Федеральное агентство по образованию
Кубанский государственный технологический университет

Кафедра динамики и прочности машин

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Учебно-методическое пособие по выполнению
контрольных работ по курсу «Сопротивление материалов»
для студентов заочной формы обучения специальностей:

130602 (170200) Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов;
151001 (120100) Технология машиностроения;
151002 (120200) Металлорежущие станки и комплексы;
190601 (150200) Автомобили и автомобильное хозяйство;
190603 (230100.00) Сервис транспортных и технологических машин и оборудования (в пищевой и перерабатывающей промышленности);
190603А (230100.02) Сервис транспортных и технологических машин и оборудования (автомобильный транспорт);
260601 (170600) Машины и аппараты пищевых производств

ЧАСТЬ II

Краснодар
2007

Составитель: д-р техн. наук, проф. Ж.М. Бледнова

УДК 539.3.8.

Сопротивление материалов. Учебно-методическое пособие по выполнению контрольных работ по курсу «Сопротивление материалов» для студентов заочной формы обучения специальностей:
130602 (170200) Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов; 151001 (120100) Технология машиностроения; 151002 (120200) Металлорежущие станки и комплексы; 260601 (170600) Машины и аппараты пищевых производств; 190601 (150200) Автомобили и автомобильное хозяйство; 190603 (230100.00) Сервис транспортных и технологических машин и оборудования (в пищевой и перерабатывающей промышленности);
190603А (230100.02) Сервис транспортных и технологических машин и оборудования (автомобильный транспорт); 260601 (170600) Машины и аппараты пищевых производств. Часть II / Сост.: Ж.М. Бледнова, Кубан. гос. технол. ун-т. Каф. динамики и прочности машин. – Краснодар: Изд. КубГТУ, 2007/ - 48 с.

Приведены примеры решения задач по основным разделам курса «Сопротивление материалов».

Предназначено для студентов заочной формы обучения.

Ил. 8. Библиогр.: 5 назв.

Печатается по решению методического совета Кубанского государственного технологического университета

Рецензенты: д-р техн.наук, проф. М.И. Чаевский
д-р ф.-мат.наук, проф. И.М. Дунаев

Содержание

Введение……4
1. Задача 1. Тема. Анализ напряженного состояния……..…5
2. Задача 2. Тема. Кручение стержней круглого поперечного сечения …..8
3. Задача 3. Тема. Геометрические характеристики плоских сечений…..11
4. Задача 4. Тема. Изгиб прямых стержней……..……..…….....15
5. Задача 5. Тема. Статически неопределимые задачи при изгибе…...….20
6. Задача 6. Тема. Внецентренное сжатие. ……...25
7. Задача 7. Тема. Изгиб с кручением брусьев круглого поперечного сечения…….……29
8. Задача 8. Тема. Расчет сжатых стержней на устойчивость…….35
9. Список рекомендуемой литературы……..39
10. Приложение А. Коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения при расчете на устойчивость……...…40
11. Приложение Б. Двутавр по ГОСТ 8239-9…….……41
12. Приложение В. Швеллер по ГОСТ 8240-89...……. 42
13. Приложение Г. Уголок равнополочный по ГОСТ 8509-93*…….....…43
14. Приложение Д. Уголок неравнополочный по ГОСТ 8510-86…..……...46

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании различных инженерных сооружений и машин приходится определять размеры отдельных элементов этих сооружений и деталей машин. Эти задачи решаются на основании расчетов, цель которых - создать прочные, устойчивые, долговечные и экономичные сооружения. Все эти вопросы рассматриваются в комплексе дисциплин, основой которых является “Сопротивление материалов”.

При изучении курса “Сопротивление материалов” наибольшие трудности у студентов возникают при решении задач и выполнении расчетно-графических и контрольных работ. Цель настоящего учебно-методического пособия - облегчить студентам изучение курса «Сопротивление материалов», помочь овладеть методикой решения задач и получить необходимые навыки при их решении. В пособии приведены примеры решения задач, входящих в контрольные работы. Предусматривается, что студенты вначале должны ознакомиться с теоретическими положениями по рассматриваемому разделу. Это позволит им лучше освоить необходимые основы теории, осмыслить методику решения задач данного типа и приобрести знания, достаточные для самостоятельной работы.

Особенность учебно-методического пособия состоит в том, что решение основных задач сопротивления материалов в нем излагается по единому плану: сначала рассматривается статическая сторона задачи, затем геометрическая, физическая и, наконец, их синтез. Далее на основании условия прочности решаются три типа задач: проверка прочности; подбор размеров сечения и определение допустимой нагрузки. Кроме расчета на прочность, отдельные элементы проверяются еще и на жесткость. Проверка стержня на жесткость состоит в определении его деформации и сравнении ее с допускаемой величиной.

ЗАДАЧА 1

Тема: Анализ напряженного состояния

Стальной кубик (рисунок 1.1) находится под воздействием сил, создающих плоское напряженное состояние (одно из трех главных напряжений равно нулю).

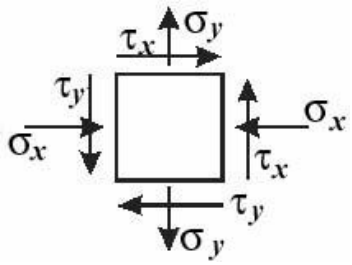


Рисунок 1.1

Требуется найти:

1) главные напряжения и направления главных площадок;
2) максимальные касательные напряжения;
3) относительные деформации ε_x; ε_y; ε_z;
4) относительное изменение объема;
5) удельную потенциальную энергию деформации.

Данные для расчета:

σ_x =- 20МПа;	E=200ГПа;
σ_y = 60МПа;	μ=0,3;
τ_x = 80 МПа	

Примечание: при решении задачи пользуются следующим правилом знаков: растягивающие нормальные напряжения считаются положительными, сжимающие – отрицательными; касательное напряжение считается положительным, если изображающий его вектор стремится повернуть бесконечно малый элемент по ходу часовой стрелки относительно любой точки, лежащей на внутренней нормали к грани элемента. Угол поворота грани элемента считается положительным, если поворот происходит против хода часовой стрелки.

На основании закона парности касательных напряжений

$$\tau_y = -\tau_x = -80 \text{ МПа}.$$

Решение

1. Определим главные напряжения и направление главных площадок аналитически по формуле

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[\left(\sigma_x + \sigma_y\right) \pm \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4\tau_x{}^2}\right];$$

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[\left(-20 + 60\right) \pm \sqrt{\left(-20 - 60\right)^2 + 4 \cdot 80^2}\right];$$

$\sigma_1 = 109{,}5 МПа$; σ_3 = - 69,5$МПа$.

Проверка: сумма нормальных напряжений, действующих на взаимно-перпендикулярных площадках, есть величина постоянная и равна сумме главных напряжений:

$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_3 = \text{const}$;

20,0 + 60,0 = 109,5 – 69,5.

Определим угол наклона главных площадок

$$tg2\alpha = \frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma y} = \frac{2 \cdot 80}{-20 - 60} = -2;$$

$2\alpha = -1{,}107\, рад$; $\alpha = -0{,}554\, рад$.

Знак «минус» указывает на то, что поворот на этот угол осуществляется по часовой стрелке (рисунок 1.2).

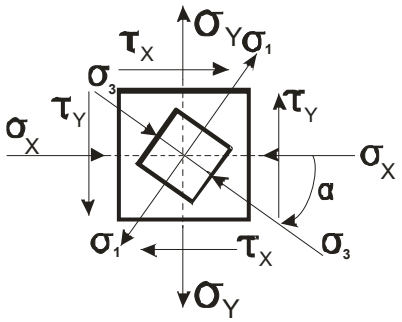


Рисунок 1.2

2. Максимальные касательные напряжения находят по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{109{,}5 + 69{,}5}{2} = 89{,}5 МПа.$$

Площадки действия максимальных касательных напряжений направлены под углом $\pi/4$ к главным площадкам.

3. Определим относительно деформации ε_x, ε_y, ε_z с помощью обобщенного закона Гука при условии, что $\sigma_z=0$ (рисунок 1.3).

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu\frac{\sigma_y}{E} = -\frac{20}{2 \cdot 10^5} - 0{,}3\frac{60}{2 \cdot 10^5} = -1{,}9 \cdot 10^{-4};$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \mu\frac{\sigma_x}{E} = \frac{60}{2\cdot 10^5} + 0{,}3\frac{20}{2\cdot 10^5} = 3{,}3\cdot 10^{-4};$$

$$\varepsilon_z = -\mu\frac{\sigma_x}{E} - \mu\frac{\sigma_y}{E} = -0{,}3\frac{20}{2\cdot 10^5} - 0{,}3\frac{60}{2\cdot 10^5} = -0{,}6\cdot 10^{-4};$$

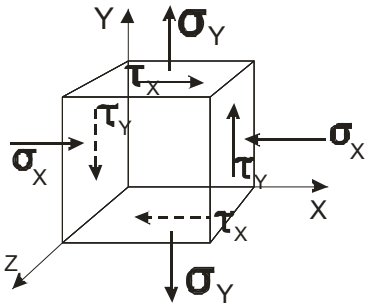


Рисунок 1.3

4. Определим относительное изменение объема через относительные деформации:

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = -1{,}9\cdot 10^{-4} + 3{,}3\cdot 10^{-4} - 0{,}6\cdot 10^{-4} = 0{,}8\cdot 10^{-4}.$$

Для проверки вычислим эту величину по другой формуле

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1-2\cdot 0{,}3}{2\cdot 10^5}(109{,}5 - 69{,}5) = 0{,}8\cdot 10^{-4}.$$

5. Удельную потенциальную энергию деформации определим через главные напряжения:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^{\,2} + \sigma_2^{\,2} + \sigma_3^{\,2} - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right] =$$

$$= \frac{1}{2\cdot 2\cdot 10^5}\left(109{,}5^2 + 69{,}5^2 + 2\cdot 0{,}3\cdot 109{,}5\cdot 69{,}5\right) = 5{,}35\cdot 10^4\, Н\cdot м/м^3.$$

ЗАДАЧА 2

Тема: Кручение стержней круглого поперечного сечения

К стальному валу приложены три известных момента: M_1, M_2, M_3 (рисунок 2.1).

Требуется:

1) установить, при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю;

2) для найденного значения X построить эпюру крутящих моментов;

3) при заданном значении [τ] определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его величину до ближайшей большей, соответственно равной: 30, 35, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;

4) построить эпюру углов закручивания;

5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 метр).

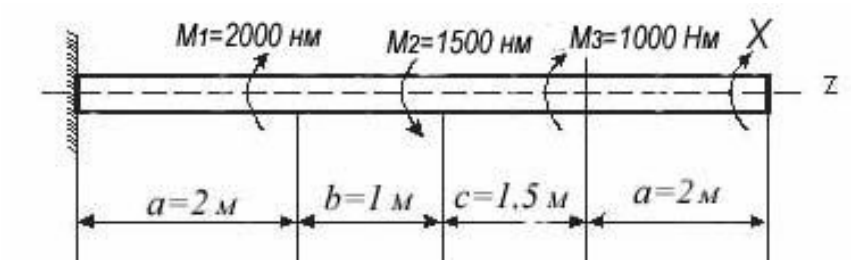


Рисунок 2.1

Данные для расчета

$\alpha = 2м;$	$M_1 = 2000$ Нм;	$[\tau] = 70$ МПа
$b = 1м;$	$M_2 = 1500$ Нм;	
$c = 1,5;$	$M_3 = 1000$ Нм;	

Решение

1. Определим, при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала (сечения 4) равен нулю (рисунок 2.2).

Запишем условие статического равновесия вала:

$$\Sigma M = 0; \qquad M_A - M_1 + M_2 - M_3 - X = 0. \qquad (2.1)$$

В уравнении (1) две неизвестные величины - M_A и X, следовательно, задача статически неопределима. Составим дополнительное уравнение совместности деформаций, отражающее условие, при котором угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю. Угол поворота этого сечения может быть представлен как сумма углов закручивания каждого участка вала.

$$\alpha_4 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_{4=}$$

$$= \frac{M_{к1} \cdot a}{GJ_p} + \frac{M_{к2} \cdot c}{GJ_p} + \frac{M_{к3} \cdot b}{GJ_p} + \frac{M_{к4} \cdot a}{GJ_p} = 0. \qquad (2.2)$$

Крутящие моменты в поперечных сечениях каждого участка вала $M_{к1}$, $M_{к2}$, $M_{к3}$, $M_{к4}$ найдем с помощью метода сечений:

$$M_{к1} = X$$

$$M_{к2} = X + M_3 = X + 1000; \qquad (2.3)$$

$M_{к3} = X+M_3–M_2= X+1000–1500=X–500,$

$M_{к4} = X+M_3–M_2+M_1=X+1000–1500+2000=X+1500.$

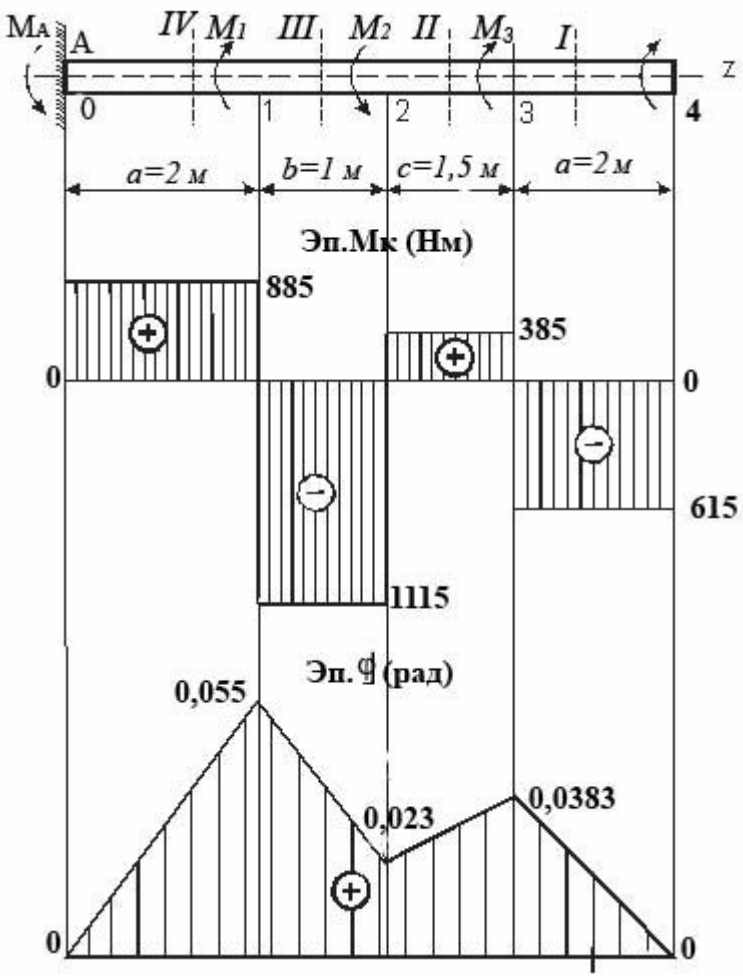


Рисунок 2.2

Подставим выражения (2.3) в уравнение (2.2):

$$\alpha_4 = \frac{X \cdot a}{GJ_p} + \frac{(X+1000)c}{GJ_p} + \frac{(X-500)b}{GJ_p} + \frac{(X+1500)a}{GJ_p} = 0.$$

После упрощения получим

$$X(a+c+b+a) + 1000c + 500b + 1500a = 0.$$

Откуда

$$X = \frac{500b - 1000c - 1500a}{2a+b+c} = \frac{500 \cdot 1 - 1000 \cdot 1{,}5 - 1500 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 1 + 1{,}5} = -615 Нм.$$

2. Зная момент X на правом конце вала, находим численные значения внутренних крутящих моментов по выражению (2.3):

M_{K1} = - 615Нм;
M_{K2} = - 615+1000 = 385 Нм;
M_{K3} = - 615- 500 = -1115Нм;
M_{K4} = - 615+1500 = 885Нм.

