|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Лабораторная работа №1.** Интерполяция. Известно, что функция C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image179.gifудовлетворяет условию C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image180.gifпри любом *x*. Рассчитать шаг таблицы значений функции *f(x)*, по которой с помощью линейной интерполяции можно было бы найти промежуточные значения функции с точностью 0.0001, если табличные значения функции округлены до 4-х знаков после запятой. Составить программу, которая 1.Выводит таблицу значений функции с рассчитанным шагом *h* на интервале [*c*, *c*+30*h*].2. С помощью линейной интерполяции вычисляет значения функции в точках C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image181.gifпо таблице значений функции с шагом *h*.3. Выводит значения *xi*, приближенные и точные значения функции в точках *xi* (*i* = 0,1,29).Для построения таблицы взять функцию C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image182.gif*N* = 5; *i*  mod 4 – остаток от деления *i* на 4 (Например, 10 mod 4 = 2, 15 mod 4 = 3, 8 mod 4 = 0). Пример расчета шага таблицы: Пусть C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image183.gif. Полная погрешность интерполяции *R* = *R*усеч + *R*округ, где *R*усеч – погрешность формулы линейной интерполяции, *R*округ – погрешность, возникающая из-за подстановки в формулу линейной интерполяции приближенных значений функцииИзвестно, что погрешность формулы линейной интерполяции оценивается по следующему неравенству:*R*усеч ≤ C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image184.gif, где C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image185.gif. По условию задачи C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image186.gif, следовательно, *R*усеч ≤ C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image187.gif. По условию табличные значения функции округлены до 4-х знаков. Следовательно, абсолютная погрешность округления табличных значений  (*f*) = 0.5 10-5. Тогда, при подстановке этих приближенных значений в формулу линейной интерполяции возникает погрешность: *R*округ = (1 – *q*)  (*f*) + *q * (*f*) =  (*f*) = 0.5 10-5. По условию, общая погрешность *R* ≤  0.0001. Получаем, C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image188.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image189.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image190.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image191.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image192.gif **Лабораторная работа №2.**Решение систем линейных уравнений. Привести систему к виду, подходящему для метода простой итерации. Рассчитать аналитически количество итераций для решения системы линейных уравнений методом простой итерации с точностью до 0.0001 для каждой переменной.Написать программу решения системы линейных уравнений методом простой итерации с точностью до 0.0001 для каждой переменной. Точность достигнута, если C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image193.gif(*k* – номер итерации, *k* = 0,1, ). Вывести количество итераций, понадобившееся для достижения заданной точности, и приближенное решение системы.Image194.gif *N* = 5.Пример расчета количества шагов для метода простой итерации для достижения точности 0.01 по каждой переменной. Пусть имеется система:C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image195.gifПриведем ее к виду, удобному для метода простой итерации:C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image196.gif, тогда C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image197.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image198.gifВ качестве начального приближения возьмем C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image199.gif. Для метода простой итерации погрешность оценивается по формуле C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image200.gif. По условию точность должна быть меньше, чем 0.01. Получаем, C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image201.gif.C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image202.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image203.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image204.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image205.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image206.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image207.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image208.gifВыполнение 28 шагов по методу простой итерации гарантирует вычисление значения каждого неизвестного с точностью 0.01. При работе программы обычно получается меньшее количество шагов. **Лабораторная работа №3.**Решение нелинейных уравнений Найти аналитически интервалы изоляции действительных корней уравнения. Написать программу нахождения всех действительных корней нелинейного уравнения методом деления пополам с точностью 0,0001. Считается, что требуемая точность достигнута, если выполняется условие C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image209.gif, ( – заданная точность), при этом C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image210.gifКорни отделить аналитически, для чего найти производную левой части уравнения и составить таблицу знаков левой части на всей числовой оси. **Вариант**: C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image216.gif Пример нахождения интервалов изоляции действительных корней уравнения**:**Найдем интервалы изоляции действительных корней уравнения C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image221.gif. Для этого найдем производную функции C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image222.gifи критические точки из условия C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image223.gif. , C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image224.gifC:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image225.gif.Составим таблицу знаков функции *f(x)*:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | – | -2/3 | 2 | + |
| *f(x)*  | – | + | – | + |

Следовательно уравнение имеет три действительных корня: *x1> * ]– ; –2/3[, *x2 * ]–2/3; 2[, *x3 * ]2; + [. Уменьшим промежутки, содержащие корни:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | –2 | -2/3 | 2 | 3 |
| *f(x)* | – | + | – | + |

Итак, уравнение имеет три вещественных корня: *x1 * ]–2; –2/3[, *x2 * ]–2/3; 2[, *x3 * ]2; 3[ **Лабораторная работа №4.** Численное дифференцирование Известно, что функция C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image226.gifудовлетворяет условию C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image227.gifпри любом *x*. Измерительный прибор позволяет находить значения C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image226.gifс точностью 0.0001. Найти наименьшую погрешность, с которой C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image228.gifможно найти по приближенной формуле: C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image229.gif. Рассчитать шаг для построения таблицы значений функции, которая позволит вычислить значения C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image228.gifс наименьшей погрешностью. Составить программу, которая 1. Выводит таблицу значений функции с рассчитанным шагом *h* на интервале [*c* – *h*, *c* + 21*h*].2. По составленной таблице вычисляет значения C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image228.gifв точках C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image230.gif.3. Выводит значения *xi* (*i* = 0,1, 20)., приближенные и точные значения C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image228.gifв точках *xi*.Для построения таблицы взять функцию C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image231.gif, где *N* = 5. Тогда, точное значение производной C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image232.gifПример расчета шага таблицы:Пусть C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image233.gif. Из формулы для расчета оптимального шага следует, что C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image234.gif, где C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image235.gif. В нашем случае C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image236.gif. При выбранном шаге h = 0.023 погрешность дифференцирования*R* = C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image237.gif **Лабораторная работа №5.** Одномерная оптимизация Написать программу для нахождения максимального значения функции C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image238.gifна отрезке [0, 0.5] методом золотого сечения с точностью 0.0001. Считается, что требуемая точность достигнута, если выполняется условие C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image239.gif, ( – заданная точность, *ak*, *bk* – границы интервала неопределенности, *k* = 0,1,2, ), при этом, C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image240.gif, C:\Users\МышЪ\СибГУТИ\3 семестр\Вычислительная математика\course206\img\Image241.gif*N* = 5. |