факультета мехатроники и автоматизации
заочного факультета
и института дистанционного образования

НОВОСИБИРСК
2010

УДК 681.5.01(076.5)
Т 338

Составили:

д-р техн. наук, профессор *В.Н. Аносов*
канд. техн. наук, доцент *В.В. Наумов*

Рецензент канд. техн. наук *В.М. Кавешников*

Работа подготовлена кафедрой электропривода
и автоматизации промышленных установок

© Новосибирский государственный
технический университет, 2010

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

- Лабораторные работы проводятся в компьютерном классе с использованием метода структурного моделирования динамических объектов программы «**MATLAB 6.5 / SIMULINK 5**».

- Перед выполнением лабораторных работ каждая подгруппа должна быть разделена на бригады, состоящие из двух человек. Каждой бригаде присваивается определённый номер с 1 по 6-й, который в течение всего лабораторного практикума будет определять номер варианта параметров каждой лабораторной работы.

- К лабораторным работам допускаются студенты, освоившие метод структурного моделирования «**SIMULINK 5**», изучившие теоретический материал по теме работы и подготовившие основу отчёта по предстоящей лабораторной работе.

- Отчёт должен содержать:

- 1) цель работы (приведена в методических указаниях);
- 2) программу подготовки к лабораторной работе (если она предусмотрена методическими указаниями);
- 3) программу работы;
- 4) программу проверки результатов исследования (там, где она предусмотрена методическими указаниями).

Все пункты программы подготовки к лабораторной работе выполняются при составлении основы отчёта на предстоящую лабораторную работу.

Каждый пункт программы работы помимо текста задания должен содержать:

- 1) исходные данные (дифференциальные уравнения, передаточные функции, структурные схемы, значения параметров и схемы моделей исследуемых объектов);
- 2) результаты исследований (таблицы регистрируемых параметров, графики переходных процессов, частотных характеристик, фазовых портретов и т. п.);
- 3) выводы (в основе отчёта им оставляется место).

Программа проверки результатов исследования выполняется дома или в лаборатории, после того как выполнена лабораторная работа.

Все необходимые расчёты должны быть сделаны в самом отчёте там, где они требуются.

ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЁТА

- Отчёт выполняется в виде пояснительной записки на листах белой или линованной бумаги формата А4.
- Титульный лист отчёта приведён в приложении.
- Текст, таблицы, графики и прочее следует делать либо от руки, либо с применением любого технического средства. Разный стиль оформления не допускается.
- Размещение текста на странице: левое поле 2.5, правое 1.5, верхнее 2.0 и нижнее 2 см.
- В тексте не разрешается сокращать слова и фразы, кроме общепринятых (т. п., т. е., стр., САУ, ТАУ и др.).
- Расчётные действия необходимо предварять соответствующими пояснениями.
- Расчёты должны производиться по формулам. Сначала формула записывается в буквенном виде, потом вместо каждого буквенного обозначения подставляется его численное значение, а затем записывается результат вычисления.
- На защиту лабораторной работы отчёт представляется в полностью оформленном и сшитом (переплетённом) виде.

Подробнее с требованиями к оформлению пояснительных записок можно ознакомиться в **ГОСТ 2.105 – 95**.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Воронов А.А., Титов В.К., Новогранов Б.Н.* Основы теории автоматического регулирования и управления: учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1977. – 519 с.
2. *Теория автоматического управления: учебник для вузов. В 2 ч. Ч. 2. Теория нелинейных и специальных систем управления / Н.А. Бабанов, А.А. Воронов, А.А. Воронова и др.; под ред. А.А. Воронова.* – М.: Высшая школа, 1997. – 288 с.
3. *Иващенко Н.Н.* Автоматическое регулирование: учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 1973. – 442 с.
4. *Топчиев Ю.И.* Атлас для проектирования систем автоматического регулирования. – М.: Машиностроение, 1989. – 752 с.
5. *Программа «MATLAB 6.5 / SIMULINK 5»:* учеб. пособие / В.Н. Аносов, В.В. Наумов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 104 с.

6. *Гринкевич Д.Я.* Система структурного моделирования динамических объектов MATLAB 6.0: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 79 с.

7. *Теория* автоматического управления: учеб. пособие для вузов. Ч. 2. Нелинейные системы, системы при случайных воздействиях / под ред. А.В. Нетушила. – М.: Высшая школа, 1972. – 350 с.

8. *Иванов В.А., Ющенко А.С.* Теория дискретных систем автоматического управления. – М.: Наука, 1977. – 336 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ ЗВЕНЬЕВ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Методом структурного моделирования снять отдельные и найти общие статические характеристики при параллельном и последовательном соединении двух заданных нелинейных звеньев (элементов), а также при охвате одного нелинейного элемента другим с отрицательной и положительной обратной связью.

Исследовать влияние чередования нелинейных элементов на вид общей статической характеристики.

Исследовать влияние параметров нелинейных звеньев на общую статическую характеристику.

Проверить полученные результаты графическими методами нахождения общей статической характеристики для трёх заданных соединений нелинейных элементов.

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Статической характеристикой элемента или системы называется зависимость выходной величины от входного воздействия в установившемся режиме.

По виду статические характеристики элементов САУ делятся на три типа: линейные (рис. 6.1, *а*), несущественно-нелинейные (рис. 6.1, *б*) и существенно-нелинейные (рис. 6.1, *в*).

Если все звенья системы имеют линейные статические характеристики, то САУ называются линейными. Несущественно-нелинейные статические характеристики в некоторых случаях (при малых отклонениях ($\pm \Delta X_{\text{вх}}$) от точки характерного режима (точка *A*)) можно представить линейным отрезком *ab* (*ab* – касательная к статической характеристике в точке *A*), т. е. линеаризовать несущественную нелинейность (рис. 6.1, *б*).

Если система состоит только из линейных и линеаризованных несущественно-нелинейных элементов, то она относится к классу линейных САУ. Анализ и синтез таких систем осуществляется методами теории линейных САУ.

Если в состав САУ входит хотя бы один элемент с существенно-нелинейной статической характеристикой, то такая система называется

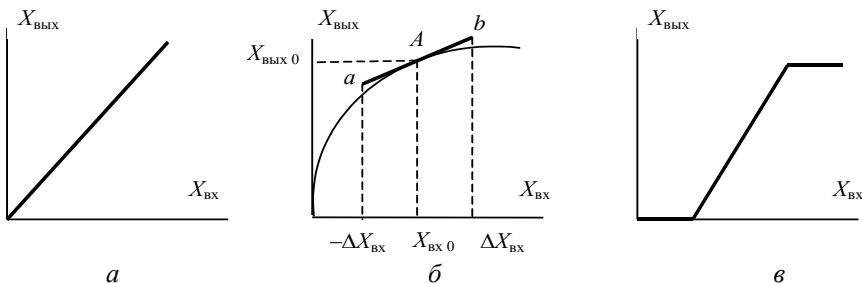


Рис. 6.1

нелинейной системой автоматического управления. Существенно-нелинейные статические характеристики элементов САУ не могут быть линеаризованы, так как это приводит к кардинальному искажению свойств системы. Исследование и синтез таких систем может осуществляться только методами теории нелинейных САУ.

Нелинейную систему, так же как и линейную, принято для наглядности и удобства расчётов представлять в виде структурной схемы. Нелинейные элементы представляются так же, как и линейные, прямоугольниками с подходящими и отходящими стрелками, а внутри прямоугольника изображается вид нелинейности.

Если в структурной схеме имеются несколько линейных и несколько нелинейных звеньев, соединённых между собой, то для приведения структурной схемы к расчётному виду её требуется преобразовать. Группа линейных звеньев, соединённых между собой, преобразовывается по известным из теории линейных САУ правилам к одному звену с общей передаточной функцией линейной части системы ($W_{\text{лч}}(p)$). Общую статическую характеристику нелинейных элементов, также соединённых между собой ($H_{\text{Эобщ}}$), можно найти только графическими методами.

Рассмотрим подробнее графические методы нахождения общей статической характеристики для трёх типов соединения нелинейных элементов.

Методика нахождения общей статической характеристики при параллельном соединении нелинейных элементов

На рис. 6.2, *а* приведена структурная схема параллельного соединения двух нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2, а на рис. 6.2, *б* показано определение общей статической характеристики.

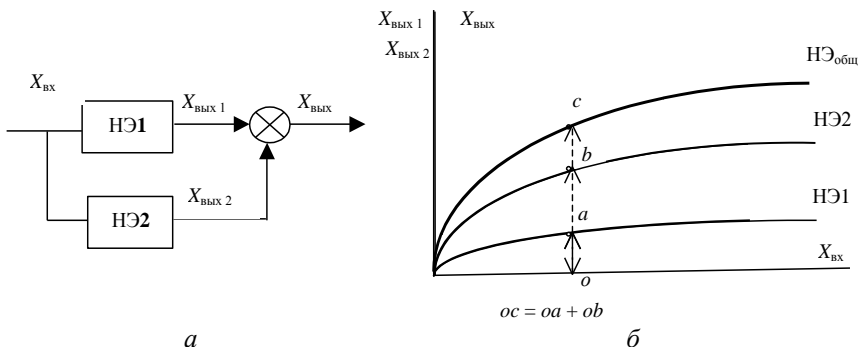


Рис. 6.2

Для этого необходимо построить характеристики всех параллельно соединенных нелинейных элементов в одной координатной системе и в одном масштабе с учётом знака их выходных величин. Затем, алгебраически просуммировав их ординаты, получить общую характеристику эквивалентного нелинейного звена.

На рис. 6.2, а выходные величины обоих нелинейных элементов имеют один знак, поэтому достаточно ординаты характеристик НЭ1 и НЭ2, изображённых на рис. 6.2, б просуммировать и в результате получить общую статическую характеристику двух параллельно соединённых звеньев НЭ_{общ}.

Методика нахождения общей статической характеристики при последовательном соединении нелинейных элементов

На рис. 6.3, а приведена структурная схема последовательного соединения двух нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2, а на рис. 6.3, б показано определение общей статической характеристики.

Определение общей статической характеристики при последовательном соединении нелинейных элементов осуществляется в четырёх квадрантах.

В первом квадранте строится статическая характеристика первого нелинейного элемента. По оси абсцисс откладывается входная величина последовательно соединённых элементов $X_{вх}$; по оси ординат – выходная величина первого элемента $X_{вых1}$. Во втором квадранте при повернутых осях координат на 90° строится статическая характеристика второго нелинейного элемента. По оси абсцисс этого квадранта

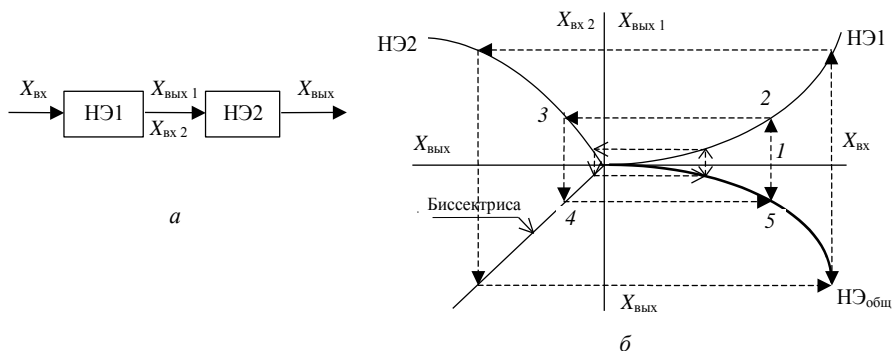


Рис. 6.3

откладывается входная величина второго нелинейного элемента $X_{вх2} = X_{вых1}$, а по оси ординат – выходная величина второго нелинейного элемента и соединения в целом $X_{вых}$.

Теперь, задаваясь рядом значений $X_{вх}$, можно во втором повернутом квадранте найти ряд выходных значений этого соединения $X_{вых}$.

Далее можно поступить двояко. Либо построить общую статическую характеристику в отдельной координатной системе $X_{вых} = f(X_{вх})$, используя найденные значения $X_{вых}$ и соответствующие им значения $X_{вх}$, либо воспользоваться четвертым квадрантом. Для этого необходимо найденные значения $X_{вых}$ перенести из второго квадранта в четвертый. Перенос можно сделать с помощью биссектрисы, построенной в третьем квадранте.

