

ставить значения промежуточных пометок вершин.

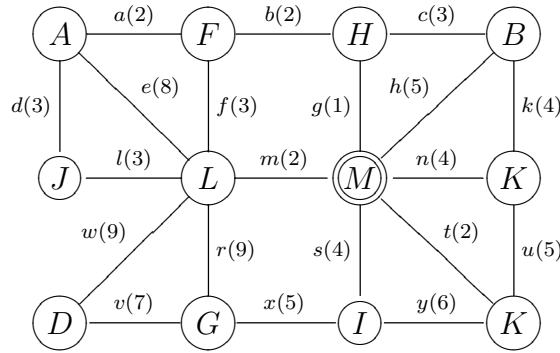


Рис. 2.4.

2.2 Второй вариант

1. Представить $\sqrt{126}$ в виде периодической цепной дроби и вычислить с точностью до $\varepsilon = 10^{-5}$.

2. Найти остаток от деления $23^{11^{29}}$ на 45.

3. Найти наименьшее натуральное число x , удовлетворяющее условиям:

$$x \equiv 6 \pmod{13}, \quad x \equiv 33 \pmod{37}, \quad x \equiv 19 \pmod{23}, \quad x \equiv 14 \pmod{36}.$$

4. Пусть $m = 35$ и $e = 5$ открытая часть ключа RSA. Найти закрытую часть ключа d .

5. Сколько целых слагаемых содержит бином $(\sqrt[5]{5} + \sqrt[3]{7})^{70}$

6. Пусть имеется 6 кодовых символов: A, C, E, H, R, T с частотами появления (см. табл. 2.4):

A	C	E	H	R	T
25	9	21	22	6	17

Таблица 2.4. Частоты появления кодовых символов.

С помощью алгоритма Хаффмена построить код Шеннона-Фэнно для текстового сообщения $TEACHER$ (большемому слову приписываем справа 1, а меньшему — 0).

7. Найти решение однородного рекуррентного уравнения с граничными условиями:

$$2f_{n+2} + 5f_{n+1} - 3f_n = 0, \quad f_0 = 0, f_1 = 7.$$

8. Используя граф на рис. 2.5 (источник — вершина F), проиллюстрировать алгоритм просмотра вершин графа и построения остовного дерева:

(а) в глубину;

(б) в ширину.

В решении указать порядок просмотра вершин графа, динамику изменения состояния стека и очереди, маркировку вершин. Решение проиллюстрировать рисунком.

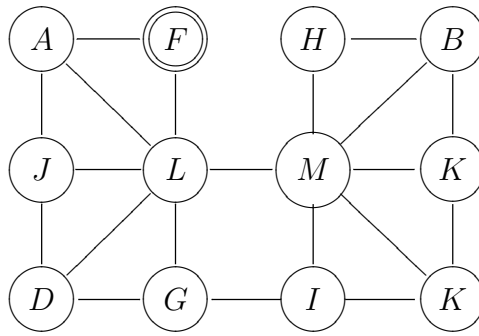


Рис. 2.5.

9. Построить Эйлерав путь в графе, заданном своей матрицей смежности (см. табл. 2.5):

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9
v_1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
v_2	1	0	1	0	0	0	1	1	0
v_3	1	1	0	1	1	0	0	0	0
v_4	0	0	1	0	1	0	0	0	0
v_5	0	0	1	1	0	1	0	1	0
v_6	0	0	0	0	1	0	1	1	1
v_7	0	1	0	0	0	1	0	1	1
v_8	0	1	0	0	1	1	1	0	0
v_9	0	0	0	0	0	1	1	0	0

Таблица 2.5. Матрица смежности графа.

10. Найти незамкнутый маршрут минимальной длины методом ветвей и границ для графа на рис. 2.6. Представить частичные решения (в форме остовных деревьев) и их расширения.

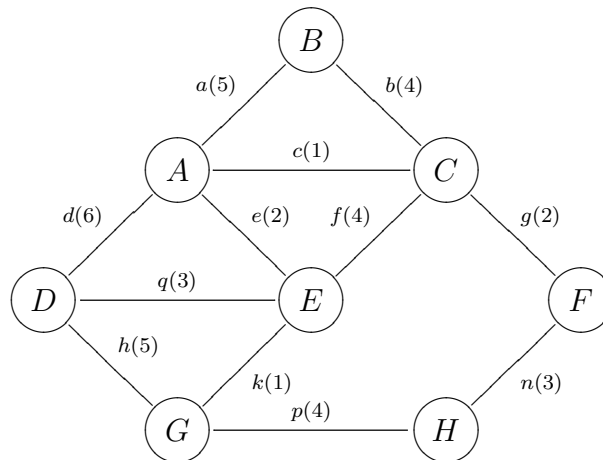


Рис. 2.6.