По этим значениям строим эпюру крутящих моментов (рисунок 2.2).

3) Определим диаметр вала из условия прочности при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{M_{к\max}}{W_p} \le [\tau], \qquad (2.4)$$

где $|M_{K\,max}|$=1115Н·м;

$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ - полярный момент сопротивления поперечного сечения вала (круга).

Тогда выражение (2.4) можно представить в виде

$$\tau_{\max} = \frac{16M_{K.\max}}{\pi d^3} \le [\tau].$$

Отсюда найдем диаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{к.\max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot 1115}{3{,}14\cdot 7\cdot 10^7}} = 0{,}0433м = 43{,}3мм.$$

Округлим найденное значение диаметра в соответствии с условием задачи до $d = 45$ мм.

Найдем полярный момент инерции данного сечения:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3{,}14\cdot 0{,}045^4}{32} = 40{,}2\cdot 10^{-8} м^4.$$

4. Построим эпюру углов закручивания. Для этого определим углы поворота сечений 1, 2, 3 (α_1, α_2, α_3) относительно защемленного сечения, где $\alpha_A=\alpha_0 = 0$. Модуль сдвига для стали G = 80ГПа.

$$\alpha_1 = \varphi_4 = \frac{M_{к4}\cdot a}{GJp} = \frac{885\cdot 2}{8\cdot 10^{10}\cdot 40{,}2\cdot 10^{-8}} = 0{,}055 рад;$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \varphi_3 = \alpha_1 + \frac{M_{к3}\cdot b}{G\cdot Jp} = 0{,}055 - \frac{1115\cdot 1}{8\cdot 10^{10}\cdot 40{,}2\cdot 10^{-8}} = 0{,}0203 рад;$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \varphi_2 = \alpha_2 + \frac{M_{к2}\cdot c}{GJ_p} = 0{,}0203 + \frac{385\cdot 1{,}5}{8\cdot 10^{10}\cdot 40{,}2^{-8}} = 0{,}0383 рад.$$

Для проверки решения вычислим угол поворота правого конца вала

$$\alpha_4 = \alpha_3 + \varphi_1 = \alpha_3 + \frac{M_{к1}\cdot \alpha}{G\cdot J_P} = 0{,}0383 - \frac{615\cdot 2}{8\cdot 10^{10}\cdot 40{,}2\cdot 10^{-8}} = 0.$$

Следовательно, решение выполнено верно.

По полученным данным строим эпюру углов закручивания (рисунок 2.2).

Определим наибольший относительный угол закручивания, приходящийся на один метр длины вала. Так как сечение вала постоянно по всей длине, то наибольший угол закручивания вала будет на III участке, в сечениях которого возникает наибольший крутящий момент:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{к3} \cdot 1}{G \cdot Jp} = \frac{1115 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 40{,}2 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0347\, рад/м.$$

ЗАДАЧА 3

Тема: Геометрические характеристики плоских сечений

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка (рисунок 3.1).

Требуется:

1) определить положение центра тяжести;
2) найти величины осевых и центробежного моментов инерции относительно осей X_C и $У_C$, проходящих через центр тяжести;
3) определить направление главных центральных осей U и V;
4) найти величины моментов инерции относительно главных центральных осей;
5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

Примечание: при расчете все необходимые данные следует брать из таблиц сортамента стального проката, разбивая сложное сечение на прокатные профили (ни в коем случае не заменять части профилей прямоугольниками).

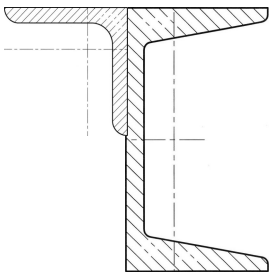


Рисунок 3.1

Данные для расчета:

Фигура I - швеллер № 20 ГОСТ 8240-89 (рисунок 3.2,а)

$h_1 = 20 \cdot 10^{-2}$ *м;* $A_1 = 23{,}4 \cdot 10^{-4}$ $м^2$;

$b_1 = 7{,}6 \cdot 10^{-2}$ м; $x^I_0 = 2{,}07 \cdot 1\ 0^{-2}$ м^4;
$J_{y1} = 1{,}13 \cdot 10^{-6}$ м^4; $J_{x1} = 15{,}2\ 0 \cdot 10^{-6}$ м^4.

Фигура II – уголок 80×80×8 ГОСТ 8509-93 (рисунок 3.2,б)

$b_2 = 8 \cdot 10^{-2}$ м; $A_2 = 12{,}3 \cdot 10^{-4}$ м^2;
$X^{II}_o = 2{,}27 \cdot 10^{-2}$ м; $J_{x2} = J_{y2} = 0{,}734 \cdot 10^{-6}$ м^4;
$J_{Xo} = 1{,}16 \cdot 10^{-6}$ м^4; $J_{y0} = 0{,}303 \cdot 10^{-6}$ м^4.

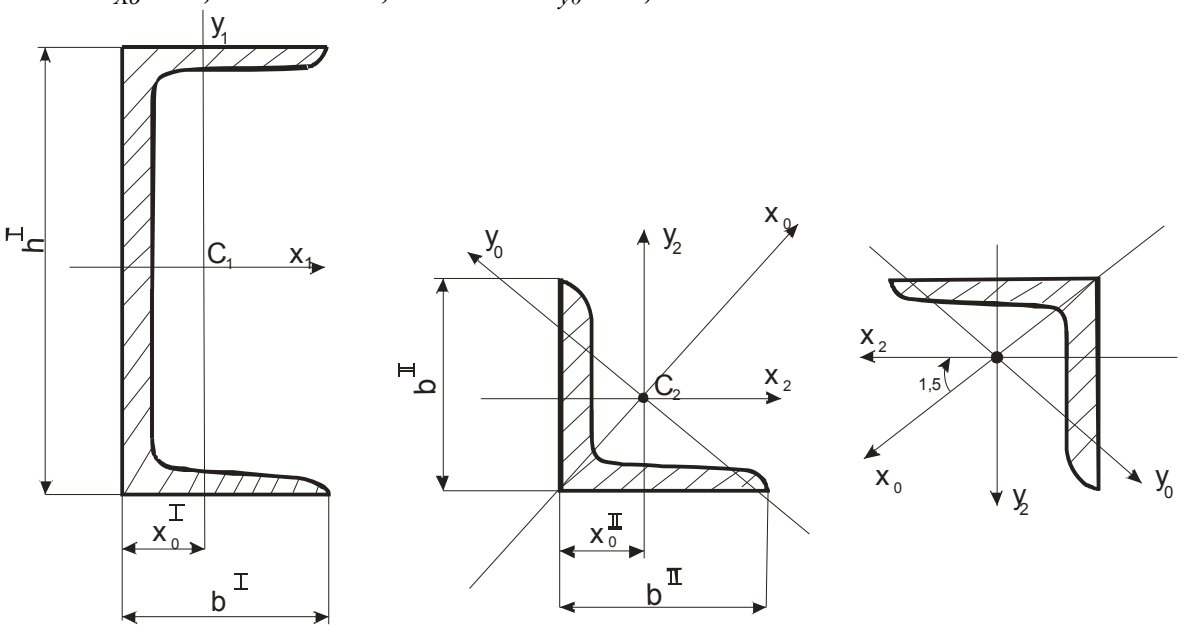


Рисунок 3.2

Решение

1. Определим положение центра тяжести сложного сечения (рисунок 3.3)

Разобьем сложное сечение на составляющие фигуры I и II. Выберем вспомогательные оси. За вспомогательные оси рационально принять собственные оси вспомогательных фигур. Выберем систему координат x_1 и y_2. Это удобно, так как в системе этих осей координаты центров тяжести элементарных фигур не будут принимать отрицательных значений. Найдем координаты центра тяжести сложного сечения по формулам:

$$x_c = \frac{\sum S_{y2}}{\sum A}, \qquad y_c = \frac{\sum S_{x1}}{\sum A},$$

где ΣS_{y2}, ΣS_{x1} – суммарные статические моменты инерции элементарных фигур относительно вспомогательных осей x_1 и y_2

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} = \frac{23{,}4 \cdot 10^{-4} 4{,}34 \cdot 10^{-2} + 12{,}3 \cdot 10^{-4} \cdot 0}{23{,}4 \cdot 10^{-4} + 12{,}3 \cdot 10^{-4}} = 2{,}84 \cdot 10^{-2}\, м; \qquad (3.1)$$

$$y_c = \frac{A_1 . y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{23{,}4 10^{-4} \cdot 0 + 12{,}3 \cdot 10^{-4} 7{,}73 \cdot 10^{-2}}{23{,}4 \cdot 10^{-4} + 12{,}3 \cdot 10^{-4}} = 2{,}66 \cdot 10^{-2`} = 2{,}66 \cdot 10^{-2}\, м.$$

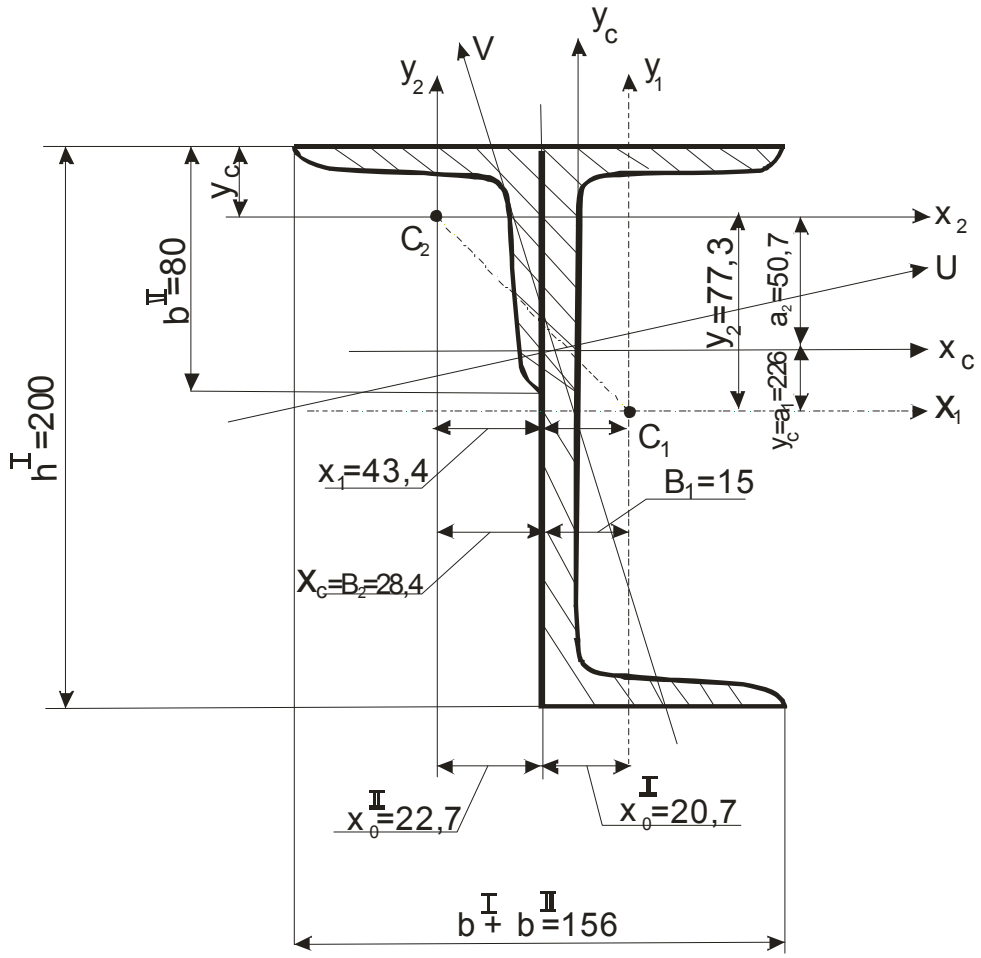


Рисунок 3.3

В этом случае согласно рисунку 3.3:

$$x_1 = x_o^{\,I} + x_o^{\,II} = 2{,}07 \cdot 10^{-2} + 2{,}27 \cdot 10^{-2} = 4{,}34 \cdot 10^{-2}\, м; \quad x_2 = 0;$$

$$y_1 = 0; \qquad y_2 = \frac{h_1}{2} - x_o^{\,II} = \frac{20 \cdot 10^{-2}}{2} - 2{,}27 \cdot 10^{-2} = 7{,}73 \cdot 10^{-2}\, м.$$

Полученные координаты центра тяжести сечения отложим от вспомогательных осей x_1, y_2 и через найденную точку проведем центральные оси x_c y_c паралельно осям x_1, y_2.