На рис. 6.3, б цифрами 1, 2, 3, 4, 5 и стрелками показано определение точки 5, принадлежащей общей статической характеристике двух последовательно соединенных нелинейных элементов.

Методика нахождения общей статической характеристики при охвате одного нелинейного элемента отрицательной или положительной обратной связью, включающей другой нелинейный элемент

На рис. 6.4, а приведена структурная схема при охвате одного нелинейного элемента НЭ1 отрицательной обратной связью с другим нелинейным элементом НЭ2, а на рис. 6.4, б показано определение общей статической характеристики.

Определение общей статической характеристики контура, состоящего из двух нелинейных элементов с отрицательной (положительной)

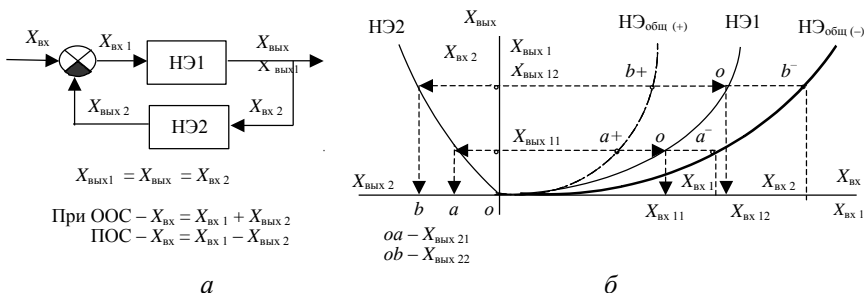


Рис. 6.4

обратной связью, осуществляется в двух квадрантах. В первом квадранте строится нелинейная характеристика элемента НЭ1, во втором, повернутом на 90° – нелинейная характеристика элемента НЭ2.

Для нахождения общей статической характеристики с отрицательной обратной связью задаемся рядом значений выходной величины контура $X_{\text{вых}} = X_{\text{вых}1} = X_{\text{вых}2}$. На рис. 6.4, б для иллюстрации метода взяты два значения выходной величины $X_{\text{вых}11}$ (точка 1) и $X_{\text{вых}12}$ (точка 2). Подробнее покажем нахождение точки a^- , принадлежащей общей статической характеристике при отрицательной обратной связи.

Для этого из точки 1 проводим вправо линию (пунктирную) до статической характеристики НЭ1 и опускаем перпендикуляр на ось абсцисс первого квадранта. Это позволяет найти $X_{\text{вх}11}$ – входное значение НЭ1 при $X_{\text{вых}11}$. Далее, из точки 1 теперь влево проводим пунктирную линию до статической характеристики НЭ2 и опускаем перпендикуляр на ось $X_{\text{вых}2}$. Отрезок oa соответствует выходной величине НЭ2 ($X_{\text{вых}21}$).

При отрицательной обратной связи для точки 1 (см. рис. 6.4, а):

$$X_{\text{вх}11} = X_{\text{вх}} - X_{\text{вых}21}.$$

Значения $X_{\text{вх}11}$ и $X_{\text{вых}21}$ найдены в предыдущих расчетах. Отсюда

$$X_{\text{вх}} = X_{\text{вх}11} + X_{\text{вых}21}.$$

Найдем эту сумму графически. Для этого продолжим линию $X_{\text{вых}11}$ вправо и на ней отложим отрезок oa^- (символ минус говорит об отрицательной обратной связи). Из точки a^- опустим перпендикуляр и получим значение $X_{\text{вх}1}$. Отсюда следует, что точка a^- принадлежит общей статической характеристике рассматриваемого контура при отрицательной обратной связи НЭ_{общ(-)}.

На рис. 6.4, б также найдена точка b^- для $X_{\text{вых}12}$.

Используя приведённую методику, можно найти любое число точек, принадлежащих $H\mathcal{E}_{\text{общ}(-)}$, соединив которые получим общую статическую характеристику $H\mathcal{E}_{\text{общ}(-)}$ при отрицательной обратной связи.

При положительной обратной связи определение общей статической характеристики производится аналогично, только отрезки oa и ob не складываются с $X_{\text{вх}11}$ и $X_{\text{вх}12}$, а вычитаются из них. На рис. 6.4, b общая статическая характеристика при положительной обратной связи $H\mathcal{E}_{\text{общ}(+)}$ изображена пунктиром.

Для приведения структурной схемы нелинейной САУ к расчётному виду можно, так же как и для линейных систем, пользоваться дополнительными правилами преобразования. Однако наличие в системе нелинейных элементов несколько ограничивает возможности структурных преобразований в нелинейных системах. Это вызвано тем, что к нелинейным САУ не применимы принципы наложения и коммутативности. Невыполнение принципа наложения исключает возможность переноса нелинейного элемента через элемент суммирования, а невыполнение принципа коммутативности – перенос одного нелинейного элемента через другой нелинейный элемент, а также перестановку нелинейного элемента и инерционного линейного звена. Что касается правил переноса сумматора или нелинейного элемента через точку съёма сигнала, то они не противоречат вышеназванным принципам и могут при необходимости применяться для преобразования структурных схем нелинейных САУ.

На рис. 6.5 показаны эквивалентные структурные схемы при переносе нелинейного элемента через точку съёма сигнала по направлению воздействия (рис. 6.5, a) и перенос нелинейного элемента через точку съёма против направления воздействия (рис. 6.5, b).

При переносе точки съёма сигнала через нелинейный элемент против направления воздействия необходимо в сигнале, отходящем от точки съёма, включить дополнительный нелинейный элемент с исходной статической характеристикой. При переносе точки съёма через нелинейный элемент по направлению воздействия нужно в отходящем от точки съёма сигнале включить дополнительно нелинейный элемент с обратной статической характеристикой. Взаимно обратными статическими характеристиками двух нелинейных элементов называются такие характеристики, которые при последовательном соединении этих элементов образуют общую линейную статическую характеристику с коэффициентом усиления, равным единице.

Для нахождения статической характеристики одного нелинейного элемента или соединения нелинейных элементов экспериментальным

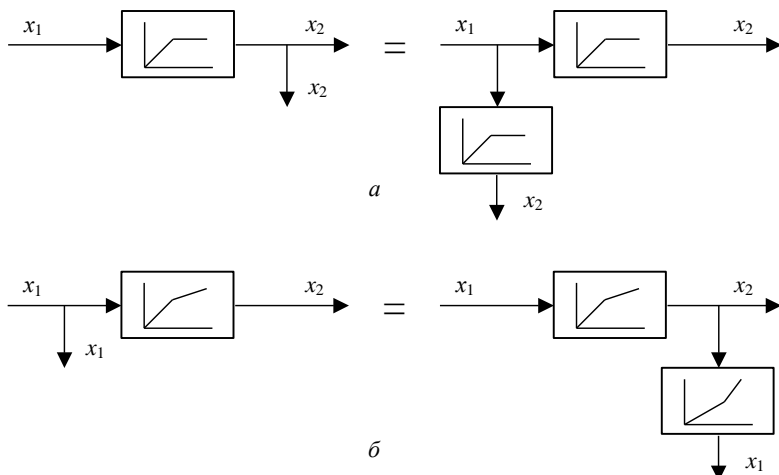


Рис. 6.5

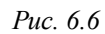
путём необходимо, задаваясь рядом численных значений входного воздействия, регистрировать соответствующий ряд выходных величин. По этим данным (по точкам) можно построить характеристику $X_{\text{вых НЭ}} = f(X_{\text{вх НЭ}})$.

Если на вход нелинейного объекта подать плавно меняющийся входной сигнал (например, синусоидальный) и одновременно подать его на вход графопостроителя, а сигнал, снимаемый с выхода объекта, подключить на вертикальный вход графопостроителя, то на экране этого регистрирующего прибора можно наблюдать сплошную искомымую статическую характеристику.

Исследования статических характеристик нелинейных элементов и их различных соединений между собой будут проводиться в терминальном классе с использованием прикладной программы структурного моделирования динамических объектов MatLab / Simulink. Эта программа позволяет формировать и регистрировать как дискретные, так и аналоговые входные и выходные сигналы.

На рис. 6.6 изображена схема модели для снятия статических характеристик нелинейных объектов. В схеме предусмотрено два источника сигнала:

- блок «Constant» позволяет задать вектор любого ряда численных значений входного сигнала $[0 \ 1 \ 2 \ 5 \ 8 \ 10 \ \dots]$ или вектор, значения которого являются арифметической прогрессией численных значений



входного сигнала с заданным шагом прогрессии [0:1:20]. Для изменения знака входного сигнала после блока «Constant» включен блок «Gain» с коэффициентом 1 или -1 .

- блок «Sine Wave» формирует синусоидальный входной сигнал с заданной частотой и амплитудой. Этот сигнал используется для визуальной регистрации графика общей статической характеристики объекта исследования на графопостроителе «XY Graph». Блок имеет два входа. Верхний вход предназначен для подачи входного сигнала от «X – min» до «X – max», нижний – для подачи выходного сигнала от «Y – min» до «Y – max».

Переход от одного входного сигнала на другой осуществляется с помощью ручных переключателей «Manual Switch», «Manual Switch1» и «Manual Switch2», а также включением или отключением соединительных линий в канале численных входных сигналов и в канале синусоидального входного сигнала. На рис. 6.6 подключен канал численных значений входного сигнала. Канал синусоидального воздействия отключен разрывом соединительных линий блоков «Sine Wave» – «Gain1» и «Saturation» – «Gain2», а также переключателем «Manual Switch». Блоки «Gain1» и «Gain2» введены для удобства включения и отключения соединительных линий синусоидального канала.

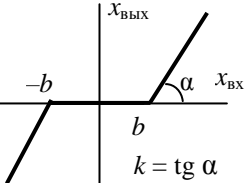
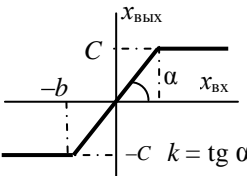
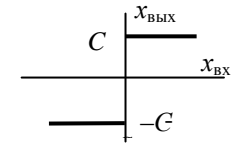
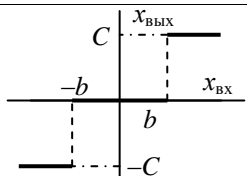
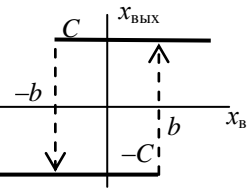
Кстати, для создания линии связи между блоками достаточно выделить блок – источник сигнала, затем нажать клавишу «Ctrl» и выделить блок – приёмник. Размыкание линии связи делается только одним способом: линия связи, которую нужно удалить, выделяется левой клавишей мыши, затем нажатием клавиши «Delete» связь удаляется. Командой «Cut» в раскрывающемся окне при выделении объекта правой клавишей мыши следует пользоваться только для удаления линии связи со всеми ответвлениями.

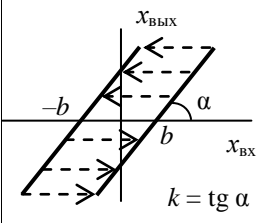
Для регистрации численных значений входного и выходного сигналов используются два цифровых дисплея «Display» и «Display1».

Заданные нелинейные элементы НЭ1 и НЭ2, для удобства изменения схемы соединения их между собой, набираются моделирующими блоками Subsystem и Subsystem1.