11. Граф задан матрицей смежности (см. табл. 2.6):

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
v_1	0	1	1	1	0	0	0	0
v_2	1	0	1	0	1	0	0	0
v_3	1	1	0	1	1	0	0	0
v_4	1	0	1	0	0	0	0	0
v_5	0	1	1	0	0	0	0	0
v_6	0	0	0	0	0	0	1	1
v_7	0	0	0	0	0	1	0	1
v_8	0	0	0	0	0	1	1	0

Таблица 2.6. Матрица смежности графа.

Напишите линейную систему уравнений для индикаторов ребер этого графа и решите ее. Проиллюстрируйте результаты решения на графе. Сформулируйте теорему о числе независимых циклов графа и проиллюстрируйте ее на примере данного графа. Проиллюстрируйте алгоритм нахождения базиса пространства циклов графа.

12. Нарисуйте двудольный граф по следующим данным. Множество вершин левой части $L = \{3, 6, 7, 8, 9, 10\}$, множество вершин правой части $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Множество ребер определяется делимостью числа из левой части на число из правой. Например, вершина 10 левой части соединяется с вершинами 1, 2, 5 правой части. Определите наибольшее паросочетание для данного графа. Проиллюстрируйте промежуточные шаги алгоритма.

13. Алгоритмом Флойда построить матрицу кратчайших расстояний между парами вершин указанного на рис. 2.7 графа и соответствующую матрицу ссылок. В решении представить все матрицы, соответствующие последовательному расширению множества промежуточных вершин.

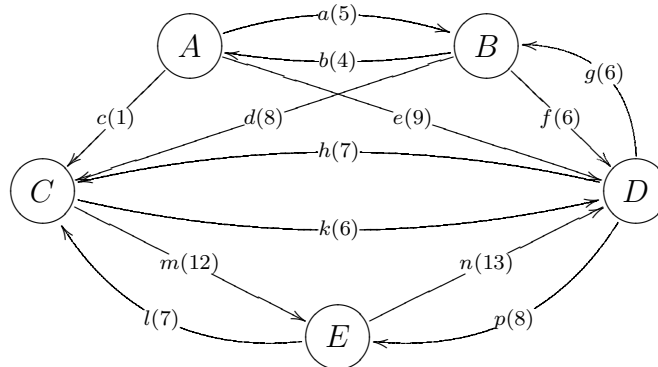


Рис. 2.7.

14. Алгоритмом Дейкстры определить кратчайшие пути от вершины J до остальных вершин графа на рис. 2.8. Построить дерево кратчайших путей. В решении пред-

ставить значения промежуточных пометок вершин.

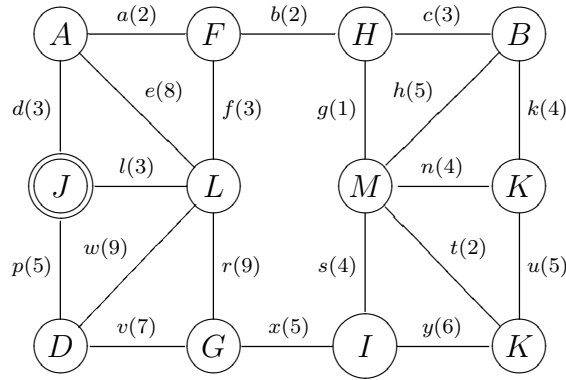


Рис. 2.8.

3 Экзаменационные вопросы

1. НОД, НОК и их свойства. Простые числа. Решето Эратосфена.
2. Разложение числа на простые (метод пробных делителей и метод Ферма).
3. Алгоритм Евклида и его анализ, бинарный алгоритм. Линейное представление НОД.
4. Обобщенный алгоритм Евклида.
5. Цепные дроби. Разложение числа в цепную дробь.
6. Свойства и вычисление подходящих дробей.
7. Бесконечная цепная дробь. Разложение иррациональности в цепную дробь.
8. Решение диофантовых уравнений.
9. Классы вычетов по данному модулю. Арифметика и свойства сравнений.
10. Функция Эйлера и ее свойства. Теорема Эйлера-Ферма.
11. Быстрое возведение числа в степень в кольце $\mathbb{Z}/(m)$.
12. Применение теоремы Эйлера в криптографии. Система шифрования RSA.
13. Электронная подпись. Электронные деньги.
14. Сравнения первой степени. Китайская теорема об остатках.
15. Многочлены. Основные операции и свойства. Схема Горнера.
16. Алгоритм Евклида для многочленов. Линейное представление НОД.
17. Размещения и сочетания. Бином Ньютона и его комбинаторное использование.
18. Кодирование с исправлением ошибок. Граница Хемминга.