2. Найдём величины осевых и центробежных моментов инерции сечения относительно центральных осей x_c y_c. Для этого используем формулы перехода от центральных осей к параллельным.

$$J_{x_c} = J_{x_c}^{I} + J_{x_c}^{II} = J_{x1} + A_1 a_1^{\,2} + J_{x2} + A_2 a_2^{\,2};$$

$$J_{y_c} = J_{y_c}^{I} + J_{y_c}^{II} = J_{y1} + A_1 b_1^{\,2} + J_{y2} + A_2 b_2^{\,2};$$

$$J_{x_c y_c} = J_{x_c y_c}^{\;I} + J_{x_c y_c}^{\;II} = J_{x1y1} + A_1 a_1 b_1 + J_{x2y2} + A_2 a_2 b_2 . \qquad (3.2)$$

Здесь J^{I}_{Xc}, J^{II}_{Yc}, J^{I}_{XcYc}, J^{II}_{Xc}, J^{II}_{Yc}, J^{II}_{XcYc} - осевые и центробежные моменты инерции элементарных фигур относительно цетральных осей всей сложной фигуры; J_{X1}, J_{Y1}, J_{X2}, J_{Y2} - осевые моменты инерции этих же фигур относительно собственных центральных осей. Эти величины найдены по таблицам сортамента прокатных профилей; a_1, b_1, a_2, b_2 - координаты центров тяжести швеллера и уголка относительно центральных осей всего сечения. Как видно из рисунка 3.3,

$$a_1 = -y_C = -2{,}66 \cdot 10^{-2}\,м;$$

$$b_1 = x_1 - x_c = 4{,}34 \cdot 10^{-2} - 2{,}84 \cdot 10^{-2} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\,м;$$

$$a_2 = y_2 - y_c = 7{,}73 \cdot 10^{-2} - 2{,}66 \cdot 10^{-2} = 5{,}07 \cdot 10^{-2}\,м;$$

$$b_2 = -x_C = -2{,}84 \cdot 10^{-2}\,м.$$

$I_{x_1 y_1}, I_{x_2 y_2}$ - центробежные моменты инерции швеллера и уголка относительно собственных центральных осей. Эти величины в таблицах сортамента не заданы, их рассчитывают. Поскольку оси X_1, Y_1 являются главными осями сечения швеллера, то $J_{x1y1}=0$. Для равнобокого уголка главными центральными осями являются оси x_o и y_o, проходящие через центр тяжести сечения под углом $\pi/4$ к сторонам. Поэтому центробежный момент инерции этого сечения относительно осей x_2, y_2 не равен нулю и определяется по формуле

$$J_{x_2 y_2} = \frac{J_{xo} - J_{yo}}{2} \sin 2\alpha .$$

Здесь угол α - отрицательный, так как поворот осей x_o и y_o для совмещения с осями x_2 и y_o осуществляется по часовой стрелке (рисунок 3.2, в). Тогда

$$J_{x_2 y_2} = \frac{1{,}16 \cdot 10^{-6} - 0{,}303 \cdot 10^{-6}}{2} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -0{,}4285 \cdot 10^{-6}\,м^4 .$$

Подставив численные значения в формулы (3.2), получим:

$$J_{x_c} = 15{,}2 \cdot 10^{-6} + 23{,}4 \cdot 10^{-4}\left(-2{,}66 \cdot 10^{-2}\right)^2 + 0{,}734 \cdot 10^{-6} + 12{,}3 \cdot 10^{-4}\left(5{,}07 \cdot 10^{-2}\right)^2 =$$

$$= 20{,}75 \cdot 10^{-6}\,м^4;$$

$$J_{y_c} = 1{,}13 \cdot 10^{-6} + 23{,}4 \cdot 10^{-4}\left(1{,}5 \cdot 10^{-2}\right)^2 + 0{,}734 \cdot 10^{-6} + 12{,}3 \cdot 10^{-4}\left(-2{,}84 \cdot 10^{-2}\right)^2 =$$

$$= 3{,}382 \cdot 10^{-6}\,м^4;$$

$$J_{x_c y_c} = 0 + 23{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot \left(-2{,}66 \cdot 10^{-2}\right) \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} - 0{,}4285 \cdot 10^{-6} +$$
$$+ 12{,}3 \cdot 10^{-4} \cdot 5{,}07 \cdot 10^{-2} \left(-2{,}84 \cdot 10^{-2}\right) = 3{,}133 \cdot 10^{-6}\, м^4. \qquad (3.3)$$

3. Определим направление главных центральных осей U и V. Угол наклона главных центральных осей U и V к осям Z_C и $У_C$ найдем по формуле:

$$tg 2\alpha = -\frac{2J_{x_c y_c}}{J_{x_c} - J_{y_c}} = \frac{2(-313{,}3)}{338{,}2 - 2075} = 0{,}36. \qquad (3.4)$$

Тогда 2α =0,346 рад; α = 0,173 рад.

4. Найдем величины моментов инерции относительно главных центральных осей по формуле

$$J_{\substack{max \\ \min}} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)^2 + 4J_{x_c y_c}^2}\,.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$J_{\max} = J_u = \frac{20{,}75 \cdot 10^{-6} + 3{,}382 \cdot 10^{-6}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(20{,}75 \cdot 10^{-6} - 3{,}382 \cdot 10^{-6}\right)^2 + 4 \cdot 3{,}133 \cdot 10^{-6}} =$$
$$= 21{,}3 \cdot 10^{-6}\, м^4;$$

$$J_{\min} = J_V = \frac{20{,}75 \cdot 10^{-6} + 3{,}382 \cdot 10^{-6}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(20{,}75 \cdot 10^{-6} - 3{,}382 \cdot 10^{-6}\right)^2 - 4 \cdot 3{,}133 \cdot 10^{-6}} = \qquad (3.5)$$
$$= 2{,}83 \cdot 10^{-6}\, м^4.$$

Выполним проверку по известному равенству

$J_U + J_V = J_{ZC} + J_{УC}$,

$21{,}3 \cdot 10^{-6} + 3{,}83 \cdot 10^{-6} = 20{,}75 \cdot 10^{-6} + 3{,}382 \cdot 10^{-6}$.

Следовательно, задача решена верно.

ЗАДАЧА 4

Тема: Изгиб прямых стержней

Для заданных двух схем балок (рисунок 4.1) требуется написать выражения Q и M для каждого участка в общем виде; построить эпюры Q и M; найти M_{max} и подобрать:

а) для схемы (а) - деревянную балку круглого поперечного сечения при *[σ] = 80 МПа;*

б) для схемы (б) – стальную балку двутаврового поперечного сечения при *[σ] =160 МПа*

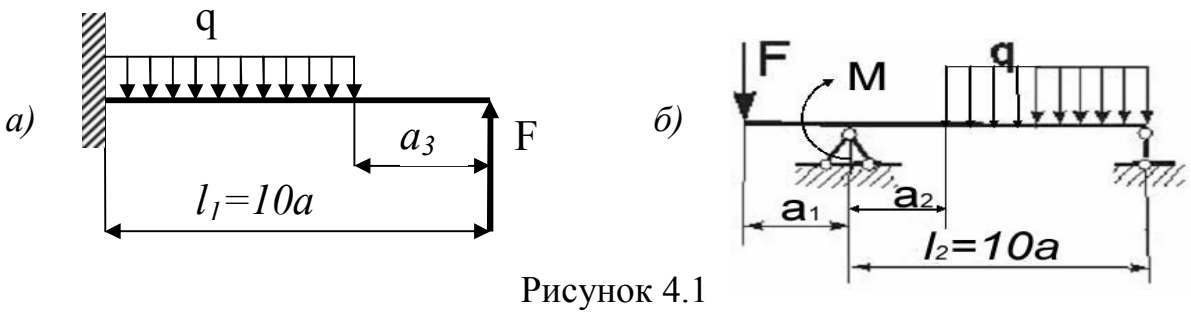


Рисунок 4.1

Примечание: чтобы построить эпюры (графики) Q и M, надо помнить, что поперечная сила в любом сечении есть алгебраическая сумма проекций всех внешних сил, действующих по одну сторону сечения на ось, перпендикулярную оси баки. Поперечная сила Q считается положительной от тех внешних сил, которые поворачивают отсеченную часть балки относительно центра тяжести сечения по часовой стрелке.

Изгибающий момент в любом сечении определяется как алгебраическая сумма моментов всех внешних сил, действуюших по одну сторону от этого сечения. Изгибающий момент считается положительным от тех нагрузок, момент от которых горизонтальную балку изгибает выпуклостью вниз. Для построения эпюр Q и M разобьем балку на грузовые участки; граница участка - это место приложения сосредоточенной внешней нагрузки или начало (конец) распределенной нагрузки.

Данные для расчета

l_1 = 10α = 5м ;	$\frac{a_1}{a_2} = 4$;	F= 20кН;
l_2 = 10α =8м;	$\frac{a_2}{a} = 2$;	q = 20кН/м^2;
	$\frac{a_3}{a} = 1$;	M = 40 кН·м;

Для схемы (а)
a = 0,5 м;
a_3 = 0,5 м;

Для схемы (б)
a = 0,8 м;
a_1 = 3,2 м;
a_2 = 1,6 м.

Решение

Для балки, защемленной одним концом (консольная балка), удобно отсчитывать участки от свободного конца. В этом случае расчет можно вести без определения опорных реакций.

1. Составим уравнения поперечных сил Q и изгибающих моментов M для участков.

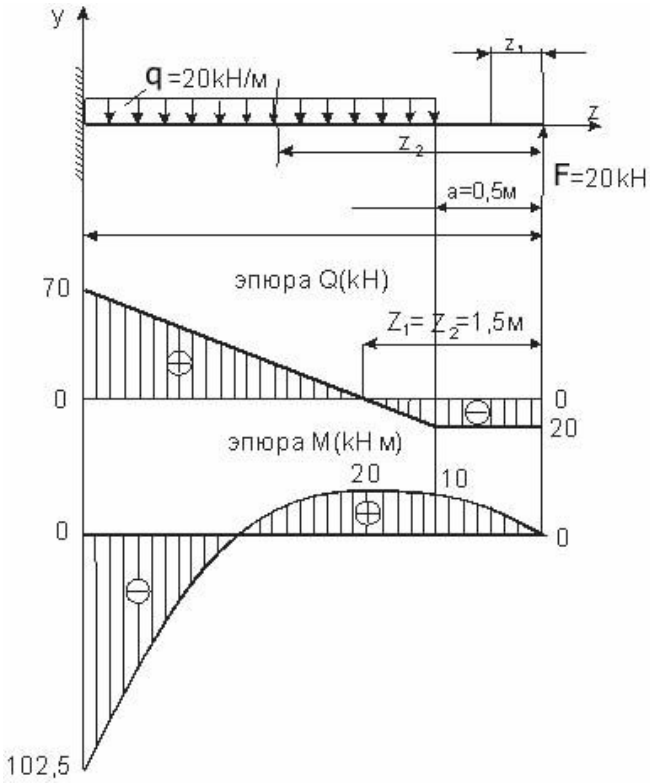


Рисунок 4.2

Участок I. $0 \le z_1 \le a_3;$

$$Q_1 = -F = -20кН; \quad M_1 = Fx_1;$$

при $z_1 = 0;$ $M_1 = 0;$

при $z_1 = a_3 = 0{,}5$ *м;* $M_1 = 20 \cdot 0{,}5 = 10$ *кН·м*

Участок 2. $a_3 < z_2 < l;$

$$Q_2 = -F + q(z_2 - a); \quad M_2 = Fx_2 - q\frac{(z_2 - a_3)^2}{2};$$

при $z_2 = a_3 = 0{,}5$ *м* $Q_2 = -20$ *кН;* $M_2 = 20 \cdot 0{,}5 = 10$ *кН· м;*

при $z_2 = l = 5$ *м* $Q_2 = -20 + 20\,(5 - 0{,}5) = 70$ *кН;*

$$M_2 = 20 \cdot 5 - 20\frac{(5 - 0{,}5)^2}{2} = -102{,}5кН \cdot м.$$

На этом участке Q меняет знак. Найдем значение $z_2 = z_o$, при котором $Q = 0$.

$$Q_2 = -F + q(z_2 - a_3) = 0;$$

$$z_2 = z_o = \frac{F + qa_3}{q} = \frac{20 + 20 \cdot 0{,}5}{20} = 1{,}5м.$$

В этом сечении балки момент экстремален.

При $z_2 = 1{,}5м$ $M_{\max} = 20 \cdot 1{,}5 - 20\frac{(1{,}5 - 0{,}5)^2}{2} = 20кН \cdot м.$

Отложим положительные ординаты вверх, а отрицательные – вниз и, соединив полученные точки линиями, согласно их математическим выражениям, записанным для поперечной силы и изгибающего момента, получим графики Q и M (рисунок 4.2).

2. Подбор размеров поперечного сечения балки.

Условие прочности при изгибе запишем:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_X} \le [\sigma],$$

где $W_x = \dfrac{\pi d^3}{32}$ - осевой момент сопротивления поперечного сечения;

M_{max}=102,5кН·м - максимальный изгибающий момент.