В теории нелинейных САУ аналогично типовым линейным звеньям введено понятие типовых нелинейных элементов. Наиболее часто встречающиеся типовые нелинейные элементы и их статические характеристики приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Но- мер вари- анта	Вид нелинейности	Название нелинейности	Зависимость $x_{\text{ВЫХ}} = f(x_{\text{ВХ}})$
1		Зона нечувстви- тельности	$x_{\text{ВЫХ}} = 0$ при $ x_{\text{ВХ}} \leq b$ $x_{\text{ВЫХ}} = k(x_{\text{ВХ}} - b)$ при $x_{\text{ВХ}} \geq b$ $x_{\text{ВЫХ}} = k(-x_{\text{ВХ}} + b)$ при $x_{\text{ВХ}} < -b$
2		Ограничение (насыщение)	$x_{\text{ВЫХ}} = kx_{\text{ВХ}}$ при $ x_{\text{ВХ}} \leq C/k$ $x_{\text{ВЫХ}} = C$ при $x_{\text{ВХ}} \geq C/k$ $x_{\text{ВЫХ}} = -C$ при $x_{\text{ВХ}} \leq -C/k$
3		Сухое трение (идеальное двухпозици- онное реле)	$x_{\text{ВЫХ}} = C$ при $x_{\text{ВХ}} > 0$ $x_{\text{ВЫХ}} = -C$ при $x_{\text{ВХ}} < 0$
4		Трёхпозици- онное реле	$x_{\text{ВЫХ}} = C$ при $x_{\text{ВХ}} \geq b$ $x_{\text{ВЫХ}} = 0$ при $-b \leq x_{\text{ВХ}} \leq b$ $x_{\text{ВЫХ}} = -C$ при $x_{\text{ВХ}} \leq -b$
5		Двухпозици- онное реле с гистерези- сом	При увеличении $x_{\text{ВХ}}$: $x_{\text{ВЫХ}} = C$ при $x_{\text{ВХ}} \geq b$ $x_{\text{ВЫХ}} = -C$ при $x_{\text{ВХ}} \leq -b$ При уменьшении $x_{\text{ВХ}}$: $x_{\text{ВЫХ}} = C$ при $x_{\text{ВХ}} \geq -b$ $x_{\text{ВЫХ}} = -C$ при $x_{\text{ВХ}} \leq b$

Но- мер вари- анта	Вид нелинейности	Название нелинейности	Зависимость $x_{\text{вых}} = f(x_{\text{вх}})$
6		Люфт (зазор)	<p>При увеличении $x_{\text{вх}}$:</p> $x_{\text{вых}} = k(x_{\text{вх}} - b)$ <p>При уменьшении $x_{\text{вх}}$:</p> $x_{\text{вых}} = k(-x_{\text{вх}} + b)$ $dx_{\text{вых}}/dx_{\text{вх}} = 0 \text{ при } x_{\text{вых}}/k - x_{\text{вх}} < b$

3. ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

3.1. Ознакомиться с теоретическим материалом, относящимся к разделу «Статические характеристики нелинейных элементов», по рекомендуемой литературе, конспектам лекций и разделу 2 «Общие сведения» настоящей лабораторной работы.

3.2. Подготовить основу отчёта по лабораторной работе в соответствии с вариантом, заданным преподавателем, ведущим лабораторный практикум по теории нелинейных систем управления.

4. ПРОГРАММА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

4.1. Используя моделирующие блоки Subsystem, набрать схемы модели заданных нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2 и снять их статические характеристики.

Вид нелинейностей и значения их параметров по вариантам приведены в табл. 6.2.

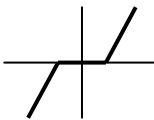
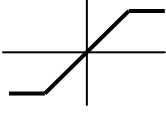
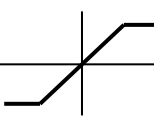
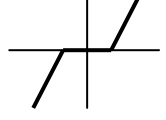
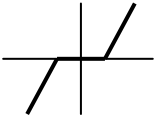
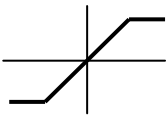
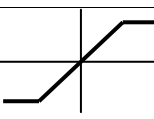
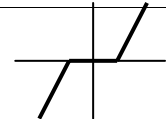
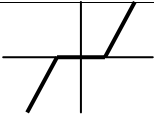
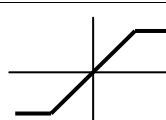
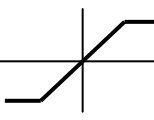
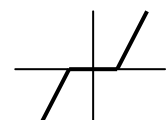
4.2. Найти общие статические характеристики:

- при последовательном соединении нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2;
- при параллельном соединении нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2;
- при охвате нелинейного элемента НЭ1 отрицательной и положительной обратной связью с нелинейным элементом НЭ2.

4.3. Исследовать влияние чередования нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2 при последовательном соединении на вид и параметры общей статической характеристики.

4.4. Исследовать влияние параметров нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2 при последовательном соединении на вид и параметры общей статической характеристики.

Таблица 6.2

Номер варианта	НЭ1	Параметры НЭ1			НЭ2	Параметры НЭ2		
		C_1	b_1	k_1		C_2	b_2	k_2
1		-	2	2		20	-	2
2		25	-	2		-	4	2
3		-	6	2		30	-	2
4		35	-	2		-	6	2
5		-	8	2		40	-	2
6		45	-	2		-	8	2

Примечание. Полную информацию о типовых нелинейных элементах см. в табл. 6.1.

5. ПРОГРАММА ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

5.1. Графическими методами построить общие статические характеристики:

- а) при последовательном соединении нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2;
- б) при параллельном соединении нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2;
- в) при охвате нелинейного элемента НЭ1 отрицательной обратной связью с нелинейным элементом НЭ2.

5.2. Сравнить полученные результаты с экспериментальными исследованиями.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что в ТАУ понимается под статической характеристикой звена?
2. Назовите типы статических характеристик звеньев систем автоматического управления.
3. Методика графического нахождения общей статической характеристики нелинейных элементов при разных схемах соединения.
4. Назовите часто встречающиеся типовые нелинейные элементы и приведите их статические характеристики.
5. Что понимается под взаимно обратными статическими характеристиками двух нелинейных элементов?
6. Изобразите эквивалентные структурные схемы при переносе нелинейного элемента через точку съёма по направлению воздействия и против направления воздействия.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

**ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
ВТОРОГО ПОРЯДКА
(МЕТОД ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ)**

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследовать методом фазовой плоскости и методом структурного моделирования динамические свойства нелинейной системы автоматического управления, математическим описанием которого является нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка.

Оценить, как влияют на динамику системы вид статической характеристики нелинейного элемента и параметры нелинейных и линейных звеньев.

Проверить полученные результаты расчётным путём, используя метод фазовой плоскости.

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Нелинейные дифференциальные уравнения в отличие от линейных не имеют общего решения и к ним не применим принцип суперпозиции и наложения. Кроме того, в нелинейных системах из-за наличия существенных нелинейностей могут возникать незатухающие колебания и существовать сколь угодно долго. Эти колебания называются автоколебаниями. Возможность появления автоколебаний является одной из важнейших особенностей нелинейных систем управления. Для некоторых нелинейных систем автоколебательный режим может оказаться рабочим, а для других, так же как и у линейных САУ, может являться границей устойчивости. Автоколебания, возникающие в нелинейных САУ, характеризуются амплитудой (A_0) и частотой (ω_0).

Оценка динамических свойств нелинейной САУ по графику переходного процесса (определение времени регулирования, перерегулирования и т. п.), как это делалось для линейных систем, чрезвычайно затруднена, так как переходный процесс аналитически можно найти только очень трудоёмкими численными или графическими методами. Это привело к появлению особых методов анализа динамики нелинейных систем управления, в частности, – это метод фазовой плоскости и метод гармонической линеаризации.

Методом фазовой плоскости оценка качества систем осуществляется по реакции системы на отклонение выходной величины и её производной от состояния равновесия. При этом входное воздействие полагается равным нулю.

Структурные схемы реальных нелинейных САУ могут содержать несколько групп линейных звеньев и нелинейных элементов, различным образом соединённых между собой. Метод фазовой плоскости и метод гармонической линеаризации применимы только к таким нелинейным системам, структурные схемы которых можно привести к расчётному виду, изображённому на рис. 7.1.

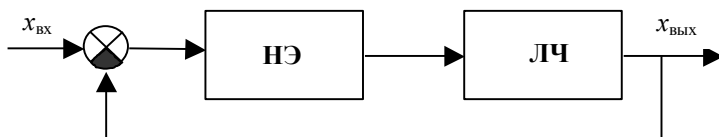


Рис. 7.1

На рисунке:

- **НЭ** – нелинейный элемент с эквивалентной статической характеристикой всех нелинейных элементов, соединённых между собой;
- **ЛЧ** – линейная часть (эквивалентная передаточная функция всех линейных звеньев, соединённых между собой).

Приведём пример преобразования структурной схемы нелинейной САУ, изображённой на рис. 7.2, к расчётному виду (рис. 7.1).

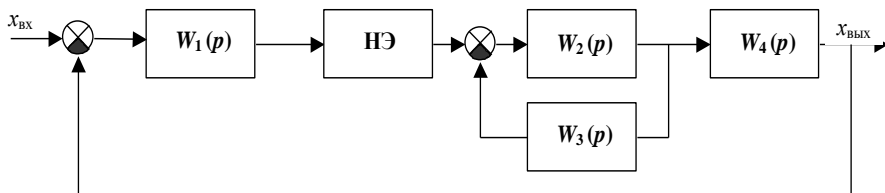


Рис. 7.2

Преобразование структурной схемы нелинейной системы к расчётному виду имеет некоторые особенности. В частности, необходимо, чтобы входное воздействие всегда подавалось на вход нелинейного элемента. В нашем примере перенесём входное воздействие $x_{вх}$ на вход нелинейного элемента и обозначим его через $x_{вх1}$, а в качестве выход-

ной величины системы возьмём выходную величину звена с передаточной функцией $W_1(p)$ и обозначим её $x_{\text{вых } 1}$.

После преобразования линейных звеньев к одному звену с эквивалентной передаточной функцией $W_{\text{лч}}(p)$ расчётная структурная схема примет вид, как изображено на рис. 7.3.

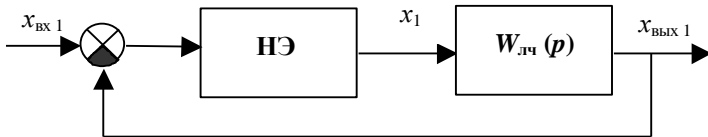


Рис. 7.3

На рис. 7.3: x_1 – промежуточная переменная,

$$W_{\text{лч}}(p) = W_1(p)W_4(p) \frac{W_2(p)}{1 + W_2(p)W_3(p)}. \quad (7.1)$$

Теперь перейдём к исследованию нелинейной САУ методом фазовой плоскости. Для этого положим $x_{\text{вх } 1} = 0$ и обозначим отклонение выходной величины $x_{\text{вых } 1}$ через x . Метод фазовой плоскости предназначен для анализа только систем второго порядка. Порядок нелинейной системы определяется порядком дифференциального уравнения линейной части. Запишем в общем виде дифференциальное уравнение второго порядка и соответствующую ему передаточную функцию линейной части:

$$a_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = kx_1; \quad (7.2)$$

$$W_{\text{лч}}(p) = \frac{k}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}. \quad (7.3)$$

Также запишем в общем виде уравнение статической характеристики эквивалентного нелинейного элемента:

$$x_1 = f(-x). \quad (7.4)$$

Для симметричной статической характеристики нелинейного элемента:

$$x_1 = -f(x). \quad (7.5)$$

Окончательно структурная схема для исследования нелинейной системы второго порядка методом фазовой плоскости изображена на рис. 7.4.

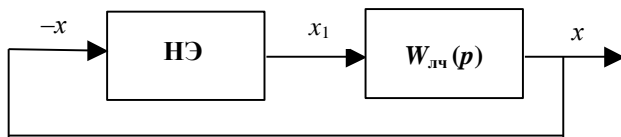


Рис. 7.4

Метод фазовой плоскости основан на графическом представлении движений системы на фазовой плоскости, где по оси абсцисс – отклонение выходной величины x , а по оси ординат – производная отклонения по времени $y = dx/dt$. Фазовая плоскость изображена на рис. 7.5.

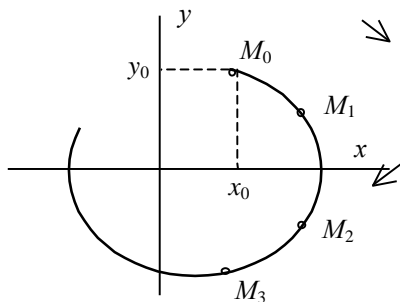


Рис. 7.5

Если при исследовании нелинейной САУ задать начальные значения отклонения x_0 и y_0 , то этим значениям на фазовой плоскости будет соответствовать точка начальных условий M_0 . Эта точка называется изображающей. Во время переходного процесса изображающая точка перемещается в координатах фазовой плоскости и прочерчивает фазовую траекторию исследуемой САУ. Совокупность фазовых траекторий для различных начальных условий называется фазовым портретом системы.

Анализ движения системы производится по виду фазовых траекторий и по направлению движения изображающей точки. Установившемуся режиму на фазовой плоскости соответствует начало координат, так как отклонение x и его производная y в начале координат равны нулю. Если изображающая точка стремится к началу координат, то движение в системе устойчивое, если удаляется от начала координат, то движение неустойчивое, если же совершает повторяющиеся движения по замкнутой фазовой траектории, то в системе наблюдаются автоколебания.

