

Компьютерная графика.

Контроль самостоятельной работы №3.

1. Найдите значение суммы при всевозможных значениях параметров:

$$\sum_{x=0}^{M-1} e^{2\pi i \frac{xt}{M}} e^{-2\pi i \frac{xu}{M}}, \quad M \in \mathbb{N}, \quad t, u \in \mathbb{R}$$

2. Докажите, что спектры непрерывного и дискретного двумерных преобразований Фурье инварианты к сдвигу, а при повороте исходного изображения поворачиваются на тот же угол.
3. Пусть $F(u, v) = F[f(x, y)]$ – преобразование Фурье функции $f(x, y)$. Докажите, что $F[\Delta f(x, y)] = -4\pi^2(u^2 + v^2)F(u, v)$.
4. Для вычисления производной второго порядка по x в пространственной области используется выражение $f(x + 1, y) - 2f(x, y) + f(x - 1, y)$. Найдите эквивалентный фильтр в частотной области.
5. Пусть $m(n)$ – число комплексных умножений в быстром преобразовании Фурье. Как известно данная величина удовлетворяет рекуррентному соотношению $m(n) = 2m(n - 1) + 2^{n-1}, n \geq 1$. Найдите решение этого рекуррентного соотношения.