Тогда условие прочности можно представить в виде:

$$\sigma_{\max} = \frac{32M_{\max}}{\pi d^3} \le [\sigma].$$

Отсюда определим диаметр поперечного сечения балки

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\max}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{32 \cdot 102{,}5 \cdot 10^3}{\pi \cdot 8 \cdot 10^6}} = 0{,}507 м.$$

Схема (б)

1. Для построения эпюр Q и M необходимо определить опорные реакции из уравнений статики:

$$\sum M_A = F \cdot \alpha - M - q(l_2 - a_2) \cdot \left(a_2 + \frac{l_2 - a_2}{2}\right) + R_B \cdot l_2 = 0.$$

Отсюда

$$R_B = \frac{M + q(l_2 - a_2) \cdot \left(a_2 + \frac{l_2 - a_2}{2}\right) - Fa}{l_2} =$$

$$= \frac{40 + 20(8 - 1{,}6) \cdot \left(1{,}6 + \frac{8 - 1{,}6}{2}\right) - 20 \cdot 3{,}2}{8} = 73{,}8 кН;$$

$$\sum M_B = P(\alpha_1 + l_2) - M + q\frac{(l_2 - \alpha_2)^2}{2} - R_A \cdot l_2 = 0$$

и отсюда же

$$R_A = \frac{F(a_1 + l_2) - M + q\frac{(l_2 - a_2)^2}{2}}{l_2} = \frac{20(3{,}2 + 8) - 40 + 20\frac{(8 - 1{,}6)^2}{2}}{8} = 74{,}2 кН.$$

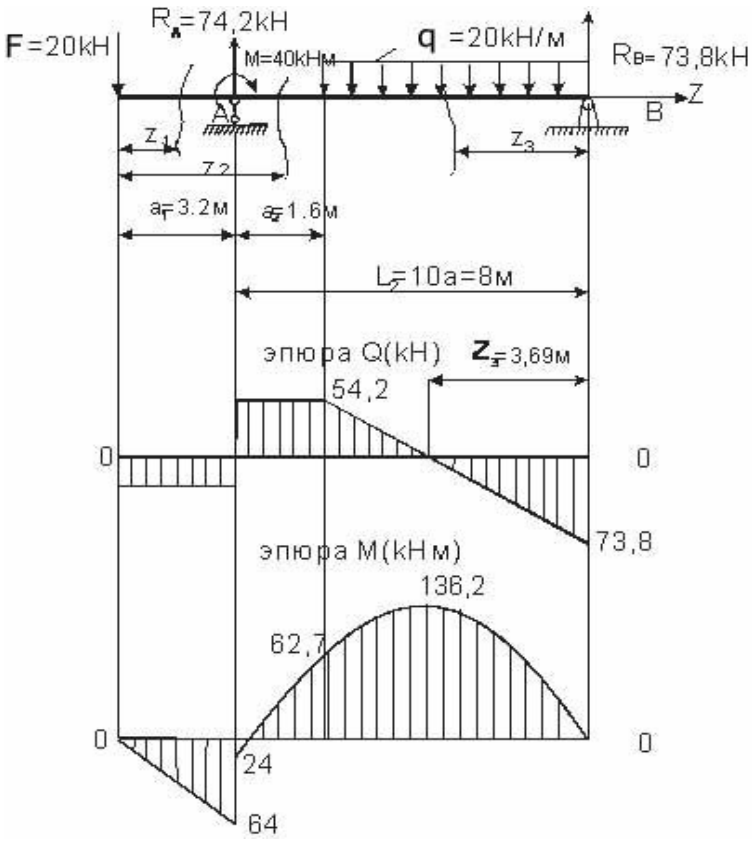


Рисунок 4.3

Выполним проверку

$$\sum Y = -F + R_A - q(l_2 - a_2) + R_B = -20 + 74{,}2 - 20(8 - 1{,}6) + 73{,}8 = 0.$$

Следовательно, реакции опор определены верно.

2. Составим выражения для определения поперечной силы и изгибающего момента.

<u>Участок I</u>. $0 \le z_1 \le \alpha_1$

$Q_1 = -F = -20кН;$ $M_1 = -Fz_1;$

при $z_1 = 0$ $M_1 = 0$

при $z_1 = a_1 = 3{,}2м$ $M_1 = -20 \cdot 3{,}2 = -64$ кН·м.

<u>Участок 2.</u> $a_1 \le z_2 \le (a_1 + a_2).$

$Q_2 = -F + R_A = 20 + 74{,}2 = 54{,}2$ кН· м,

$M_2 = -Fz_2 + M + R_A(z_2 - a);$

при $z_2 = a_1 = 3{,}2м$ $M_2 = -20 \cdot 3{,}2 + 40 + 74{,}2(3{,}2 - 3{,}2) = - - 24кН\cdot$ м,

при $z_2 = a_1 + a_2 = 4{,}8м$ $M_2 = -20 \cdot 4{,}8 + 40 + 74{,}2 \cdot 1{,}6 = 62{,}7$ кН · м.

<u>Участок 3</u>. $0 \le z_3 \le l_2 - a_2.$

$Q_3 = -R_B + qz_3$ $M_3 = R_B z_3 - q\dfrac{z_3^2}{2}$

при $z_3 = 0;$ $Q_3 = -R_B = -73{,}8$ кН· м; $M_3 = 0;$

при $z_3=6,4$ *м;* $Q_3=-73,8+20,64=54,2$ *кН;*

$$M_3 = 73{,}8 \cdot 6{,}4 - 20\frac{6{,}4^2}{2} = 62{,}7 кН \cdot м.$$

Определим экстремальное значение момента, так как поперечная сила на третьем участке изменяет знак.

$$Q_3 = R_B - qz_3 = 0; \qquad x_3 = x_o = \frac{R_B}{q} = \frac{73{,}8}{20} = 3{,}69 м.$$

$$M_{\max} = 73{,}8 \cdot 3{,}69 - 20\frac{3{,}69^2}{2} = 136{,}2 кН \cdot м.$$

По полученным данным построим эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

3. Подберем размеры поперечного сечения двутавровой балки.

Для опасного сечения с M_{max}=136,2 кН·м из условия прочности при изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{Wx} \le [\sigma] \quad \text{получим}$$

$$W_Z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{136{,}2 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 8{,}51 \cdot 10^{-4} м^3.$$

Из таблицы сортамента прокатных профилей подберем двутавр с ближайшим большим значением W_Z: Гост 8239 – 89 № 40 W_Z = 9,47 · 10^{-4} м^3.

ЗАДАЧА 5

Тема: Статически неопределимые задачи при изгибе

Для балки, изображенной на рисунке 5.1, **требуется:**

1) найти величину изгибающего момента на левой опоре (в долях ql^2);
2) построить эпюры Q и M;
3) построить эпюру прогибов, вычислив три ординаты в пролете и две на консоли.

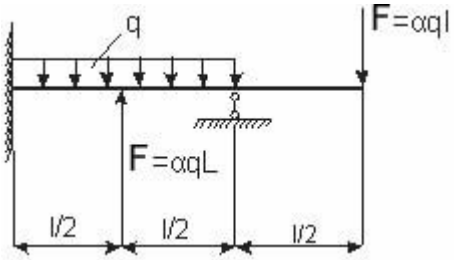


Рисунок 5.1

Данные для расчета:

$P = \alpha ql;$ $\alpha = 0,4;$ $\beta = 0,2.$

Решение

1. Найдем величину изгибающего момента на левой опоре (рисунок 5.2).

Составим уравнения статики:

$\Sigma X = 0;$ $H_A = 0;$

$$\Sigma Y = 0; \quad R_A + R_B + F - F - ql = 0; \tag{5.1}$$

$$\Sigma M_A = 0; \quad M_A + F\frac{l}{2} - q\frac{l^2}{2} + R_B \cdot l - F(l + \beta l) = 0. \tag{5.2}$$

Таким образом, получаем два уравнения (5.1) и (5.2) с тремя неизвестными, т. е. задача один раз статически не неопределима.

Для раскрытия статической неопределимости используем метод начальных параметров. Запишем уравнение прогиба в точке В, учитывая, что на опоре А угол поворота и прогиб равны нулю, и что на опоре В прогиб также равен нулю.

$$EJy_B = -\frac{M_A l^2}{2} + \frac{R_A l^3}{6} + \frac{F\left(\frac{l}{2}\right)^3}{6} - \frac{ql^4}{24} = 0. \tag{5.3}$$

Это и есть дополнительное уравнение совместности деформаций, необходимое для определения опорных реакций.

Решим совместно уравнения (5.1), (5.2), (5.3). Для этого выразим из уравнений (5.2) и (5.3) опорные реакции H_A и R_A:

$R_A = ql - R_B$;

$$M_A = q\frac{l^2}{2} - P\frac{l}{2} - R_B l + F(l + \beta l) = \frac{ql^2}{2} - \frac{\alpha ql^2}{2} - R_B l + \alpha ql^2(1 + \beta) =$$

$$= \frac{ql^2}{2} - \frac{0,4ql^2}{2} - R_B \cdot l + 0,4ql^2 \cdot 1,2 = 0,78ql^2 - R_B \cdot l.$$

Тогда уравнение (5.3) примет вид

$$-\frac{0,78ql^4}{2} + \frac{R_B l^3}{2} + \frac{ql^4}{6} - \frac{R_B l^3}{6} + \frac{q\alpha \cdot l^4}{48} - \frac{ql^4}{24} = 0.$$

Зная, что $\alpha = 0,4$, находим отсюда реакцию R_B

$0,333 R_B l^3 - 0,257 q l^4 = 0,$

откуда

$$R_B = \frac{0,257q \cdot l^4}{0,333 \cdot l^3} = 0,77ql.$$

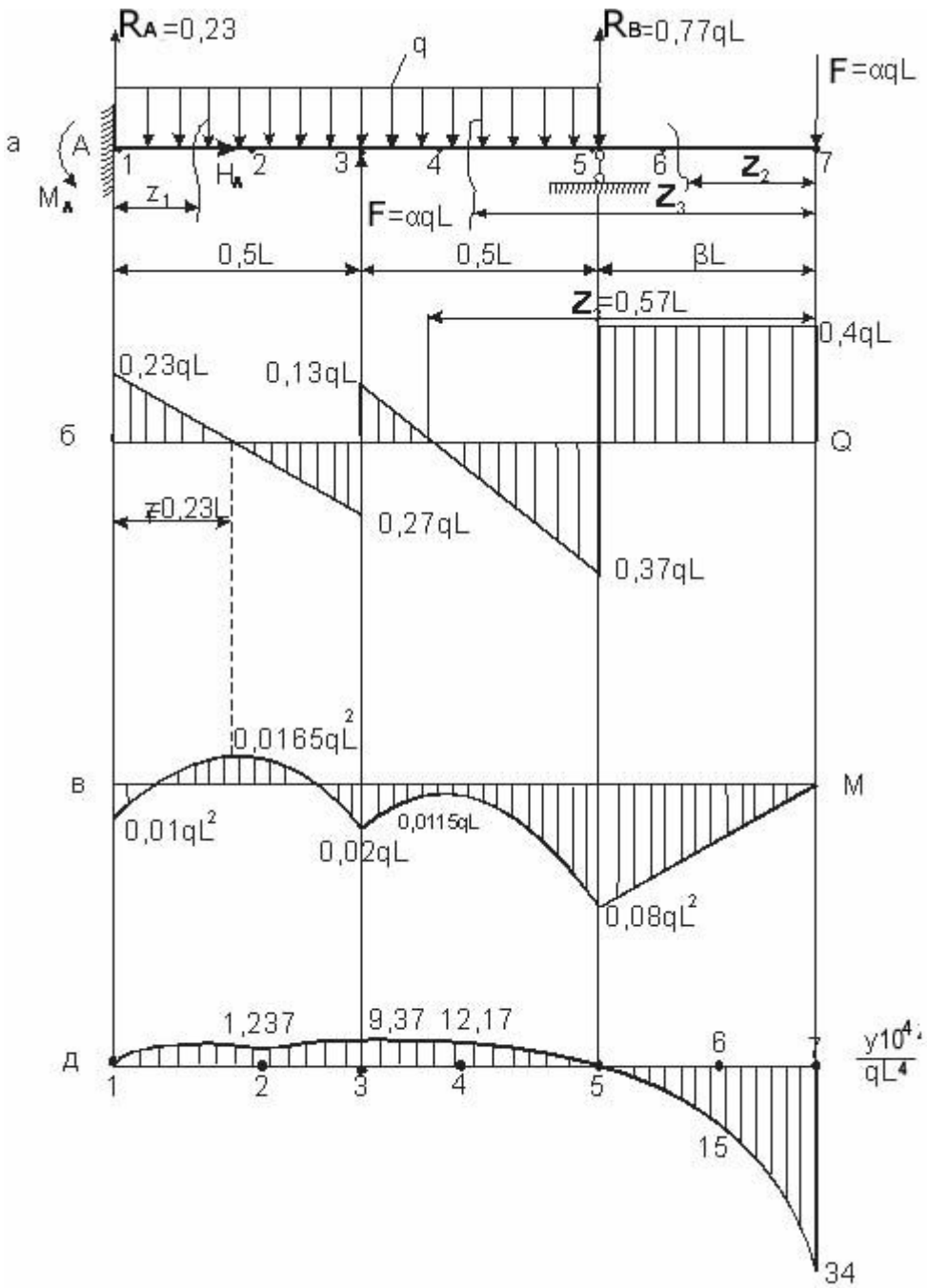


Рисунок 5.2

Тогда

$R_A = ql - 0,77ql = 0,23ql;$

$M_A = 0,78ql^2 - R_B\, l = 0,78ql^2 - 0,77ql^2 = 0,01ql^2.$

2. Построим эпюры Q и M.

<u>Участок 1</u> (левый) $0 \le z_1 \le 0,5l$;

$Q_1 = R_A - qz_1$

$$M_1 = M_A + R_A z_1 - q\frac{z_1^2}{2};$$

при $z_1 = 0;$ $Q_1 = R_A = 0{,}23ql;$ $M = -M_A = -0{,}01ql^2;$

при $z_1 = 0{,}5l;$ $Q = 0{,}23ql - 0{,}5q = -0{,}27ql;$

$$M_1 = 0{,}01ql^2 + 0{,}23ql \cdot 0{,}5l - \frac{q \cdot 0{,}25l^2}{2} = -0{,}02ql^2.$$

Определим значение x_1, при котором изгибающий момент достигает максимального значения, из условия:

$$Q_1 = R_A - qz_1 = 0; \quad z_1 = \frac{R_A}{q} = \frac{0{,}23ql}{q} = 0{,}23l.$$

Тогда при $z_1 = 0{,}23l$

$$M_{max} = -0{,}01ql^2 + 0{,}23ql \cdot 0{,}23l - q\frac{(0{,}23l)^2}{2} = 0{,}0165ql^2.$$

<u>Участок II</u> (правый) $0 \le z_2 \le \beta l;$

$Q_2 = F = ql\alpha = 0{,}4ql;$

$M_2 = -Pz_2;$

при $z = 0;$ $M_2 = 0;$

при $z_2 = 0{,}2l;$ $M_2 = -F \cdot 0{,}2l = -0{,}4ql \cdot 0{,}2l = -0{,}08ql^2.$

<u>Участок III</u> (средний) $\beta l \le x_3 \le \beta l + \frac{l}{2};$

$Q_3 = F + q(z_3 - \beta l) - R_B;$

$$M_3 = -Fx_3 + R_B(z_3 - \beta l) - \frac{q(z_3 - \beta l)^2}{2};$$

при $z_3 = \beta l = 0{,}2l;$ $Q_3 = 0{,}4ql - 0{,}77ql = -0{,}37ql;$

$M_3 = -ql \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2l = -0{,}08ql^2.$

при $z_3 = \beta l + \frac{l}{2} = 0{,}7;l$ $Q_3 = 0{,}4ql + q \cdot 0{,}5l - 0{,}77ql = 0{,}13ql;$

$$M_3 = -0{,}4ql \cdot 0{,}7l + 0{,}77ql \cdot 0{,}5l - q\frac{(0{,}5l)^2}{2} = -0{,}02ql^2.$$

На участке III определим максимальное значение изгибающего момента, при котором $Q_3 = 0$:

$$Q_3 = F + q(z_3 - \beta l) - R_B = 0;$$

$$z_3 = \frac{-F + ql\beta + R_B}{q} = \frac{-0{,}4ql + 0{,}2ql + 0{,}77ql}{q} = 0{,}57l.$$

При $z_3 = 0{,}57l$

$$M_{\max} = -0{,}4ql \cdot 0{,}57l + 0{,}77ql(0{,}57l - 0{,}2l) - q\frac{(0{,}57l - 0{,}2l)^2}{2} = -0{,}0115ql^2.$$

По полученным результатам строим эпюры Q и M (рисунок 5.2, б, в).