Начало фазовых координат в рассматриваемом методе принято называть особой точкой. В зависимости от вида фазовых траекторий вблизи начала координат различают шесть типов особых точек: «Устойчивый узел», «Неустойчивый узел», «Устойчивый фокус», «Неустойчивый фокус», «Центр» и «Седло».

Фазовые траектории, соответствующие автоколебательным движениям системы, называются особыми линиями или предельными циклами. Их два типа: устойчивый предельный цикл и неустойчивый предельный цикл.

Направление движения системы по фазовым траекториям указывается стрелками. На основании свойств фазовых траекторий всегда движение изображающей точки происходит в верхней полуплоскости слева направо, в нижней справа налево, а ось абсцисс пересекается под углом 90° .

На основании сказанного следует: фазовый портрет полностью характеризует динамические свойства системы. Поэтому метод фазовой плоскости сводится к построению фазового портрета при характерных для системы отклонениях.

Построение фазового портрета производится либо по уравнению фазовых траекторий, либо приближённым графоаналитическим методом изоклин. При этом можно рекомендовать следующую последовательность расчёта.

1. Исходная структурная схема нелинейной САУ приводится к расчётной (рис. 7.4).

2. Записывается дифференциальное уравнение исследуемой системы относительно отклонения выходной величины (при этом исключается промежуточная переменная x_1):

$$a_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = -kf(x). \quad (7.6)$$

При кусочно-линейной аппроксимации нелинейной статической характеристики записываются дифференциальные уравнения для каждого линейного участка нелинейного элемента. В этом случае вводится понятие линии переключения. Линии переключения делят фазовую плоскость на области, каждой из которых соответствует своё дифференциальное уравнение. Линии переключения наносятся на фазовую плоскость в процессе построения фазового портрета. На рис. 7.6 показан пример расстановки линий переключений для нелинейности типа «Ограничение». Кругом с цифрой обозначен номер линейного участка нелинейного элемента и соответствующие ему области на фазовой плоскости, а ЛП – линии переключения.

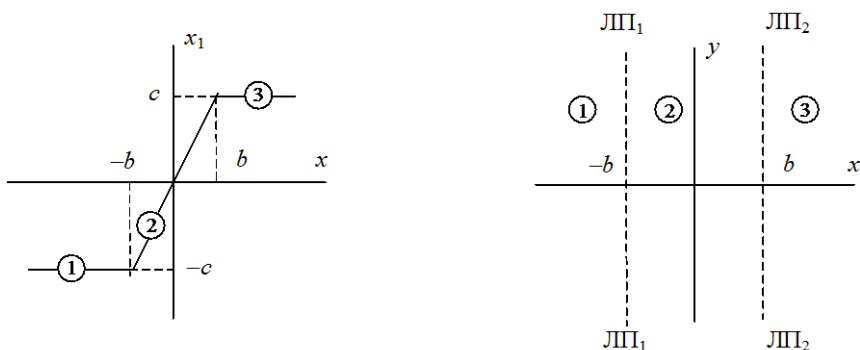


Рис. 7.6

3. Вводится вторая фазовая координата:

$$y = \frac{dx}{dt}.$$

4. Дифференциальное уравнение второго порядка (7.6) записывается в виде системы из двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{k}{a_0} f(x) - \frac{a_1}{a_0} y - \frac{a_2}{a_0} x, \quad (7.7)$$

$$\frac{dx}{dt} = y.$$

5. Из уравнений (7.7) делением первого уравнения на второе исключается время:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{k}{a_0} f(x) - \frac{a_1}{a_0} y - \frac{a_2}{a_0} x}{y}. \quad (7.8)$$

Уравнение (7.8) называется дифференциальным уравнением фазовых траекторий.

6. Подстановкой в (7.8) алгебраических уравнений $f(x)$ для каждого линейного участка статической характеристики нелинейного элемента получаем систему линейных дифференциальных уравнений фазовых траекторий исследуемой системы.

7. Если в полученных дифференциальных уравнениях разделяются переменные, то интегрированием находятся уравнения фазовых траекторий:

$$y = F(x) + C, \quad (7.9)$$

где C – постоянная интегрирования.

По уравнениям (7.9) строится фазовый портрет системы при разных начальных условиях (C_1, C_2, \dots).

8. Если в каких-либо дифференциальных уравнениях переменные не разделяются или возникают трудности при интегрировании, то фазовые траектории строятся приближённым графоаналитическим методом изоклин. Изоклины представляют собой геометрическое место точек на фазовой плоскости, в которых фазовые траектории проходят под одним и тем же углом к оси абсцисс.

Уравнения изоклин находятся по уравнению (7.8) приравниванием правой его части постоянным величинам N_i :

$$\frac{-\frac{k}{a_0} f(x) - \frac{a_1}{a_0} y - \frac{a_2}{a_0} x}{y} = N_i = \text{const}, \quad (7.10)$$

где $N_i = \text{tg } \alpha_i$, $\alpha_i = \text{arctg } N_i$; α_i – угол, под которым фазовые траектории пересекают изоклину.

Если масштабы по осям x и y разные, то угол α_i следует рассчитывать по формуле

$$\alpha_i = \arctg N_i \frac{M_x}{M_y}. \quad (7.11)$$

Для построения фазового портрета на фазовую плоскость наносится сетка изоклин (N_0, N_1, N_2 и т. д.) и на каждой изоклине стрелками отмечаются углы наклона касательных к фазовым траекториям по отношению к оси абсцисс ($\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ и т. д.). Порядок построения фазовой траектории методом изоклин показан на рис. 7.7.

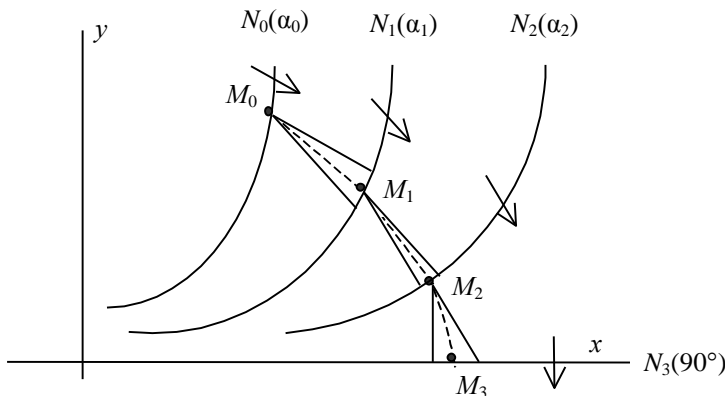


Рис. 7.7

Из точки начальных условий M_0 (её выбирают лежащей на одной из изоклин) до пересечения со следующей изоклиной проводят два луча построения: один – под углом α_0 , другой – под углом α_1 . Приблизительно считают, что следующая изображающая точка M_1 находится на середине отрезка следующей изоклины, отсекаемого лучами построения, проведёнными из точки M_0 . Аналогично определяют изображающие точки M_2, M_3 и т. д. Фазовую траекторию получают соединением плавной кривой найденных изображающих точек (пунктир на рис. 7.7).

Задача исследования нелинейных систем управления значительно упрощается, если для этого использовать метод структурного моделирования MatLab / Simulink.

При составлении схемы модели для исследования нелинейной САУ второго порядка необходимо учитывать следующие особенности:

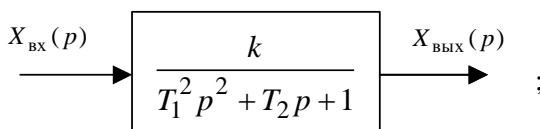
- если коэффициент передачи наклонной линейной части нелинейных элементов системы «Ограничение» и «Зона нечувствительности» не равен 1, то необходимо последовательно с моделирующими блоками «Saturation» и «Dead Zone» включить моделирующий блок «Gain» (усилитель) и выставить на нём коэффициент передачи, отличный от 1;

- так как в программе MatLab / Simulink начальное значение выходной величины и её производной можно задать только на моделирующем блоке «Integrator», то приходится прибегать к так называемой детализированной структурной схеме. В детализированной структурной схеме линейной части второго порядка на выходе будут два последовательно соединённых интегрирующих звена. Одно – для задания начального отклонения выходной величины, второе – для задания начального отклонения производной выходной величины.

Детализированной называется такая структурная схема, которая состоит из безынерционных, суммирующих и интегрирующих звеньев.

Покажем порядок составления детализированной структурной схемы на примере колебательного звена:

- исходные данные – структурная схема колебательного звена:



- по передаточной функции колебательного звена запишем операторное уравнение:

$$T_1^2 p^2 X_{\text{вых}}(p) + T_2 p X_{\text{вых}}(p) + X_{\text{вых}}(p) = k X_{\text{вх}}(p) ;$$

- выделим в левой части уравнения $p^2 X_{\text{вых}}(p)$:

$$p^2 X_{\text{вых}}(p) = \frac{1}{T_1^2} (k X_{\text{вх}}(p) - T_2 p X_{\text{вых}}(p) - X_{\text{вых}}(p)) ;$$

- предположим, что в каждый момент времени известны $X_{\text{вх}}(p)$, $T_2 p X_{\text{вых}}(p)$ и $X_{\text{вых}}(p)$, то для нахождения $p^2 X_{\text{вых}}(p)$ нужно сделать

следующие математические операции: умножить $X_{\text{вх}}(p)$ на k , найти сумму слагаемых в скобках и умножить выражение в скобках на $\frac{1}{T_1^2}$;

- теперь, чтобы найти $X_{\text{вых}}(p)$, необходимо дважды проинтегрировать (умножить дважды на $\frac{1}{p}$) левую и правую часть полученного выражения:

$$X_{\text{вых}}(p) = \frac{1}{p} \frac{1}{p} \left[\frac{1}{T_1^2} (kX_{\text{вх}}(p) - T_2 p X_{\text{вых}}(p) - X_{\text{вых}}(p)) \right].$$

Все математические операции полученного выражения можно реализовать с помощью трёх безынерционных звеньев с коэффициентами k , T_2 и $\frac{1}{T_1^2}$, суммирующего звена и двух интегрирующих звеньев.

Детализированная структурная схема колебательного звена показана на рис. 7.8.

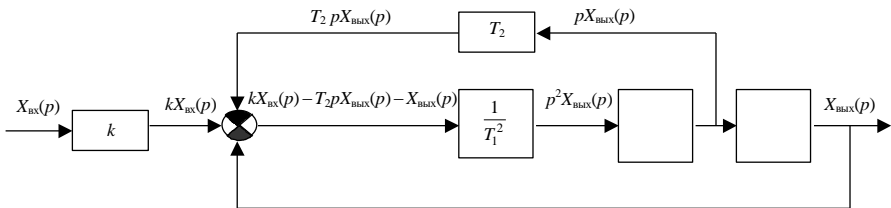


Рис. 7.8

В лабораторной работе предлагается исследовать нелинейную САУ, структурная схема которой приведена на рис. 7.9.

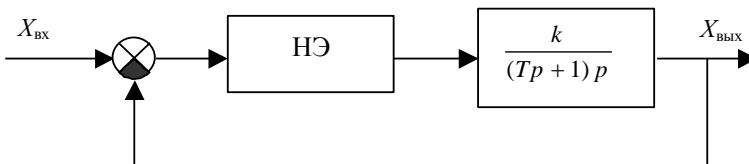


Рис. 7.9

Вид статической характеристики нелинейного элемента и значения её параметров, а также значения входного сигнала и параметров линейной части по вариантам приведены в табл. 7.1. Номер варианта соответствует номеру нелинейностей.

На рис. 7.10 изображена схема модели для исследования заданной нелинейной САУ второго порядка методом фазовой плоскости.