3. Построим эпюру прогибов, вычислив три ординаты в пролете и две на консоли. Для этого составим уравнение прогибов для трех участков, пользуясь методом начальных параметров, приняв начало координат в точке А (точка I). Прогиб в начале координат $y_A = y_I = y_o = 0$, и угол поворота поперечного сечения в начале координат $\theta_A = \theta = \theta_o = 0$. Тогда на участке I получим

$$EJy = -\frac{M_A z^2}{2} + \frac{R_A z^3}{6} - \frac{qz^4}{24}.$$

Определим прогиб в точке 2 с координатой $x = 0{,}25l$.

$$EJy_2 = \frac{M_A(0{,}25l)^2}{2} + \frac{R_A(0{,}25l)^3}{6} - \frac{q(0{,}25l)^4}{24} =$$

$$= -\frac{0{,}01ql^2(0{,}25l)^2}{2} + \frac{0{,}23ql(0{,}25l)^2}{6} - \frac{q(0{,}25l)^4}{24};$$

Отсюда $y_2 = \dfrac{1{,}237 \cdot 10^{-4} ql^4}{EJ}$.

Вычислим прогиб в точке 3 при $z = 0{,}5l$

$$EJy_3 = -\frac{0{,}01ql^2(0{,}5l)^2}{2} + \frac{0{,}23ql(0{,}5l)^3}{6} - \frac{q(0{,}5l)^4}{24};$$

$$y_3 = \frac{9{,}375 \cdot 10^{-4} ql^4}{EJ}.$$

Для следующего участка уравнение прогибов принимает вид:

$$EJy = -\frac{M_A z^2}{2} + \frac{R_A z^3}{6} + \frac{F(z-0{,}5l)^3}{6} - \frac{qz^4}{24}.$$

В точке 4 при $x = 0{,}75l$ получаем

$$EJy_4 = -\frac{0{,}01(0{,}75l)^2 ql^2}{2} + \frac{0{,}23ql(0{,}75l)^3}{6} + \frac{0{,}4ql(0{,}25l)^3}{6} - \frac{q(0{,}75l)^4}{24};$$

$$y_4 = \frac{12{,}17 \cdot 10^{-4} ql^4}{EJ}.$$

Составим уравнение прогибов для точек, расположенных на консольной части балки:

$$EJy = -\frac{Mz^2}{2} + \frac{R_A z^3}{6} + \frac{F(z-0{,}5l)^3}{6} + \frac{R_B(z-l)^3}{6} - \frac{qz^4}{24} + \frac{q(z-l)^4}{24}.$$

Определим прогиб в точке 6 при $z = l + \dfrac{\beta \cdot l}{2} = 1{,}1l$:

$$EJy_6 = -\frac{0{,}01\,ql^2(1{,}1l)^2}{2} + \frac{0{,}23\,ql(1{,}1l)^3}{6} + \frac{0{,}4\,ql(0{,}6l)^3}{6}$$

$$+\frac{0{,}77\,ql(0{,}1l)^3}{6} - \frac{q(1{,}1l)^4}{24} + \frac{q(0{,}1l)^4}{24};$$

$$y_6 = -\frac{15\cdot 10^{-4}ql^4}{EJ}.$$

Найдем прогиб на конце консоли при $z=l+\beta l=1{,}2l$:

$$EJy_7 = -\frac{0{,}01ql^2(1{,}2l)^2}{2} + \frac{0{,}23ql(1{,}2l)^3}{6} + \frac{0{,}4ql(0{,}7l)^3}{6} +$$

$$+\frac{0{,}77ql(0{,}2l)^3}{6} - \frac{q(1{,}2l)^4}{24} + \frac{q(0{,}2l)^4}{24};$$

$$y_7 = -\frac{34\cdot 10^{-4}ql^4}{EJ}.$$

По этим значениям построим эскиз упругой линии (рисунок 5.2, д), соединив точки так, чтобы получилась плавная кривая, выпуклость которой соответствовала бы правилу знаков изгибающего момента (при положительном знаке момента балка должна быть изогнута выпуклостью вниз, а при отрицательном - вверх). Сечение, где изгибающий момент меняет знак, соответствует точке перегиба на эскизе упругой линии.

ЗАДАЧА 6

Тема: Внецентренное сжатие

Чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого изображено на рисунке 6. 1, сжимается продольной силой ***F***, приложенной к точке А.

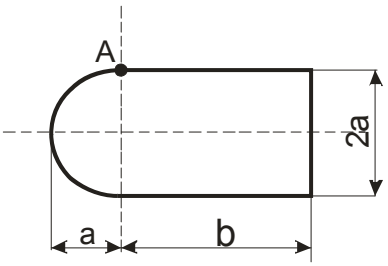


Рисунок 6.1

Требуется:

1) вычислить наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения в поперечном сечении, выразив их через ***F*** и размеры сечения;

2) найти допускаемую нагрузку ***F*** при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие $[\sigma]_c$ и растяжение $[\sigma]_p$.

Данные для расчета:

a = 0,1м;	$[\sigma]_p$= *30 МПа;*
b = 0,2м;	$[\sigma]_c$ = *120 МПа.*

Решение

1. Вычислим наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения в поперечном сечении.

Так как наибольшие нормальные напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии, то для определения их нужно найти положение нейтральной оси в отрезках, отсекаемых нейтральной линией на осях *y* и *x:*

$$\alpha_x = \frac{i_y^{\,2}}{x_P}; \qquad \alpha_y = -\frac{i_x^{\,2}}{y_P},$$

y_P, z_P - координаты точки приложения силы относительно центральных осей;

$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}$; $l_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$ - главные радиусы инерции сечения.

Для определения положения центральных осей вычислим координаты центра тяжести сечения

$$x_c = \frac{\Sigma S_y}{\Sigma A} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{A_1 + A_2},$$

где площадь полукруга

$$A_1 = \frac{\pi(2\alpha)^2}{8} = \frac{3{,}14 \cdot (2 \cdot 0{,}1)^2}{8} = 0{,}0157 м^2;$$

площадь прямоугольника

$$A_2 = b \cdot 2\alpha = 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04 м^2;$$

координаты центра тяжести в системе координат xy_1, (рис. 6.2)

$$x_1 = 0; \quad x_2 = C + \frac{b}{2} = \frac{4\alpha}{3\pi} + \frac{b}{2} = \frac{4 \cdot 0{,}1}{3 \cdot 3{,}14} + \frac{0{,}2}{2} = 0{,}142 м.$$

Следовательно,

$$x_C = \frac{0{,}04 \cdot 0{,}142}{0{,}0157 + 0{,}04} = 0{,}102 м.$$

Координата $y_C = 0$, так как сечение симметрично относительно оси *x*. Тогда координаты точки А в центральной системе координат *x, y* определяют так:

$y_A = y_P = a = 0{,}1м;$

$$x_A = x_P = -x_C + C = -0{,}102 + \frac{4 \cdot 0{,}1}{3\pi} = -0{,}0596м.$$

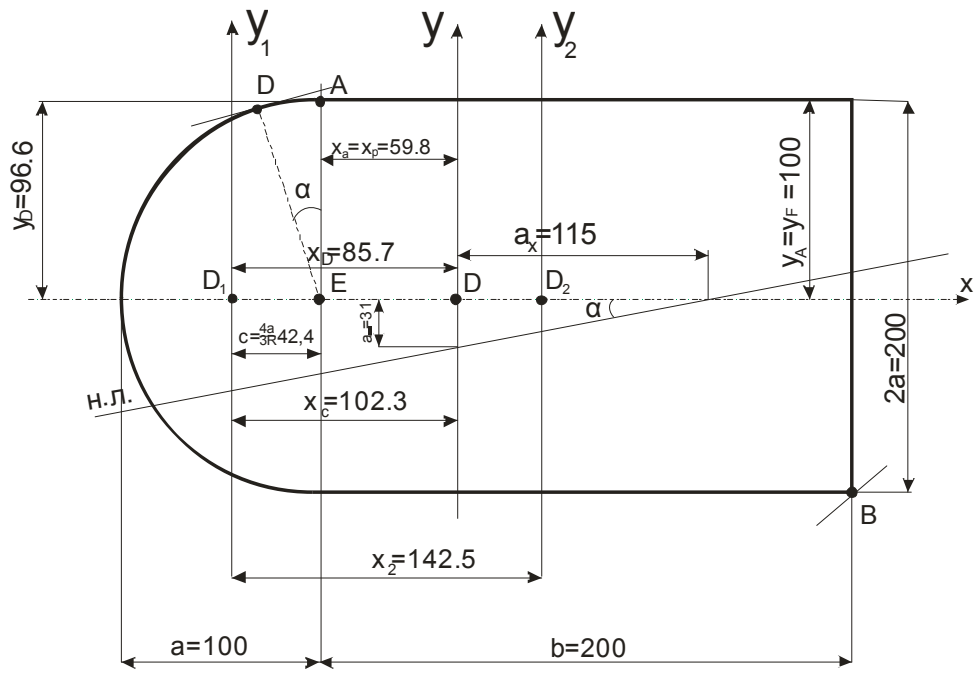


Рисунок 6.2

Найденные центральные оси являются для данного сечения главными, так как одна из них совпадает с осью симметрии. Определим главные моменты инерции, воспользовавшись формулами параллельного переноса

$$J_y = J_{y1} + A_1 x_C{}^2 + J_{y2} + A_2 (x_2 - x_C)^2 =$$

$$= 0{,}00686\,(2\alpha)^4 + \frac{\pi(2\alpha)^2}{8} x_C^2 + \frac{b^3 2\alpha}{12} + b \cdot 2\alpha (x_2 - x_C)^2 =$$

$$0{,}00686\,(0{,}2)^4 + \frac{\pi(0{,}2)^2}{8} 0{,}102^2 + \frac{(0{,}2)^3 0{,}2}{12} + 0{,}2 \cdot 0{,}2(0{,}142 - 0{,}102)^2 = 3{,}73 \cdot 10^{-4} м^4;$$

$$J_x = J_{x1} + J_{x2} = \frac{\pi(2\alpha)^4}{128} + \frac{(2\alpha)^3 b}{12} = \frac{3{,}14(0{,}2)^4}{128} + \frac{(0{,}2)^3 \cdot 0{,}2}{12} = 1{,}73 \cdot 10^{-4} м^4.$$

Тогда

$$i_x^2 = \frac{Jx}{A_1 + A_2} = \frac{1{,}73 \cdot 10^{-4}}{0{,}0157 + 0{,}04} = 3{,}1 \cdot 10^{-4} м^2;$$

$$i_y^2 = \frac{J_y}{A_1 + A_2} = \frac{3{,}73 \cdot 10^{-4}}{0{,}0157 + 0{,}04} = 6{,}7 \cdot 10^{-3}\, м^2.$$

Теперь найдем положение нейтральной линии в отрезках, отсекаемых на осях координат y_Z:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_P} = -\frac{6{,}7 \cdot 10^{-3}}{-0{,}0596} = 0{,}112 м;$$

$$\alpha_y = \frac{i_x^2}{y_p} = -\frac{3{,}1 \cdot 10^{-3}}{0{,}1} = -0{,}031 м.$$

Наиболее удаленные от нейтральной оси точки определим, проведя касательные к контуру сечения, параллельные нейтральной линии. Точки касания B и D являются искомыми точками. Найдем их координаты:

$$x_B = b + c - x_C = 0{,}2 + \frac{4 \cdot 0{,}1}{3 \cdot \pi} - 0{,}102 = 0{,}14 м; \quad y_B = -\alpha = -0{,}1 м;$$

$$|x_P| = |x_A| + |\alpha \cdot \sin\alpha|; \qquad y_D = a \cdot cos\alpha.$$

Угол α определим из отношения

$$tq\alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{0{,}031}{0{,}112} = 0{,}2768; \qquad \alpha = 0{,}27\ рад.$$

Тогда $y_D = 0{,}1 \cdot cos\ 0{,}27 = 0{,}0964 м$;

$$|x_D| = |0{,}0596| + |0{,}1 \cdot \sin 0{,}27| = 0{,}0863 м.$$

С учетом направления оси x получим x_D = - 0,0863м.

Вычислим наибольшие сжимающие напряжения в точке D и растягивающие - в точке B.

$$\sigma_B = -\frac{F}{A}\left(1 + \frac{y_P y_B}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x_B}{i_y^2}\right) = -\frac{F}{0{,}0557}\left[1 + \frac{0{,}1(-0{,}1)}{3{,}1 \cdot 10^{-3}} + \frac{(-0{,}0596) \cdot 0{,}14}{6{,}7 \cdot 10^{-3}}\right] = 62{,}3F;$$

$$\sigma_D = -\frac{F}{A}\left(1 + \frac{y_P \cdot y_B}{i_x^2} + \frac{x_P \cdot x_B}{i_y^2}\right) =$$

$$= -\frac{F}{0{,}0557}\left[1 + \frac{0{,}1 \cdot 0{,}0964}{3{,}1 \cdot 10^{-3}} + \frac{(-0{,}0596) \cdot (-0{,}0863)}{6{,}7 \cdot 10^{-3}}\right] = -87{,}6F.$$

2. Определим допускаемую нагрузку из условия прочности растянутых волокон

$$\sigma_B = 62{,}3F \le [\sigma]_P.$$

Отсюда

$$[F]^1 = \frac{[F]_P}{62{,}3} = \frac{30 \cdot 10^6}{62{,}3} = 4{,}82 \cdot 10^5\, H = 482 кН.$$

Рассчитаем допускаемую нагрузку из условия прочности сжатых волокон

$$\sigma_B = 87{,}6F \le [\sigma]_{p.}$$

Отсюда

$$[F] = \frac{[\sigma]_p}{87{,}6} = \frac{120 \cdot 10^6}{87{,}6} = 1{,}37 \cdot 10^6 H = 1370 кН .$$

Меньшее из двух полученных значений нагрузки примем за допускаемое [F]=482кН.

ЗАДАЧА № 7

Тема: Изгиб с кручением брусьев круглого поперечного сечения

Шкив с диаметром D_1 и с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 вращается с угловой скоростью ω и передает мощность N кВт (рисунок 7.1). У двух других шкивов одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2, и каждый из них передает мощность $N/2$.

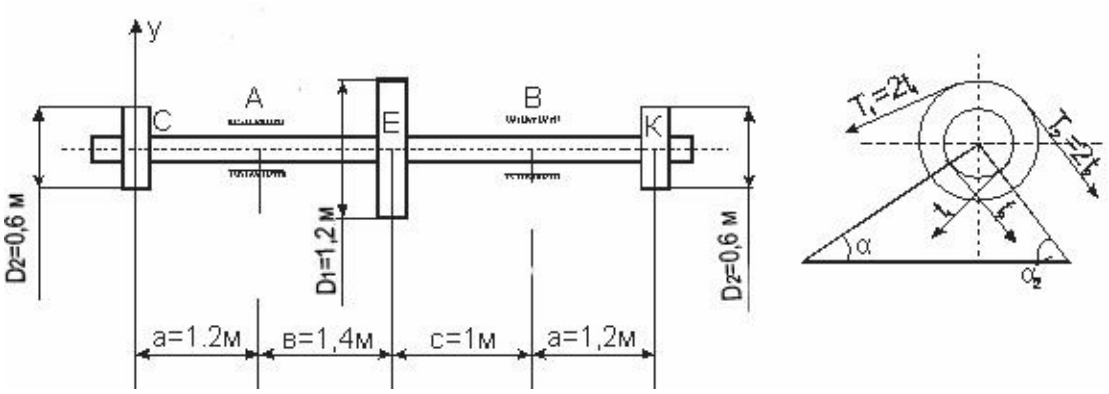


Рисунок 7.1

Требуется:

1) определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным величинам N и ω;
2) построить эпюру крутящих моментов M_K;
3) определить окружные усилия t_1 и t_2, действующие на шкивы, по найденным моментам и диаметрам шкивов D_1 и D_2;
4) определить давление на вал, приняв их равными трем окружным усилиям;
5) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (без учета силы тяжести шкивов и вала);
6) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_Г$ и вертикальных сил M_B;

7) построить эпюру суммарных изгибающих моментов, использовав формулу $M_z = \sqrt{M_Г^2 + M_В^2}$;
8) найти опасное сечение и определить величину максимального расчетного момента (по третьей теории прочности);
9) подобрать диаметр вала d при *[σ]=70МПа* и округлить до ближайшего большего по ГОСТ

Данные для расчета

$N = 600кВт;$	$a = 1,2м;$	$D_1 = 1,2м;$
$\omega = 30рад/с;$	$b = 1,4м;$	$D_2 = 0,6м;$
$\alpha_1 = \frac{\pi}{6} рад;$	$\alpha = \frac{\pi}{3,6} рад.$	

Решение

1. Определим моменты, приложенные к шкивам, по заданным величинам N и ω.

Шкив диаметра D_1 по условию задачи является ведущим, а шкивы диаметра D_2 - ведомыми. Следовательно, $N= N_1= 60кВт$ - мощность на ведущем шкиве; $N_2 = \frac{N_1}{2} = 30кВт$ - мощность на ведомом шкиве.

Тогда на ведущем шкиве

$$M_1 = \frac{N_1}{\omega} = \frac{60 \cdot 10^3}{30} = 2000 Н \cdot м = 2кН \cdot м.$$

На ведомом шкиве

$$M_2 = \frac{N_2}{\omega} = \frac{30 \cdot 10^3}{30} = 1000 Н \cdot м = 1кН \cdot м.$$

2. Построим эпюру крутящих моментов, использовав для этого метод сечений.

<u>Сечение I – I</u>, участок КЕ

$M_{K1} = M_2 = 1кН \cdot м.$

Сечение II- II, участок ЕС

$M_{K2} = M_2 - M_1 = 1 - 2 = -1кН \cdot м.$

Согласно полученным результатам построим эпюру крутящих моментов (рисунок 7.2,б, в).

3. Определим окружные усилия, действующие на шкивы.

Шкив диаметра D_1 (рисунок 7.2):

$$M_1 = \frac{T_1 D_1}{2} - \frac{t_1 D_1}{2} = \frac{t_1 D_1}{2}.$$

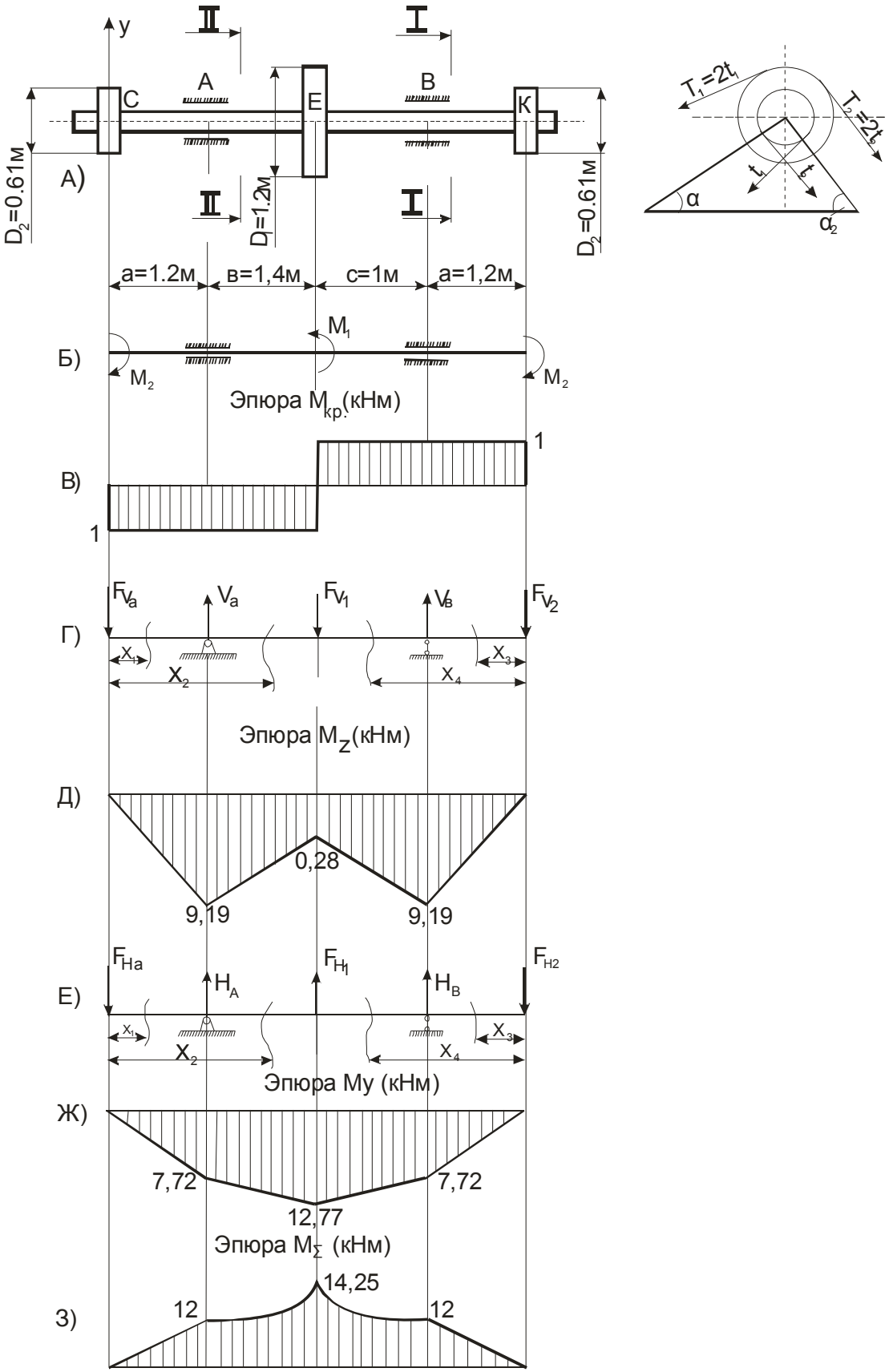

y
II
I
A
B
C
E
K
А)
D2=0.61м
D1=1.2м
D2=0.61м
T1=2t1
T2=2t2
t1
t2
α
α2
a=1.2м
в=1,4м
c=1м
a=1,2м
Б)
M1
M2
M2
Эпюра Mкр.(кНм)
В)
1
1
Г)
FVa
Va
FV1
Vв
FV2
X1
X2
X3
X4
Эпюра MZ(кНм)
Д)
0,28
9,19
9,19
Е)
FHa
HA
FH1
HB
FH2
X1
X2
X3
X4
Эпюра My (кНм)
Ж)
7,72
7,72
12,77
Эпюра MΣ (кНм)
З)
14,25
12
12

Рисунок 7.2

Отсюда $t_1 = \dfrac{2M_1}{D_1} = \dfrac{2 \cdot 2}{1{,}2} = 3{,}33кН.$

Шкив диаметра D_2 (рисунок 7.3):

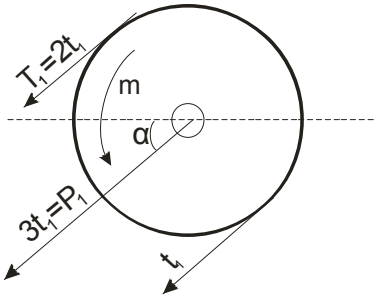


Рисунок 7.3

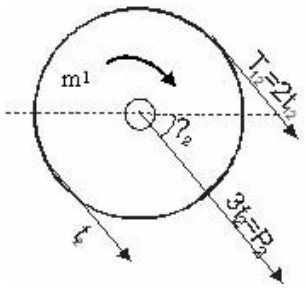


Рисунок 7.4

$$M_2 = \frac{T_2 D_2}{2} - \frac{t_2 D_2}{2} = \frac{t_2 D_2}{2}.$$

Отсюда $t_2 = \dfrac{2M_2}{D_2} = \dfrac{2 \cdot 1}{0{,}6} = 3{,}33кН.$

4. Найдем давления, действующие на вал:

$P_1 = 3\ t_1 = 3 \cdot 3{,}33$=10кН;

$P_2 = 3\ t_2 = 3 \cdot 3{,}33 = 10кН.$

5. Определим силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (рисунок 7.5):

$$P_{H1} = P_1 \cos\alpha_1 = 10 \cdot \cos\frac{\pi}{6} = 8{,}66кН;$$

$$P_{H2} = P_2 \cos\alpha_2 = 10 \cdot \frac{\pi}{3{,}6} = 6{,}43кН;$$

$$P_{V1} = P_1 \sin\alpha_1 = 10 \cdot \sin\frac{\pi}{6} = 5кН;$$

$$P_{V2} = P_2 \sin\alpha_2 = 10 \cdot \sin\frac{\pi}{3{,}6} = 7{,}66кН;$$

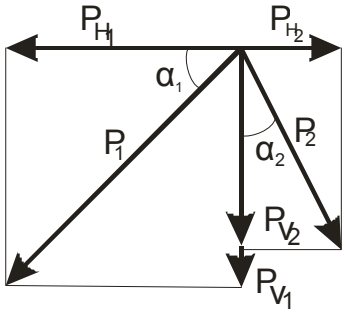


Рисунок 7.5

6. Построим эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил:

а) рассмотрим силы, действующие в вертикальной плоскости. Определим опорные реакции (рисунок 7.2, г):

$$\Sigma M_B = P_{V_2}(\alpha + b + c) + P_{V_1} \cdot c - P_{V_2} \cdot \alpha - V_A(b + c) = 0;$$

$$V_A = \frac{P_{V_2}(a + b + c) + P_{V_1} \cdot c - P_{V_2} \cdot a}{b + c} = \frac{7{,}66(1{,}2 + 1{,}4 + 1) + 5 \cdot 1 - 7{,}66 \cdot 1{,}2}{1{,}4 + 1} = 9{,}74 кН;$$

$$\Sigma M_A = P_{V_2} \cdot \alpha + V_B(b + c) - P_{V_1} \cdot b - P_{V_2}(a + b + c) = 0;$$

$$V_B = \frac{-P_{V_2} \cdot a + P_{V_1} \cdot b + P_{V_2}(a + b + c)}{b + c} +$$

$$+ \frac{-7{,}66 \cdot 1{,}2 + 5 \cdot 1{,}4 + 7{,}66 \cdot (1{,}2 + 1{,}4 + 1)}{1{,}4 + 1} = 10{,}58 кН;$$

Проверка:

$$\Sigma Y = -P_{V_2} - P_{V_1} - P_{V_2} + V_A + V_B = 7{,}66 - 5 - 7{,}66 + 9{,}74 + 10{,}58 = 0.$$

Определим изгибающие моменты в сечениях по участкам:

Участок СА. $0 \le z_1 \le \alpha$; $M_{CA} = -P_V \cdot z$;

при $z_1 = 0$ $M_C = 0$;

при $z_1 = \alpha$ $M_A = -P_{V2} \cdot a = -7{,}66 \cdot 1{,}2 = -9{,}19$ кН · м.