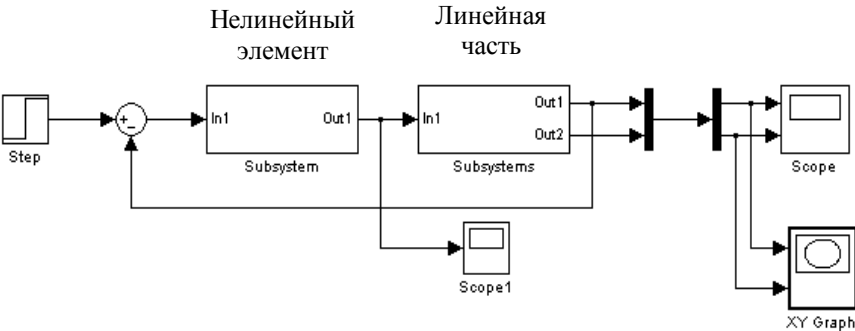
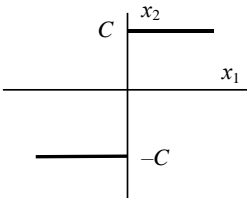
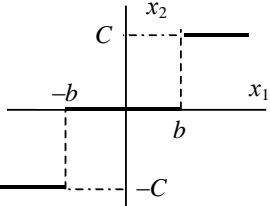
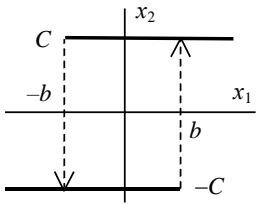
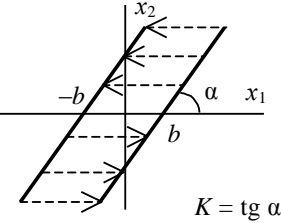


Рис. 7.10

Таблица 7.1

Но- мер вари- анта	Вид нелинейности	Значения параметров					Постоянное входное воздействие
		НЭ			ЛЧ		
		C	b	α	k	T	
1	<p>$K = \operatorname{tg} \alpha$</p>	–	20	45°	2	0.1	$X_{\text{BX}} = 80$
2	<p>C $-b$ b $-C$</p>	120	20	–	4	0.2	$X_{\text{BX}} = 60$

Окончание табл. 7.1

Но- мер вари- анта	Вид нелинейности	Значения параметров					Постоянное входное воздействие
		НЭ			ЛЧ		
		C	b	α	k	T	
3		150	—	—	5	0.25	$X_{\text{BX}} = 50$
4		100	20	—	3	0.3	$X_{\text{BX}} = 40$
5		80	10	—	5	0.4	$X_{\text{BX}} = 30$
6		—	20	45°	20	0.5	60

В схеме модели предусмотрены:

- блок «Step» – для задания постоянного входного воздействия для снятия переходных процессов в исследуемой САУ;
- блоки «Subsystem» – для моделирования заданного нелинейного элемента и линейной части второго порядка. Названные блоки выбраны для удобства изменения параметров нелинейного элемента и линейной части;
- блок «Scope» – для регистрации переходных процессов отдельно по координатам X и Y при снятии фазовых портретов заданной САУ;
- блок «XY Graph» – для регистрации фазовых портретов в координатах XY ;
- блок «Scope 1» – осуществляет визуальное наблюдение за выходной величиной нелинейного звена.

3. ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

3.1. Ознакомиться с теоретическим материалом, относящимся к разделу «Метод фазовой плоскости» по рекомендуемой литературе, конспектам лекций и разделу 2 «Общие сведения» в настоящей лабораторной работе.

3.2. Подготовить основу отчёта по лабораторной работе в соответствии с вариантом, заданным преподавателем, ведущим лабораторный практикум по теории нелинейных систем управления.

4. ПРОГРАММА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

4.1. Используя моделирующие блоки «Simulink», набрать схему модели заданной нелинейной системы автоматического управления второго порядка.

4.2. Снять переходный процесс САУ при заданном входном воздействии.

4.3. Исследовать влияние уровня входного воздействия на вид и параметры переходного процесса заданной системы.

4.4. Отключить входное воздействие и снять фазовую траекторию исследуемой системы при одном из начальных отклонений по координатам X и Y .

4.5. Исследовать влияние параметров k и T линейной части системы на вид фазовой траектории САУ, изменяя их вверх и вниз от заданных значений.

4.6. Установить влияние параметров заданной нелинейности на фазовую траекторию системы.

5. ПРОГРАММА ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для заданной САУ при выбранных начальных отклонениях (пункт 4.4 программы работы) по координатам X и Y построить фазовую траекторию и сравнить её с полученной при моделировании.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под фазовым пространством, фазовой плоскостью, изображающей точкой, фазовым портретом?
2. Какие методы построения фазовых портретов вам известны?
3. Запишите последовательность нахождения уравнения фазовых траекторий для системы, заданной структурной схемой.
4. Как по изоклинам строятся фазовые траектории?
5. Какие свойства фазовых траекторий вам известны?
6. Изобразите на фазовой плоскости особые точки фазовых траекторий.
7. Какие особые линии фазовых портретов вам известны?
8. Как строится переходный процесс по фазовой траектории?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

**ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА
(МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ)**

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследовать методом гармонической линеаризации и методом структурного моделирования динамические свойства нелинейной системы автоматического управления, математическим описанием которой является нелинейное дифференциальное уравнение третьего и более высокого порядка.

Оценить, как влияют на динамику системы вид статической характеристики нелинейного элемента и параметры нелинейных и линейных звеньев.

Проверить полученные результаты расчётным путём, используя метод гармонической линеаризации.

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Метод гармонической линеаризации – это метод исследования автоколебаний в нелинейной системе автоматического управления. Он позволяет определить условия существования и параметры возможных автоколебаний. Параметры же автоколебаний дают возможность представить картину всех возможных процессов в системе, в том числе определить условия устойчивости.

Идею метода рассмотрим на расчетной структурной схеме, полученной в лабораторной работе № 7. Здесь она представлена на рис. 8.1.

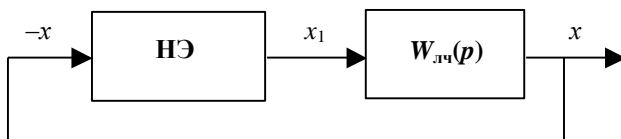


Рис. 8.1

На этой схеме реальная входная величина положена равной нулю. Отклонение выходной величины обозначено через X . Кроме того, сте-

пень дифференциального уравнения линейной части может быть третьего и более высокого порядка.

Метод гармонической линеаризации основан на предположении, что колебания на выходе линейной части являются синусоидальными, т. е. что

$$X = A_0 \sin \omega_0 t, \quad (8.1)$$

где A_0 – амплитуда автоколебаний; ω_0 – частота автоколебаний.

В действительности автоколебания в нелинейных системах всегда несинусоидальные вследствие искажения их формы нелинейным звеном. Поэтому принятое предположение означает, что метод является приближённым и область его применения ограничена случаями, когда автоколебания на выходе линейной части и соответственно входе нелинейного звена достаточно близки к синусоидальным. Для того чтобы это имело место, линейная часть должна являться фильтром низких частот (не пропускать высокие частоты). Последние можно проиллюстрировать на амплитудно-частотной характеристике линейной части (рис. 8.2).

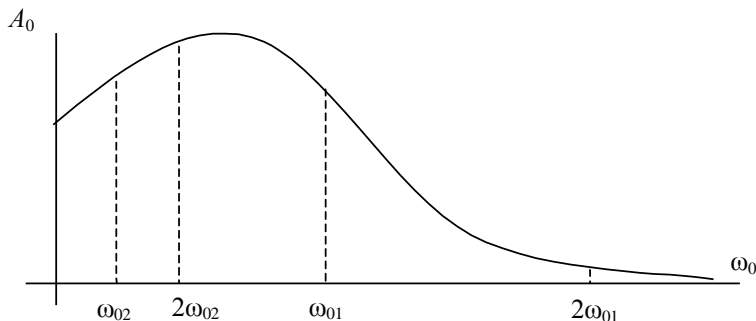


Рис. 8.2

Если, например, частота автоколебаний ω_{01} , то линейная часть играет роль фильтра нижних частот, так как уже вторая гармоника практически не пройдёт на вход нелинейного элемента. Если частота автоколебаний ω_{02} , то линейная часть будет свободно пропускать 2, 3, 4 гармоники, т. е. необходимая для метода предпосылка не выполняется.

Для того чтобы установить, является ли линейная часть фильтром низких частот и тем самым определить применимость метода гармонической линеаризации, необходимо знать частоту колебаний. Однако

её можно узнать только в результате использования этого метода. Таким образом, применимость метода приходится определять после его применения.

Следует заметить, что если в результате проверки окажется всё-таки, что линейная часть не является фильтром низких частот, то это ещё не говорит о неверности полученных результатов, хотя, разумеется, ставит их под сомнение. В этом случае необходима проверка результатов каким-либо другим методом, например, методом структурного моделирования.

Исходя из сделанного предположения следует, что на вход нелинейного элемента также подаётся синусоидальный сигнал $A_0 \sin \omega_0 t$, а выходная величина X_1 в силу искажения нелинейностью будет несинусоидальной. Эта величина может быть разложена в ряд Фурье:

$$X_1 = f(X) = f(A_0 \sin \omega_0 t) = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega_0 t + \varphi_2) + A_3 \sin(3\omega_0 t + \varphi_3) + \text{и т. д.}, \quad (8.2)$$

где $\omega_0 = 2\pi / T$ – частота первой (основной) гармоники; T – период функции $f(X)$.

Обратим внимание, что в разложении отсутствует постоянная составляющая. Она равна нулю для часто встречающихся симметричных относительно начала координат нелинейностей, в частности тех, которые используются в данной лабораторной работе.

Поскольку предполагается, что линейная часть является фильтром низких частот, то в разложении (8.2) ограничимся только первым членом:

$$X_1 \approx A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1). \quad (8.3)$$

Из этого следует, что при фиксированных значениях A_0 и ω_0 на входе и выходе нелинейного элемента оказываются гармонические сигналы. А это значит, что нелинейное звено может быть заменено эквивалентным линейным. Эта замена называется гармонической линеаризацией.

При гармонической линеаризации нелинейный элемент можно представить следующей структурной схемой (рис. 8.2):

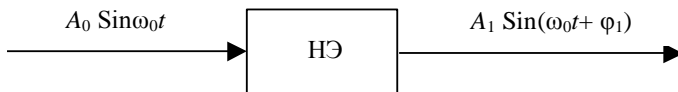


Рис. 8.2

По аналогии с линейными звеньями введём понятие комплексного коэффициента передачи нелинейного элемента:

$$K_{НЭ}(A_0) = \frac{A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1)}{A_0 \sin \omega_0 t}. \quad (8.4)$$

В показательной форме:

$$\begin{aligned} K_{НЭ}(A_0) &= \frac{A_1 e^{j(\omega_0 t + \varphi_1)}}{A_0 e^{j\omega_0 t}} = \frac{A_1}{A_0} e^{j\varphi_1} = \\ &= \frac{A_1 \cos \varphi_1 + j A_1 \sin \varphi_1}{A_0} = \frac{b_1 + j a_1}{A_0}, \end{aligned} \quad (8.5)$$

где b_1 и a_1 – коэффициенты разложения в ряд Фурье.

Для неоднозначных нелинейностей коэффициент передачи нелинейного элемента – комплексная функция A_0 , а для однозначных – действительная функция A_0 ($\varphi_1 = 0$).

Таким образом, математическим описанием нелинейного элемента в рассматриваемом методе является гармонический коэффициент передачи.

В передаточной функции линейной части сделаем подстановку: $p = j\omega_0$. С учетом сказанного, расчётная структурная схема будет иметь следующий вид (рис. 8.3):

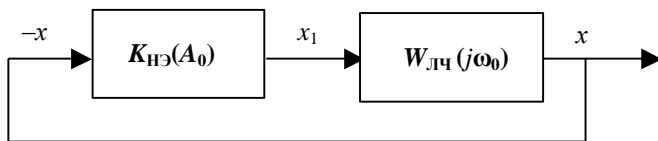


Рис. 8.3

Исследования автоколебаний методом гармонической линеаризации

Для замкнутой САУ, предполагая, что в системе существуют автоколебания (A_0, ω_0), можно записать:

$$\begin{aligned} 1) \quad & x = W_{ЛЧ}(j\omega_0) x_1; \\ 2) \quad & x_1 = K_{НЭ}(A_0) (-x). \end{aligned} \quad (8.6)$$

Исключим промежуточную переменную x_1 и запишем условие существования автоколебаний:

$$W_{\text{ЛЧ}}(j\omega_0) K_{\text{НЭ}}(A_0) = -1. \quad (8.7)$$

Это условие называется уравнением гармонического баланса (УГБ).

Запишем УГБ в показательной форме:

$$A_{\text{ЛЧ}}(\omega_0) e^{j\varphi_{\text{ЛЧ}}(\omega_0)} \cdot A_{\text{НЭ}}(A_0) e^{j\varphi_{\text{НЭ}}(A_0)} = 1 e^{\pm j\pi(2k-1)}, \quad (8.8)$$

где k – числовой ряд $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm$ и т. д.