<u>Участок АЕ</u> $a \le x_2 \le a + b$; $M_{AE} = -P_{V2} z_2 + V_A(z_2 - a)$;

при $z_2 = a$; $M_A = -9{,}19$ кН ·м;

при $z_2 = a+b$; $M_E = -P_{V2}(a + b) + V_A b = -7{,}66(1{,}2+1{,}4)+9{,}74 \cdot 1{,}4 = -6{,}28$ кН·м.

<u>Участок КВ</u> $0 \le z_3 \le \alpha$; $M_{KB} = -P_{V2} \cdot z_3$;

при $z_3 = 0$ $M_K = 0$;

при $z_3 = a$ $M_B = -P_{V2} \cdot a = -7{,}66 \cdot 1{,}2 = 9{,}19$ кН ·м.

<u>Участок ВЕ</u> $a \le z_4 \le a+c$; $M_{BE} = -P_{V2} \cdot z_4 + V_B(z_4 - a)$;

при $z_4 = a$ $M_B = -9{,}19$ кН·м;

при $z_4 = a+c$; $M_E = -P_{V2}(a+c) + V_B \cdot c = -7{,}66 \cdot (1{,}2+1) + 10{,}58 \cdot 1 = -6{,}28$ кН·м.

По полученным данным построим эпюру M_B (рисунок 7.2, д);

б) рассмотрим схему сил, действующих в горизонтальной плоскости (рисунок 7.2, е). Определим опорные реакции:

$$\Sigma M_A = P_{H_2} \cdot a + P_{H_1} \cdot b - P_{H_2}(a + b + c) + H_B(b + c) = 0;$$

$$H_B = \frac{-P_{H2} \cdot a + P_{H2} \cdot (a+b+c)}{b+c} =$$

$$= \frac{-6{,}43 \cdot 1{,}2 - 8{,}66 \cdot 1{,}4 + 6{,}43 \cdot (1{,}2 + 1{,}4 + 1)}{1{,}4 + 1} = 1{,}38 кН.$$

$$\Sigma M_B = -P_{H_1} \cdot c - P_{H_2} \cdot a + P_{H_2}(a+b+c) - H_A(b+c) = 0;$$

$$H_A = \frac{-P_{H1} \cdot c - P_{H2} \cdot a + P_{H2}(a+b+c)}{b+c} =$$

$$= \frac{-8{,}66 \cdot 1 - 6{,}43 \cdot 1{,}2 + 6{,}43 \cdot (1{,}2 + 1{,}4 + 1)}{1{,}4 + 1} = 2{,}82 кН$$

Проверка: $\Sigma Z = H_A + H_B - 2P_{H2} + P_{H1} = 2{,}82 + 1{,}38 - 2 \cdot 6{,}43 + 8{,}66 = 0.$

Определим изгибающие моменты в горизонтальной плоскости по участкам:

Участок СА. $0 \le z_1 \le a;$ $M_{CA}=-P_{H2} \cdot z_1$;

при $z_1 = 0;$ $M_C = 0;$

при $z_1 = a$; $M_A = - P_{H2} \cdot a = - 6{,}43 \cdot 1{,}2 = -7{,}72$ кН · м.

Участок АЕ $\alpha \le z_2 \le a + b$; $M_{AE} = -P_{H2} \cdot z_2 + H_A(z_2 - a);$

при z_2 a $M_A=-7{,}72$ кН·м;

при z_2 $a+b;$ $M_E=- P_{H2}(a+b)+H_A\, b=- 6{,}43(1{,}2+1{,}4)+2{,}82 \cdot 1{,}4=-12{,}77$кН · м.

Участок КВ. $0 \le z_3 \le \alpha;$ $M_{KB}=- P_{H2} \cdot z_3;$

при $z_3=0;$ $M_K=0$;

при $z_3 = a;$ $M_B= - P_{H2} \cdot \alpha = -6{,}43 \cdot 1{,}2 = - 7{,}72$кН · м.

Участок ВЕ. $a \le z_4 \le a+c;$ $M_{BE} = -P_{H2} \cdot z_4+H_B\,(x_4- a);$

при $z_4= a$ $M_B = - 7{,}72$ кН · м;

при $z_4= a +b;$ $M_E = - P_{H2}(a+c)+H_B \cdot c =-6{,}43 \cdot (1{,}2 + 1)+1{,}38 \cdot 1= -12{,}77$ кН ·

По полученным результатам построим эпюру $M_Г$ (рисунок 7.2, ж).

7. Построим суммарную эпюру изгибающих моментов. Суммарный изгибающий момент в любом сечении может быть найден по формуле

$$M_\Sigma = \sqrt{M_B^2 + M_Г^2};$$

Тогда $M_{C\Sigma} = 0;$

$$M_{A\Sigma} = \sqrt{9{,}19^2 + 7{,}72^2} = 12 кН \cdot м;$$

$$M_{E\Sigma} = \sqrt{6{,}28^2 + 12{,}77^2} = 14{,}23 кН \cdot м;$$

$$M_{BZ} = \sqrt{9{,}19^2 + 7{,}72^2} = 12 кН \cdot м; \quad M_{K\Sigma} = 0.$$

Построение эпюры показано на рисунок 7.2, з (эпюра на крайних участках СА и ВК ограничена прямыми линиями, а на остальных - кривыми).

8. Определим опасное сечение и величину максимального расчетного момента по третьей теории прочности.

Опасным является сечение Е, так как в нем действуют максимальные внутренние силовые факторы

$$M_{E\Sigma} = 14{,}23 кН \cdot м; \quad M_к = 1 кН \cdot м.$$

Найдем расчетный момент по третьей теории прочности

$$M_{III} = \sqrt{M_{E\Sigma}^2 + M_K^2} = \sqrt{14{,}23^2 + 1^2} = 14{,}27 кН \cdot м.$$

9. Определим диаметр вала из условия прочности при совместном действии изгиба и кручения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{III}}{W_x} \le [\sigma] = 70 МПа,$$

где W_x - осевой момент сопротивления

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Тогда

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{III}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 14{,}27 \cdot 10^3}{\pi \cdot 70 \cdot 10^6}} = 0{,}128 м = 128 мм.$$

Округлим диаметр вала согласно предпочтительному ряду чисел:
$d = 130 мм.$

ЗАДАЧА № 8

Тема: Расчет сжатых стержней на устойчивость

Стальной стержень длиной l сжимается силой F (рисунок 8.1).

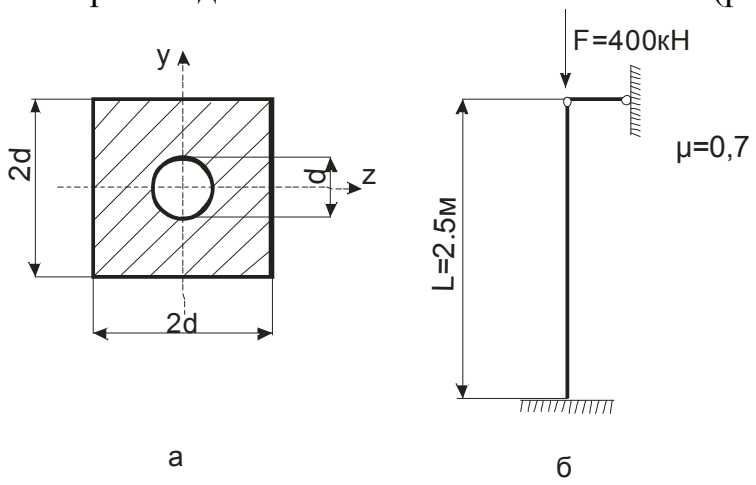


Рисунок 8.1

Требуется:

1) найти размеры поперечного сечения при допускаемом напряжении на простое сжатие [σ]=160 МПа (расчет произвести последовательными приближениями, предварительно задавшись коэффициентом φ=0,5);
2) найти величину критической силы и коэффициент запаса устойчивости.

Данные для расчета

F = 400кН; *l = 2,5м.*

Решение

Площадь стержня определим, исходя из условия устойчивости

$$\sigma = \frac{F}{A} \le \varphi[\sigma]. \qquad \text{Отсюда} \qquad A = \frac{F}{\varphi[\sigma]},$$

где φ - коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения для сжатых стержней.

Расчет проведем последовательными приближениями.

1. В первом приближении примем φ_1 =0,5:

а) определим площадь поперечного сечения стержня:

$$A = \frac{F}{\varphi_1[\sigma]} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 5 \cdot 10^{-3}\, м^2.$$

б) выразим площадь поперечного сечения заданной формы через размер сечения d (рисунок 8.1, а):

$$A = 2d \cdot 2d - \frac{\pi d^2}{4} = 4d^2 - 0{,}785d^2 = 3{,}215d^2.$$

Отсюда определим размер d:

$$d = \sqrt{\frac{A}{3{,}215}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3}}{3{,}215}} = 0{,}0394 м;$$

в) выразим минимальный радиус инерции через размер сечения d:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}},$$

где $J_{\min}$ - минимальный момент инерции поперечного сечения стержня относительно одной из главных осей.

В нашем случае

$$J_{\min} = J_Z = J_y = \frac{2d(2d)^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{16d^4}{12} - 0{,}049d^4 = 1{,}284d^4.$$

Тогда

$$I_{\min} = \sqrt{\frac{1{,}284d^4}{3{,}215d^2}} = 0{,}632d = 0{,}632 \cdot 0{,}0394 = 0{,}0249м;$$

г) найдем гибкость стержня:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{0{,}7 \cdot 2{,}5}{0{,}0249} \approx 70.$$

Здесь μ *=0,7* – коэффициент, учитывающий характер закрепления концов стержня (коэффициент приведенной длины).

По найденной гибкости стержня μ определим табличное значение коэффициента φ. $\varphi_{табл} = 0{,}81$ (приложение А*);*

д) оределим расчетное напряжение в стержне при

$A = 5 \cdot 10^{-3}\ м^2$ *и* $\varphi_{табл} = 0{,}81$.

$$\sigma_p = \frac{A}{\varphi_{табл} \cdot \Phi} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}81 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 98{,}8 \cdot 10^6\ Па = 98{,}8 МПа.$$

Недонапряжение стержня составит

$$\frac{160 - 98{,}8}{160} \cdot 100\% = 38{,}3\%.$$

Недозагрузка стержня велика, поэтому необходимо сделать перерасчет.

2. Выполним второе приближение, приняв

$$\varphi_2 = \frac{0{,}5 + 0{,}81}{2} = 0{,}65:$$

а) снова определим площадь поперечного стержня

$$A = \frac{F}{\varphi_2[\sigma]} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}65 \cdot 160 \cdot 10^6} = 3{,}85 \cdot 10^{-3}\ м^2;$$

б) найдем размер d :

$$d = \sqrt{\frac{A}{3{,}215}} = \sqrt{\frac{3{,}85 \cdot 10^{-3}}{3{,}215}} = 0{,}0346м;$$

в) рассчитаем радиус инерции

$$i_{\min} = 0{,}632d = 0{,}632 \cdot 0{,}0346 = 0{,}0219м;$$

г) определим гибкость

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{0{,}7 \cdot 2{,}5}{0{,}0219} = 80; \qquad \varphi_{табл} = 0{,}75.$$

д) проверим расчетное напряжение в стержне

$$\sigma_P = \frac{F}{\varphi_{таб} \cdot A} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}75 \cdot 3{,}85 \cdot 10^{-3}} = 138 \cdot 10^6\ Па = 138 МПа.$$

Недонапряжение составит:

$$\frac{160 - 138}{160} \cdot 100\% = 13{,}8\ \%$$

Недозагрузка велика.

3. Сделаем третье приближение, приняв

$$\varphi_3 = \frac{0,65+0,75}{2} = 0,7:$$

а) определим площадь

$$A = \frac{F}{\varphi_3[\sigma]} = \frac{400\cdot 10^3\cdot}{0,7\cdot 160\cdot 10^6} = 3,57\cdot 10^{-3}\,м^2;$$

б) тогда размер d равен

$$d = \sqrt{\frac{A}{3,215}} = \sqrt{\frac{3,57^{-3}}{3,215}} = 0,0333м;$$

в) следовательно, радиус инерции

$$i_{\min} = 0,632d = 0,632\cdot 0,0333 = 0,0211м;$$

г) затем найдем гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu\cdot l}{i_{\min}} = \frac{0,7\cdot 2,5}{0,0211} = 83.$$

Табличное значение коэффициента φ определим в этом случае методом интерполирования.

При λ = 80; $\varphi_{табл}$ = 0,75, При λ = ; $\varphi_{табл}$ = 0,69.

Тогда при λ = 83:

$$\varphi_{табл} = 0,75 - \frac{0,75-0,69}{10}\cdot 3 = 0,73;$$

д) проверим расчетное напряжение

$$\sigma_p = \frac{F}{\varphi_{табл}\cdot A} = \frac{400\cdot 10^3}{0,73\cdot 3,57\cdot 10^{-3}} = 153\cdot 10^6\,Па = 153МПа.$$

Недонапряжение стержня составляет

$$\frac{160-153}{160}\cdot 100\% = 4,37\% < 5\%.$$

Отклонение напряжения от номинальной величины допускается в инженерных расчетах в пределах 4-5%. Следовательно, третье приближение является окончательным. Площадь поперечного сечения

$A = 3,57\cdot 10^{-3}м^2$.

4. Определим величину критической силы.

Поскольку гибкость данного стержня по нашим расчетам меньше предельной гибкости для стали Ст. 3 ($\lambda < \lambda_{пред}$=100), то для определения критического напряжения следует использовать формулу Ясинского

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda,$$

где a и b - эмпирические коэффициенты, зависящие от свойств материала.

a = 310МПа; *b = 1,14МПа.*

Тогда

$\sigma_{кр} = 310 - 1{,}14 \cdot 83 = 215 МПа.$

Следовательно, критическая сила

$F_{кр} = \sigma_{кр} \cdot A = 215 \cdot 10^6 \cdot 3{,}57 \cdot 10^{-3} = 768 \cdot 10^3 Н = 768 кН.$

Найдем коэффициент запаса устойчивости:

$$K_y = \frac{\sigma_{кр}}{\varphi[\sigma]} = \frac{215}{0{,}73 \cdot 160} = 1{,}84.$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. - М.: Высшая школа, 1989.- 624 с.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. - М.: МГТУ, 1999.-589 с.
3. Кочетов В.Т., Павленко А.Д., Кочетов М.В. Сопротивление материалов: Учеб. пособ. - Ростов н/Д, 2001. – 366 с.
4. Дарков А.В., Кутуков Б.Н. Сопротивление материалов. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников технических высших учебных заведений. – М.: Высшая школа. – 1985.- 48 с.
5. Китаин В.В., Валявская Э.П., Дьякова Е.И. Сборник задач по сопротивлению материалов.- Краснодар, 1981.- 131 с.