УГБ можно разбить на два уравнения:

1) уравнение гармонического баланса амплитуд (УГБА):

$$A_{\text{ЛЧ}}(\omega_0) \cdot A_{\text{НЭ}}(A_0) = 1; \quad (8.9)$$

2) уравнение гармонического баланса фаз (УГБФ):

$$\varphi_{\text{ЛЧ}}(\omega_0) \cdot \varphi_{\text{НЭ}}(A_0) = \pm \pi(2k - 1). \quad (8.10)$$

Физический смысл условия гармонического баланса (8.8) заключается в том, что для возникновения в системе автоколебаний необходимо, чтобы общий коэффициент усиления в замкнутом контуре был равен 1, а сдвиг по фазе кратным $\pm \pi(2k - 1)$.

К решению задачи по нахождению A_0 и ω_0 следует подходить по-разному в зависимости от того, будет ли $K_{\text{НЭ}}(A_0)$ действительной или комплексной функцией.

Если $K_{\text{НЭ}}(A_0)$ действительная функция A_0 , то $\varphi_{\text{НЭ}}(A_0) = 0$. В этом случае уравнение баланса фаз упрощается:

$$\varphi_{\text{ЛЧ}}(\omega_0) = \pm \pi(2k - 1). \quad (8.11)$$

По виду $W_{\text{ЛЧ}}(\omega_0)$ можно определить “ k ”, а следовательно, частоту автоколебаний ω_0 , после чего из уравнения гармонического баланса амплитуд (теперь уравнение с одной неизвестной) определяется амплитуда автоколебаний A_0 .

Устойчивость найденных автоколебаний определяется из физических соображений, использующих аналогию с линейными системами.

Если $K_{\text{НЭ}}(A_0)$ комплексная функция A_0 , то наличие и параметры автоколебаний определяются непосредственно из уравнения гармонического баланса (8.6).

Поскольку в этом случае $K_{\text{НЭ}}(A_0)$ нелинейная функция, то задача определения A_0 и ω_0 несколько усложняется. Здесь приходится приме-

гать к графическим методам. Из графических методов наиболее удобным для практического применения является метод, предложенный профессором Л.С. Гольдфарбом.

Метод Гольдфарба

Автор предложил записать уравнение гармонического баланса в следующем виде:

$$W_{\text{ЛЧ}}(j\omega_0) = -\frac{1}{K_{\text{НЭ}}(A_0)}. \quad (8.12)$$

Это позволило получить простой графический метод нахождения параметров автоколебательного режима (A_0 , ω_0) и их устойчивость. Для этого необходимо на комплексной плоскости построить графики левой и правой частей уравнения (8.12).

Если графики не пересекаются, то автоколебания отсутствуют. Если графики пересекаются, то это говорит о том, что выполняется условие гармонического баланса и, следовательно, возможно существование автоколебаний в исследуемой нелинейной системе. Автоколебания могут сколь угодно долго существовать только при условии, если они устойчивы. Для определения устойчивости Гольдфарб предложил правило, базирующееся на физических представлениях и заключающееся в определении общего коэффициента усиления при увеличении и уменьшении амплитуды колебаний.

Правило Гольдфарба для определения устойчивости автоколебаний

Если при увеличении амплитуды A_0 точка на характеристике $K_{\text{НЭ}}(A)$ не охватывается амплитудно-фазовой частотной характеристикой линейной части системы, то колебания устойчивы, и наоборот.

Проиллюстрируем применение метода Гольдфарба на рис. 8.4.

Точке пересечения N_1 соответствуют параметры автоколебаний (A_{01} и ω_{01}), а точке N_2 (A_{02} и ω_{02}).

При увеличении амплитуды A_0 относительно точки пересечения N_1 точка на характеристике $-1/K_{\text{НЭ}}(A_0)$ смещается влево и не охватывается амплитудно-фазовой характеристикой линейной части системы. Следовательно, автоколебания с амплитудой A_{01} и частотой ω_{01} устойчивые.

Если увеличить амплитуду A_0 относительно точки пересечения N_2 , то точка на характеристике $-1/K_{\text{НЭ}}(A_0)$ смещается также влево, но она охватывается характеристикой $W_{\text{ЛЧ}}(j\omega_0)$. Это говорит о том, что колебания с параметрами A_{02} и ω_{01} будут неустойчивыми.

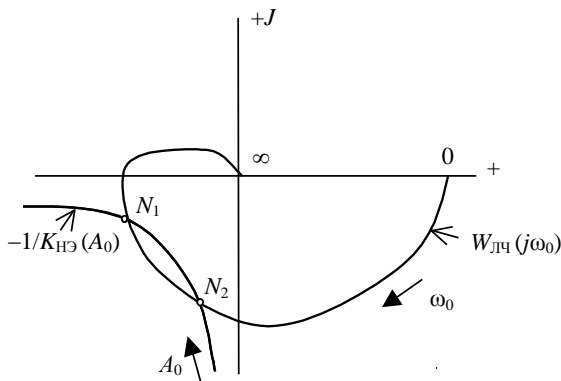


Рис. 8.4

Метод Гольдфарба можно также применять и в том случае, когда $-1/K_{\text{НЭ}}(A_0)$ – функция действительного переменного. Отличие заключается только в том, что график функции $-1/K_{\text{НЭ}}(A_0)$ будет располагаться на отрицательной части действительной оси комплексной плоскости (рис. 8.5).

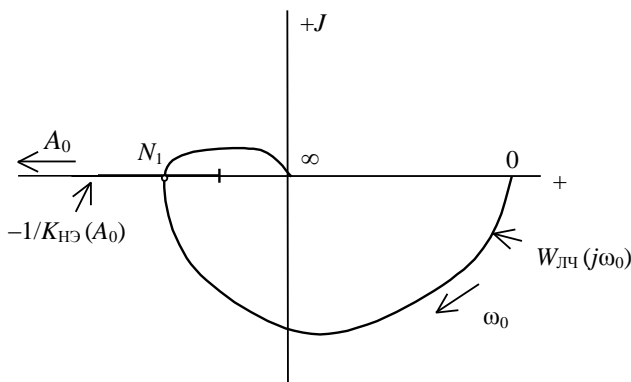


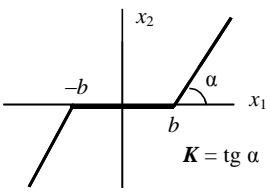
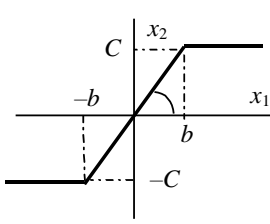
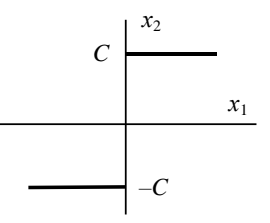
Рис. 8.5

В точке пересечения N_1 параметры автоколебаний A_{01}, ω_{01} . Для определения устойчивости колебаний, так же как в предыдущем примере, даём приращение A_0 . Точка на характеристике $-1/K_{\text{НЭ}}(A_0)$ смещается влево и не охватывается амплитудно-фазовой характеристикой линейной части системы.

Вывод: в системе наблюдаются устойчивые колебания с амплитудой A_{01} и частотой ω_{01} .

Для типичных нелинейных элементов аналитические выражения коэффициентов гармонической линеаризации приводятся в справочной и учебной литературе. Для нелинейностей, заданных в лабораторной работе, функции $K_{НЭ}(A_0)$ приведены в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Но- мер вари- анта	Вид нелинейности	Коэффициенты гармонической линеаризации
1		$K_{НЭ}(A_0) = K - \frac{2K}{\pi} \left[\arcsin \frac{b}{A} + \frac{b}{A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}} \right]$ <p style="text-align: center;">при $A \geq b$</p>
2		$K_{НЭ}(A_0) = \frac{2C}{\pi b} \left[\arcsin \frac{b}{A} + \frac{b}{A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}} \right]$ <p style="text-align: center;">при $A \geq b$</p>
3		$K_{НЭ}(A_0) = \frac{4C}{\pi A}$

Окончание табл. 8.1

Но- мер вари- анта	Вид нелинейности	Коэффициенты гармонической линеаризации
4		$K_{НЭ}(A_0) = \frac{4C}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}}$ <p>при $A \geq b$</p>
5		$K_{НЭ}(A_0) = \frac{4C}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}} - j \frac{4bC}{\pi A^2}$ <p>при $A \geq b$</p>
6	<p>$K = \operatorname{tg} \alpha$</p>	$K_{НЭ}(A_0) =$ $= \frac{K}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \left(1 - 2 \frac{b}{A} \right) + 2 \left(1 - 2 \frac{b}{A} \right) \sqrt{\frac{b}{A} \left(1 - \frac{b}{A} \right)} \right] -$ $- j \frac{4Kb}{\pi A} \left(1 - \frac{b}{A} \right)$ <p>при $A \geq b$</p>

В лабораторной работе предлагается исследовать методом гармонической линеаризации нелинейную САУ, структурная схема которой приведена на рис. 8.6.

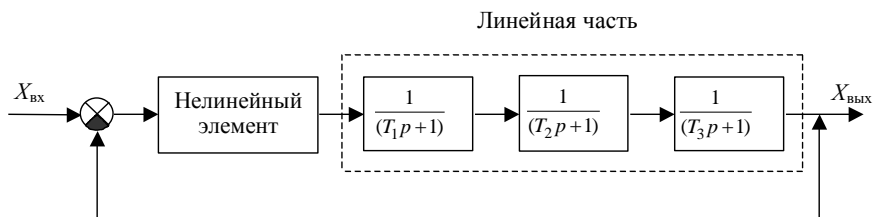
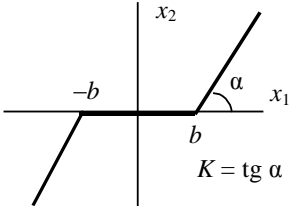
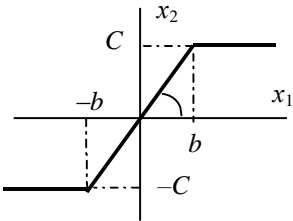


Рис. 8.6

Вид статической характеристики нелинейного элемента и значения её параметров, а также значения входного сигнала и параметров линейной части по вариантам приведены в табл. 8.2. Номер варианта соответствует номеру нелинейностей.

Таблица 8.2

Номер варианта	Вид нелинейности	Значения параметров							Входное воздействие
		НЭ			ЛЧ				
		C	b	α	k	T_1	T_2	T_3	
1		—	10	45°	2	0.1	1	2	40
2		40	20	—	4	0.2	0.5	1	60

Окончание табл. 8.2

Номер варианта	Вид нелинейности	Значения параметров							Входное воздействие
		НЭ			ЛЧ				
		C	b	α	k	T_1	T_2	T_3	
3		80	—	—	5	0.25	0.4	1.5	40
4		40	20	—	3	1.2	0.6	0.3	50
5		50	10	—	5	0.4	0.8	1.4	60
6		0	20	45°	10	0.6	1.2	1.5	50

На рис. 8.7 изображена схема модели для исследования заданной нелинейной САУ третьего порядка методом гармонической линеаризации.

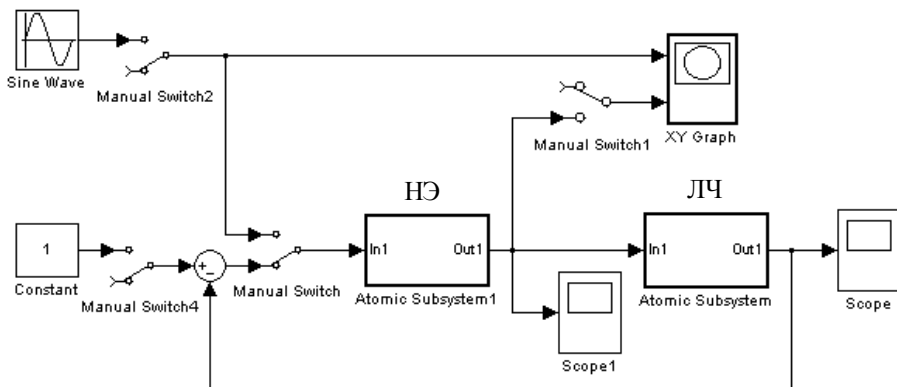


Рис. 8.7

В схеме модели заданной САУ предусмотрен канал настройки нелинейного элемента с синусоидальным входным сигналом (Sine Wave) и графопостроителем (XY Graph). Переключение на настройку нелинейного элемента и обратно осуществляется ручными переключателями (Manual Switch). Для получения дополнительной информации о работе нелинейного элемента предусмотрен осциллограф Scope 1.

3. ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

3.1. Ознакомиться с теоретическим материалом, относящимся к разделу «Метод гармонической линеаризации», по рекомендуемой литературе, конспектам лекций и разделу 2 «Общие сведения» настоящей лабораторной работы.

3.2. Подготовить основу отчёта по лабораторной работе в соответствии с вариантом, заданным преподавателем.

4. ПРОГРАММА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

4.1. Используя моделирующие блоки «Simulink», набрать схему модели заданной нелинейной системы автоматического управления третьего порядка.

4.2. Снять переходный процесс САУ при заданном входном воздействии.

4.3. Исследовать влияние уровня входного воздействия на наличие автоколебаний и их параметры.

4.4. Исследовать влияние коэффициента передачи линейной части на наличие автоколебаний и их параметры.

4.5. Исследовать влияние вида нелинейности на наличие автоколебаний и их параметры.

Для вариантов 1 и 3 взять нелинейность № 5, для вариантов 2 и 4 взять нелинейность № 6, для варианта 5 – нелинейность № 2, для варианта 6 – нелинейность № 4

5. ПРОГРАММА ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

5.1. Записать уравнение гармонического баланса по методу Гольдфарба для заданной САУ.

5.2. Определить наличие и параметры автоколебаний, используя метод Гольдфарба.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. На каком предположении основан метод гармонической линеаризации?

2. Что понимается под комплексным коэффициентом передачи нелинейного элемента?

3. Чем отличаются комплексные коэффициенты передачи однозначных и неоднозначных нелинейных элементов?

4. Изобразите расчётную структурную схему для анализа нелинейных САУ третьего и более высокого порядка.

5. Запишите уравнение гармонического баланса, а также уравнения гармонического баланса амплитуд и фаз.

6. Метод Гольдфарба для определения автоколебаний в нелинейной САУ.

7. Правило определения устойчивости автоколебаний по методу Гольдфарба.

8. Особенности проверки применимости метода Гольдфарба.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ СИСТЕМЫ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследовать динамические свойства системы с амплитудно-импульсной модуляцией. Установить влияние параметров импульсного элемента и непрерывной части системы на её динамику.

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Импульсной системой автоматического управления называют такую, в которой хотя бы одна величина, характеризующая её состояние, квантуется по времени. Импульсная САУ отличается от непрерывной наличием импульсного элемента (ИЭ) (импульсного модулятора), который преобразует непрерывно изменяющийся входной сигнал в последовательность импульсов.

Выходной сигнал импульсного элемента прямоугольной формы (рис. 9.1) характеризуется амплитудой или высотой импульса A , скважностью импульса $\gamma = \tau/T$ и интервалом дискретности T (периодом повторения импульсов).

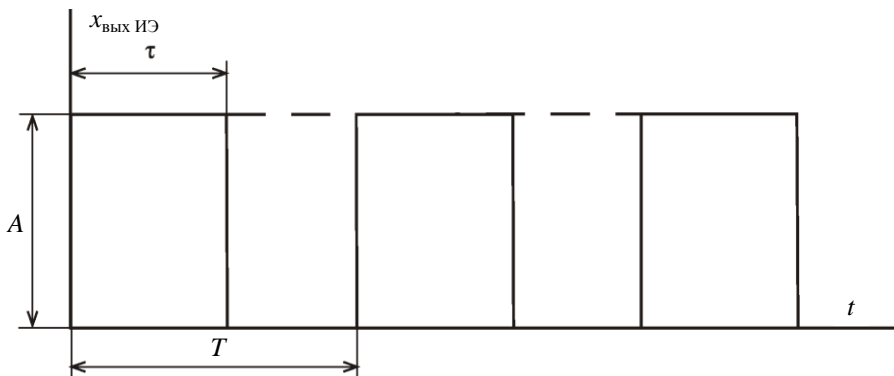


Рис. 9.1

При импульсной модуляции в процессе преобразования непрерывного сигнала в последовательность импульсов указанные параметры

изменяются в функции входного воздействия. Если происходит модуляция амплитуды импульсов (при $\gamma = \text{const}$ и $T = \text{const}$), то импульсный элемент называют звеном с амплитудно-импульсной модуляцией.

Если параметры импульсов определяются только в дискретные моменты времени и не зависят от изменения входного сигнала между ними, то такой вид модуляции называется амплитудно-импульсной модуляцией 1-го рода (рис. 9.2).

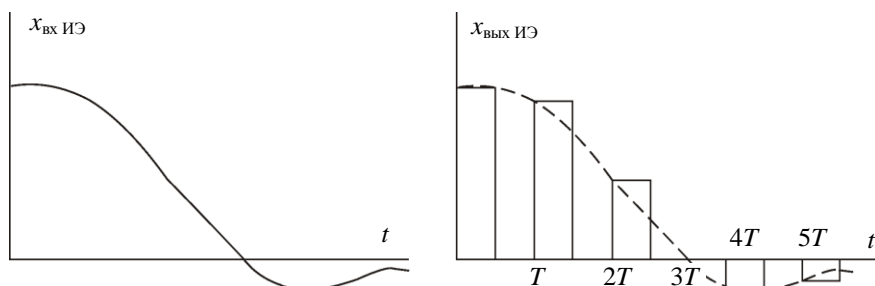


Рис. 9.2

Если значение модулируемого параметра изменяется в соответствии с текущим значением входного сигнала на интервале дискретности, то такой вид модуляции называется амплитудно-импульсной модуляцией 2-го рода (рис. 9.3).

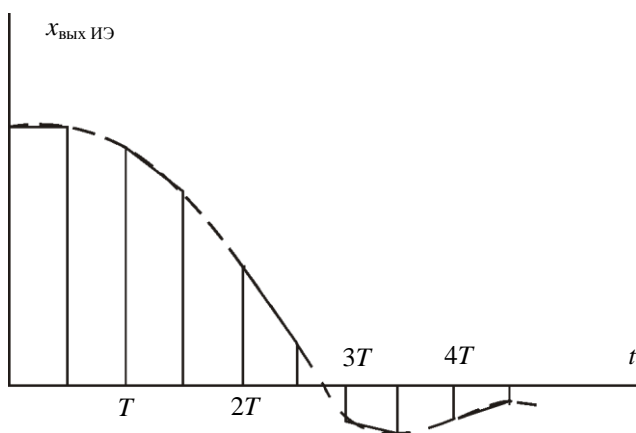


Рис. 9.3

Наиболее распространённым классом импульсных систем являются системы с линейной модуляционной характеристикой. Зависимость амплитуды импульсов от величины модулируемого сигнала называется модуляционной характеристикой.

Характерно, что только амплитудно-импульсные системы могут быть отнесены к классу линейных систем, так как их модуляционная характеристика линейна.

Дискретный характер преобразуемых в импульсных системах сигналов усложняет их математическое описание по сравнению с описанием непрерывных систем. Дискретно представленные сигналы удобнее описывать в функции дискретной, а не непрерывной переменной. Функция, получающаяся в результате замены непрерывной переменной дискретной и определенная в дискретные моменты времени, называется решетчатой функцией и обозначается $x[nT]$ (рис. 9.4).

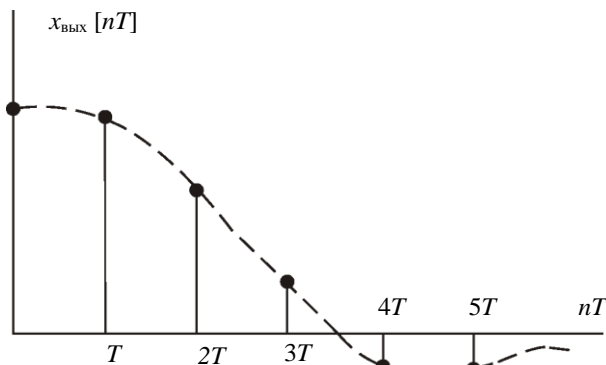


Рис. 9.4

Решетчатая функция не может полностью отразить свойства непрерывной функции, которую она представляет. Потому часто пользуются понятием смещенной решетчатой функции, в которой $t = nT + \Delta t$. Если параметр Δt изменять от 0 до T , то решетчатая функция становится тождественной соответствующей непрерывной функции.

Понятие решетчатой функции лежит в основе специализированного аппарата описания дискретных систем и позволяет перейти к разностным уравнениям. Разностные уравнения определяют связь между значениями решетчатой функции и конечными разностями различного порядка.

Разность первого порядка получается вычитанием предыдущего значения решетчатой функции из последующего:

$$\Delta x[nT] = x[(n+1)T] - x[nT].$$

Разность первого порядка является аналогом первой производной для непрерывного сигнала и определяет скорость изменения решетчатой функции.

Конечная разность второго порядка:

$$\Delta^2 x[nT] = \Delta x[(n+1)T] - \Delta x[nT] = x[(n+2)T] - 2x[(n+1)T] + x[nT].$$

Разность любого порядка m можно определить по формуле

$$\Delta^m x[nT] = \Delta^{m-1} x[(n+1)T] - \Delta^{m-1} x[nT].$$

Через значения решетчатой функции разность m -го порядка запишется так:

$$\Delta^m x[nT] = \sum_{i=1}^m (-1)^i m! / (i!(m-i)!) x[(n+m-i)T].$$

Соотношение между решетчатой функцией и конечными разностями различного порядка называется разностным уравнением, которое в общем виде имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} a_0 x_{\text{ВЫХ}}[(n+m)T] + a_1 x_{\text{ВЫХ}}[(n+m-1)T] + \dots + a_m x_{\text{ВЫХ}}[nT] = \\ = b_0 x_{\text{ВХ}}[(n+k)T] + b_1 x_{\text{ВХ}}[(n+k-1)T] + \dots + b_k x_{\text{ВХ}}[nT]. \end{aligned}$$

Задача исследования дискретных систем облегчается в результате применения так называемого Z -преобразования, которое связано с дискретным преобразованием Лапласа и вытекает из него. Под Z -преобразованием понимается изображение несмещенной или смещенной решетчатой функции, определяемое формулами:

$$x(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT] z^{-n}, \quad x(z, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} x[(n+\varepsilon)T] z^{-n},$$

где $\varepsilon = \frac{\Delta t}{T}$ – параметр смещения.

Формулы Z-преобразования могут быть записаны в символической форме:

$$x(z) = Z\{x[nT]\}, \quad x(z, \varepsilon) = Z\{x[(n + \varepsilon)T]\}.$$

Процессы замыкания и размыкания в импульсных цепях значительно влияют на форму выходных импульсов. Это обстоятельство затрудняет исследование, и при математическом описании реальные импульсные элементы заменяются в пределах принятых допущений идеализированными моделями.

Назовем простейшим импульсным элементом такой, выходная величина которого $x_{\text{ИЭ}}^*(t)$ представляет собой последовательность δ -функций, площади которых равны дискретным значениям выходной величины $x_{\text{ВЫХ}}[nT]$. Реальный импульсный элемент, генерирующий импульсы произвольной формы, может быть представлен последовательным соединением простейшего импульсного элемента и формирователя импульсов. Рассмотрим импульсную систему, состоящую из импульсного элемента и непрерывной части (рис. 9.5).

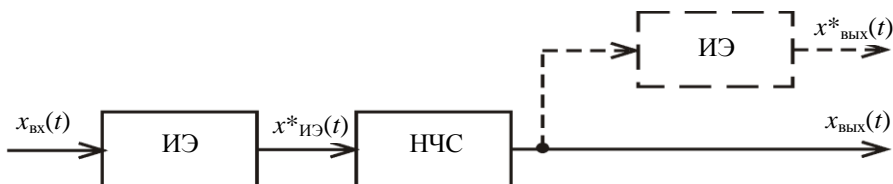


Рис. 9.5

Выходной сигнал $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ является непрерывным из-за фильтрующих свойств непрерывной части системы (НЧС). Для выделения выходного сигнала $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ в дискретные моменты времени рассмотрим сигнал $x_{\text{ВЫХ}}^*(t)$ после фиктивного импульсного элемента (на рисунке изображен пунктирной линией), работающего синхронно с основным. В этом случае можно установить связь выходного сигнала с входной модулированной последовательностью.

Z-изображение рассматриваемых сигналов можно представить в виде

$$x_{\text{ВЫХ}}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x_{\text{ВЫХ}}[nT]z^{-n}, \quad x_{\text{ВХ}}(z) = \sum_{l=0}^{\infty} x_{\text{ВХ}}[lT]z^{-l}. \quad (9.1)$$

Дискретная последовательность $x_{\text{ВЫХ}}[nT]$ может быть получена из непрерывной функции $x_{\text{ВЫХ}}(t)$, которая в силу линейности непрерывной части равна:

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = \sum_{l=0}^{\infty} w(t-lT)x_{\text{ВХ}}[lT], \quad (9.2)$$

где $w(t-lT)$ – импульсная переходная функция (функция веса) непрерывной части системы.

При подстановке в (9.2) $t = nT$ получим:

$$x_{\text{ВЫХ}}[nT] = \sum_{l=0}^{\infty} w[nT-lT]x_{\text{ВХ}}[lT],$$

где $w[nT-lT]$ – весовая последовательность.

Z-изображение выходной функции:

$$x_{\text{ВЫХ}}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} w[nT-lT]x_{\text{ВХ}}[lT]z^{-n}. \quad (9.3)$$

Если ввести обозначения $m = n - 1$ или $n = m + 1$, то в соответствии с (9.3) можно записать:

$$x_{\text{ВЫХ}}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} w[mT]z^{-m}x_{\text{ВХ}}[lT]z^{-l}.$$

Z-изображение весовой функции $w(t)$ равно:

$$W(z) = \sum_{m=0}^{\infty} w[mT]z^{-m}. \quad (9.4)$$

Поэтому с учетом уравнений (9.4) и (9.1) можно получить:

$$x_{\text{ВЫХ}}[z] = W(z)x_{\text{ВХ}}[z].$$

По аналогии с непрерывными системами $W(z)$ называется дискретной передаточной функцией.

При исследовании импульсных систем важно уметь преобразовывать структурные схемы. Для этого используются следующие правила.

- Если непрерывная часть системы состоит из параллельно соединенных звеньев, то дискретная передаточная функция может быть определена по уравнению

$$W(z) = \sum_{i=0}^k W_i(z).$$

- Если же непрерывная часть состоит из последовательно соединенных звеньев с общим импульсным элементом на входе, то дискретную передаточную функцию нельзя определять как произведение частных дискретных передаточных функций, определенных для каждого звена в отдельности. В этом случае следует объединить непрерывную часть в одно звено с передаточной функцией, равной произведению отдельных передаточных функций, и только после этого переходить к Z-преобразованию, используя таблицу Z-преобразований.

- Если имеется ряд последовательно включенных звеньев с импульсным элементом на входе каждого из них, результирующая дискретная передаточная функция находится перемножением отдельных дискретных передаточных функций.

Структурная схема замкнутой импульсной системы имеет вид, изображенный на рис. 9.6.

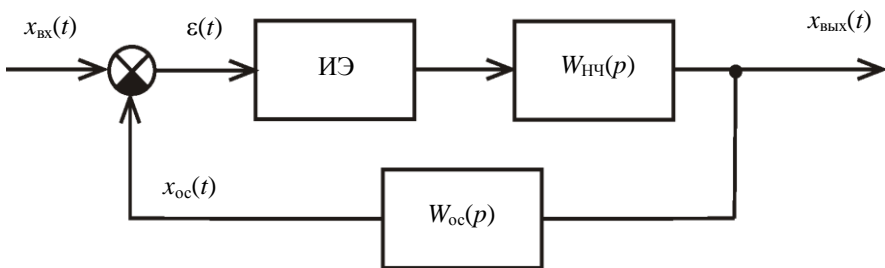


Рис. 9.6

Дискретная передаточная функция замкнутой системы определяется уравнением

$$W_3(z) = W_1(z) / (1 + Z\{W_{\text{нч}}(p)W_{\text{ос}}(p)\}). \quad (9.5)$$

Если знаменатель передаточной функции замкнутой системы (9.5) приравнять к нулю, то получим Z -изображение характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение позволяет проанализировать устойчивость импульсной системы. Для этого можно воспользоваться известными для непрерывных систем критериями как алгебраическими, так и частотными.

Для оценки устойчивости импульсной системы с помощью известных алгебраических критериев необходимо провести следующее преобразование:

$$z = (1 + v) / (1 - v),$$

которое отображает окружность единичного радиуса на комплексной плоскости Z в мнимую ось комплексной плоскости V .

$$A_0 v^m + A_1 v^{m-1} + \dots + A_m = 0.$$

Условия устойчивости (например, Гурвица) импульсной системы полностью совпадают с условиями устойчивости непрерывной системы. Импульсная система будет устойчива при выполнении следующих неравенств:

$$\Delta_1 = A_1 > 0, \quad \Delta_2 = \begin{pmatrix} A_1 & A_3 \\ A_0 & A_2 \end{pmatrix} > 0,$$

$$\Delta_3 = \begin{pmatrix} A_1 & A_3 & A_5 \\ A_0 & A_2 & A_4 \\ 0 & A_1 & A_3 \end{pmatrix} > 0, \quad \dots, \quad \Delta_{n-1} > 0, \quad \Delta_n = A_n \Delta_{n-1} > 0.$$

Кроме алгебраических критериев для исследования устойчивости импульсных систем можно воспользоваться аналогами частотных критериев. Применение частотных критериев рассмотрим на примере аналога критерия Михайлова.

Пусть характеристическое уравнение замкнутой системы имеет вид

$$G(z) = a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m.$$

В этом уравнении заменим z на $e^{j\omega T}$ и получим:

$$G(e^{j\omega T}) = a_0 e^{j\omega T m} + a_1 e^{j\omega T(m-1)} + \dots + a_m.$$

Учитывая, что $e^{j\omega T} = \cos(\omega T) + j \sin(\omega T)$, можно выделить вещественную и мнимую части:

$$G(e^{j\omega T}) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

где $P(\omega) = a_0 \cos(m\omega T) + a_1 \cos((m-1)\omega T) + \dots + a_{m-1} \cos(\omega T) + a_m$;

$$Q(\omega) = a_0 \sin(m\omega T) + a_1 \sin((m-1)\omega T) + \dots + a_{m-1} \sin(\omega T).$$

При изменении частоты от 0 до π/T с помощью этих уравнений на комплексной плоскости строится годограф Михайлова.

Если годограф проходит $2m$ квадрантов, то замкнутая импульсная система будет устойчива.

Как указывалось ранее, исследование систем автоматического управления существенно упрощается, если для этого воспользоваться методом структурного моделирования.

В лабораторной работе исследуется линейная импульсная САУ, структурная схема которой показана на рис. 9.7.

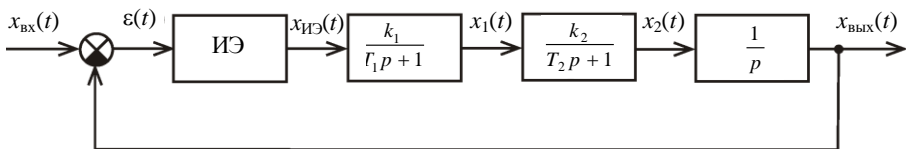


Рис. 9.7

Значения параметров линейной части приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Номер варианта	K_1	K_2	T_1	T_2
1	2	5	0.05	0.1
2	2.5	4	0.055	0.09
3	3	3	0.04	0.085
4	3.5	2.9	0.045	0.08
5	4	2.5	0.03	0.075
6	5	2	0.035	0.07

При моделировании САУ импульсный элемент (ИЭ) должен быть представлен звеном умножения (блок Product из раздела Math Operations) сигнала ошибки $\varepsilon(t)$ и выходного сигнала генератора прямоугольных единичных импульсов (блок Pulse Generator из раздела Sources).

3. ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

3.1. Ознакомиться с теоретическим материалом, относящимся к разделу «Линейные импульсные системы», по рекомендуемой литературе, конспектам лекций и разделу 2 «Общие сведения» настоящей лабораторной работы.

3.2. Подготовить основу отчета по лабораторной работе в соответствии с вариантом, заданным преподавателем, ведущим лабораторный практикум по теории нелинейных и специальных систем управления.

3.3. Для непрерывной части заданной импульсной системы построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику и определить частоту среза ω_c .

4. ПРОГРАММА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

4.1. Используя моделирующие блоки «Simulink», набрать схему модели разомкнутой линейной части системы.

4.2. С помощью инструментального средства LTI-Viewer снять логарифмическую частотную характеристику линейной части САУ, определить частоту среза ω_c и сравнить её с расчётной.

4.3. Замкнуть главную единичную отрицательную обратную связь, снять переходной процесс в линейной непрерывной системе и определить показатели качества регулирования.

4.4. Подключить импульсный элемент (ИЭ) в соответствии со структурной схемой (рис. 9.7), снять переходной процесс в импульсной системе, определить показатели качества регулирования и сравнить их с полученными в п. 4.3.

Период следования импульсов T в блоке Pulse Generator рассчитать исходя из частоты $\omega = 2\omega_c$.

4.5. Исследовать влияние периода следования импульсов на показатели качества регулирования при изменении частоты в диапазоне от ω_c до $3\omega_c$ и построить зависимости $\sigma = f(T)$ и $T_p = f(T)$.

4.6. Установить влияние коэффициента усиления линейной части системы на динамику импульсной САУ и установить его значение, при котором система находится на границе устойчивости.

5. ПРОГРАММА ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для заданной САУ определить критический коэффициент усиления $K_{кр}$, при котором импульсная система находится на границе устойчивости, и сравнить его со значением, полученным в п. 4.6.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение импульсной САУ.
2. Назовите способы квантования.
3. Перечислите типы модуляторов.
4. Какая характеристика называется модуляционной?
5. Что такое решетчатая функция?
6. Как рассчитать конечные разности?
7. Написать формулу z -преобразования.
8. Назовите основные свойства z -преобразования.
9. Как находится дискретная передаточная функция при различных способах соединения звеньев?
10. Написать передаточные функции замкнутой системы.
11. Почему реальный импульсный элемент представляется в виде последовательного соединения простейшего импульсного элемента и формирователя импульсов?
12. Сформулируйте общее условие устойчивости импульсной системы.
13. Как определяется устойчивость импульсной системы по алгебраическим критериям?
14. Сформулируйте частотные критерии устойчивости импульсной САУ.

Оглавление

Общие методические указания к выполнению лабораторных работ.....	3
Требования, предъявляемые к оформлению отчёта.....	4
Рекомендуемая литература.....	4
<i>Лабораторная работа № 6. Исследование статических характеристик нелинейных звеньев.....</i>	<i>6</i>
1. Цель работы	6
2. Общие сведения.....	6
3. Программа подготовки к лабораторной работе.....	16
4. Программа лабораторной работы	16
5. Программа проверки результатов исследования.....	18
Контрольные вопросы	18
<i>Лабораторная работа № 7. Исследование нелинейной системы автоматического управления второго порядка (метод фазовой плоскости).....</i>	<i>19</i>
1. Цель работы	19
2. Общие сведения.....	19
3. Программа подготовки к лабораторной работе.....	31
4. Программа лабораторной работы	31
5. Программа проверки результатов исследования.....	32
Контрольные вопросы	32
<i>Лабораторная работа № 8. Исследование нелинейной системы автоматического управления третьего порядка (метод гармонической линеаризации).....</i>	<i>33</i>
1. Цель работы	33
2. Общие сведения.....	33
3. Программа подготовки к лабораторной работе.....	44

4. Программа лабораторной работы	44
5. Программа проверки результатов исследования	45
Контрольные вопросы	45

<i>Лабораторная работа № 9. Исследование линейной импульсной сис-</i> <i>темы.....</i>	46
1. Цель работы	46
2. Общие сведения.....	46
3. Программа подготовки к лабораторной работе.....	55
4. Программа лабораторной работы	55
5. Программа проверки результатов исследования.....	56
Контрольные вопросы	56

**ТЕОРИЯ
АВТОМАТИЧЕСКОГО
УПРАВЛЕНИЯ**

Методические указания

Редактор *Л.Н. Ветчакова*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Подписано в печать 14.01.2010. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 200 экз.
Уч.-изд. л. 3,48. Печ. л. 3,75. Изд. № 334. Заказ № . Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20