Приложение А

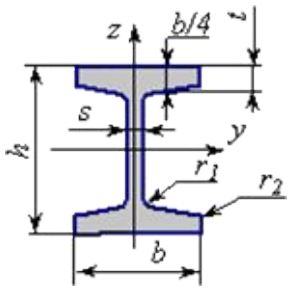
Коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения при расчете на устойчивость

Таблица А. 1

Гибкость λ	Коэффициент φ для			
	Ст 2,Ст3, Ст.4	Ст 5	Чугун	Дерево
0	1.00	1.00	1.00	1.00
10	0.99	0.98	0.97	0.99
20	0.96	0.95	0.91	0.97
30	0.94	0.92	0.81	0.93
40	0.92	0.89	0.69	0.87
50	0.89	0.86	0.57	0.80
60	0.86	0.82	0.44	0.71
70	0.81	0.76	0.34	0.60
80	0.75	0.70	0.26	0.48
90	0.69	0.62	0.20	0.38
100	0,60	0.51	0.16	0.31
110	0.52	0.43	–	0.25
120	0.45	0.36	–	0.22
130	0.40	0.33	–	0.18
140	0.36	0.29	–	0.16
150	0.32	0.26	–	0.14
160	0.29	0.24	–	0.12
170	0.26	0.21	–	0.11
180	0.23	0.19	–	0.10
190	0.21	0.17	–	0.09
200	0.19	0.16	–	0.08

Приложение Б

Двутавр по ГОСТ 8239-89



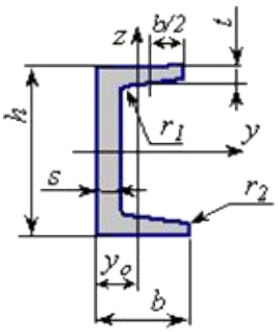
h – высота профиля,
b – ширина профиля,
s – толщина стенки профиля,
t – толщина полки профиля,
r_1 – радиус сопряжения,
r_2 – радиус сопряжения,
A – площадь поперечного сечения,
I_y – момент инерции сечения относительно оси *y*,
W_y – момент сопротивления сечения относительно оси *y*,
I_y – радиус инерции относительно оси *y*,
S_y – статический момент отсеченной площади относительно оси *y*,
I_z – момент инерции сечения относительно оси *z*,
W_z – момент сопротивления сечения относительно оси *z*,
I_z – радиус инерции относительно оси *z*,
P – масса профиля.

Таблица Б. 1

	h	*b*	*S*	*t*	r_1	r_2	*A*	*P*	I_y	W_y	i_y	S_y	I_z	W_z	i_z
мм	мм	Мм м	мм	мм	мм	см^2	кг	кг	см^3	мм	См^3	см^4	см^3	мм	мм
10	100	55	4.5	7.2	7	2.5	12.0	9.5	198	39.7	40.6	23	17.9	6.49	12.2
12	120	64	4.8	7.3	7.5	3	14.7	11.5	350	58.4	48.8	33.7	27.9	8.72	13.8
14	140	73	4.9	7.5	8	3	17.4	13.7	572	81.7	57.3	46.8	41.9	11.5	15.5
16	160	81	5.0	7.8	8.5	3.5	20.2	15.9	873	109	65.7	62.3	58.6	14.5	17
18	180	90	5.1	8.1	9	3.5	23.4	18.4	1290	143	74.2	81.4	82.6	18.4	18.8
20	200	100	5.2	8.4	9.5	4	26.8	21.0	1840	184	82.8	104	115	23.1	20.7
22	220	110	5.4	8.7	10	4	30.6	24.0	2550	232	91.3	131	157	28.6	22.7
24	240	115	5.6	9.5	10.5	4	34.8	27.3	3460	289	99.7	163	198	34.5	23.7
27	270	125	6.0	9.8	11	4.5	40.2	31.5	5010	371	112	210	260	41.5	25.4
30	300	135	6.5	10.2	12	5	46.5	36.5	7080	472	123	268	337	49.9	26.9
33	330	140	7.0	11.2	13	5	53.8	42.2	9840	597	135	339	419	59.9	27.9
36	360	145	7.5	12.3	14	6	61.9	48.6	13380	743	147	423	516	71.1	28.9
40	400	155	8.3	13.0	15	6	72.6	57.0	19062	953	162	545	667	86.1	30.3
45	450	160	9.0	14.2	16	7	84.7	66.5	27696	1231	181	708	808	101	30.9
50	500	170	10.0	15.2	17	7	100.0	78.5	39727	1589	199	919	1043	123	32.3
55	550	180	11.0	16.5	18	7	118.0	92.6	55962	2035	218	1181	1356	151	33.9
60	600	190	12.0	17.8	20	8	138.0	108.0	76806	2560	236	1491	1725	182	35.4

Приложение В

Швеллер по ГОСТ 8240-89



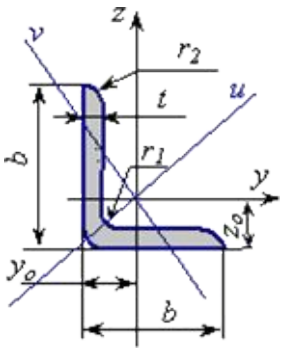
h – высота профиля,
b – ширина профиля,
s – толщина стенки профиля,
t – толщина полки профиля в ее середине,
r_1 – радиус сопряжения стенки и полки,
r_2 – радиус закругления,
A – площадь поперечного сечения,
I_y – момент инерции сечения относительно оси *y*,
W_y – момент сопротивления сечения относительно оси *y*,
i_y – радиус инерции относительно оси *y*,
S_y – статический момент отсеченной площади относительно оси *y*,
I_z – момент инерции сечения относительно оси *z*,
W_z – момент сопротивления сечения относительно оси *z*,
i_z – радиус инерции относительно оси *z*,
P – масса профиля,
y_o – положение главной оси.

Таблица В. 1

	h	*b*	*s*	*t*	r_1	r_2	*A*	*P*	I_y	W_y	i_y	S_y	I_z	W_z	i_z	y_o
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	см^2	кг	см^4	см^3	мм	см^3	см^4	см^3	мм	мм
5	50	32	4.4	7	6.00	2.5	6.16	4.84	22.8	0.91	19.2	5.59	5.6	2.75	9.5	11.6
6.5	65	36	4.4	7.2	6.00	2.5	7.51	5.9	48.6	1.50	25.4	9	8.7	3.68	10.8	12.4
8	80	40	4.5	7.4	6.50	2.5	8.98	7.05	89.4	2.24	31.6	23.3	12.8	4.75	11.9	13.1
10	100	46	4.5	7.6	7.00	3	10.9	8.59	174	3.48	39.9	20.4	20.4	6.46	13.7	14.4
12	120	52	4.8	7.8	7.50	3	13.3	10.4	304	5.06	47.8	29.6	31.2	8.52	15.3	15.4
14	140	58	4.9	8.1	8.00	3	15.6	12.3	491	7.02	56	40.8	45.4	11	17	16.7
16	160	64	5	8.4	8.50	3.5	18.1	14.2	747	9.34	64.2	54.1	63.3	13.8	18.7	18
16a	160	68	5	9	8.50	3.5	19.5	15.3	823	10.30	64.9	59.4	78.8	16.4	20.1	20
18	180	70	5.1	8.7	9.00	3.5	20.7	16.3	1090	12.10	72.4	69.8	86	17	20.4	19.4
18a	180	74	5.1	9.3	9.00	3.5	22.2	17.4	1190	13.20	73.2	76.1	105	20	21.8	21.3
20	200	76	5.2	9	9.50	4	23.4	18.4	1520	15.20	80.7	87.8	113	20.5	22	20.7
22	220	82	5.4	9.5	10.00	4	26.7	21	2110	19.20	88.9	110	151	25.1	23.7	22.1
24	240	90	5.6	10	10.50	4	30.6	24	2900	24.20	97.3	139	208	31.6	26	24.2
27	270	95	6	10.5	11.00	4.5	35.2	27.7	4160	30.80	109	178	262	37.3	27.3	24.7
30	300	100	6.5	11	12.00	5	40.5	31.8	5810	38.70	120	224	327	43.6	28.4	25.2
33	330	105	7	11.7	13.00	5	46.5	36.5	7980	48.40	131	281	410	51.8	29.7	25.9
36	360	110	7.5	12.6	14.00	6	53.4	41.9	10820	60.10	142	350	513	61.7	31	26.8
40	400	115	8	13.5	15.00	6	61.5	48.3	15220	76.10	157	444	642	73.4	32.3	27.5

Приложение Г

Уголок равнополочный по ГОСТ 8509-93*



h – высота профиля,
b – ширина профиля,
t – толщина стенки профиля,
r_1 – радиус сгиба,
r_2 – радиус сгиба,
n_1 – гибкость полки,
n_2 – гибкость стенки,
A – площадь поперечного сечения,
I_y – момент инерции сечения относительно оси *y*,
W_y – момент сопротивления сечения относительно оси *y*,
i_y – радиус инерции относительно оси *y*,
S_y – статический момент отсеченной площади относительно оси *y*,
I_z – момент инерции сечения относительно оси *z*,
W_z – момент сопротивления сечения относительно оси *z*,
i_z – радиус инерции относительно оси *z*,
y_o – положение центра тяжести сечения,
P – масса профиля.

Таблица Г.1

	b	t	r_1	r_2	A	$I_y=I_z$	W_y	i_y	I_u	i_u	I_v	W_{vo}	i_v	I_{yz}	y_o	P
	м	мм	мм	мм	см^2	см^4	см^3	см	см^4	см	см^4	см^3	см	см^4	мм	кг
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
L20x3	20	3	3.5	1.2	1.13	0.4	0.28	0.59	0.6	0.75	0.2	0.2	0.39	0.2	6	0.89
L20x4	20	4	3.5	1.2	1.46	0.5	0.37	0.58	0.8	0.73	0.2	0.24	0.38	0.3	6.4	1.15
L25x3	25	3	3.5	1.2	1.43	0.8	0.46	0.75	1.3	0.95	0.3	0.33	0.49	0.5	7.3	1.12
L25x4	25	4	3.5	1.2	1.86	1	0.59	0.74	1.6	0.93	0.4	0.41	0.48	0.6	7.6	1.46
L25x5	25	5	3.5	1.2	2.27	1.2	0.71	0.73	1.9	0.92	0.5	0.47	0.48	0.7	8	1.78
L28x3	28	3	4	1.3	1.62	1.2	0.58	0.85	1.8	1.07	0.5	0.42	0.55	0.7	8	1.27
L30x3	30	3	4	1.3	1.74	1.5	0.67	0.91	2.3	1.15	0.6	0.53	0.59	0.8	8.5	1.36
L30x4	30	4	4	1.3	2.27	1.8	0.87	0.8	2.9	1.13	0.8	0.61	0.58	1.1	8.9	1.78
L30x5	30	5	4	1.3	2.78	2.2	1.06	0.89	3.5	1.12	0.9	0.71	0.58	1.3	9.3	2.18
L32x3	32	3	4.5	1.5	1.86	1.8	0.77	0.97	2.8	1.23	0.7	0.59	0.63	1	8.9	1.46
L32x4	32	4	4.5	1.5	2.43	2.3	1	0.96	3.6	1.21	0.9	0.71	0.62	1.3	9.4	1.91
L35x3	35	3	4.5	1.5	2.04	2.3	0.93	1.07	3.7	1.35	1	0.71	0.69	1.4	9.7	1.6
L35x4	35	4	4.5	1.5	2.17	3	1.21	1.06	4.8	1.33	1.3	0.88	0.68	1.7	10.1	2.1
L35x5	35	5	4.5	1.5	3.28	3.6	1.47	1.05	5.7	1.32	1.5	1.02	0.68	2.1	10.5	2.58
L40x3	40	3	5	1.7	2.35	3.6	1.22	1.23	5.6	1.55	1.5	0.95	0.79	2.1	10.9	1.85
L40x4	40	4	5	1.7	3.08	4.6	1.6	1.22	7.3	1.53	1.9	1.19	0.78	2.7	11.3	2.42
L40x5	40	5	5	1.7	3.79	5.5	1.95	1.21	8.7	1.52	2.3	1.39	0.78	3.2	11.7	2.98
L40x6	40	6	5	1.7	4.48	6.4	2.3	1.2	10.1	1.50	2.7	1.58	0.78	3.7	12.1	3.52
L45x3	45	3	5	1.7	2.65	5.1	1.56	1.39	8.1	1.75	2.1	1.24	0.89	3	12.1	2.08
L45x4	45	4	5	1.7	3.48	6.6	2.04	1.38	10.5	1.74	2.7	1.54	0.89	3.9	12.6	2.73
L45x5	45	5	5	1.7	4.29	8	2.51	1.37	12.7	1.72	3.3	1.81	0.88	4.7	13	3.37
L45x6	45	6	5	1.7	5.08	9.4	2.95	1.36	14.8	1.71	3.9	2.06	0.88	5.4	13.4	3.99
L50x3	50	3	5.5	1.8	2.96	7.1	1.94	1.55	11.3	1.95	3	1.57	1	4.2	13.3	2.32
L50x4	50	4	5.5	1.8	3.89	9.2	2.54	1.54	14.6	1.94	3.8	1.95	0.99	5.4	13.8	3.05
L50x5	50	5	5.5	1.8	4.80	11.2	3.13	1.53	17.8	1.92	4.6	2.3	0.98	6.6	14.2	3.77
L50x6	50	6	5.5	1.8	5.69	13.1	3.69	1.52	20.7	1.91	5.4	2.63	0.98	7.7	14.6	4.47
L50x7	50	7	5.5	1.8	6.56	14.8	4.23	1.5	23.5	1.89	6.2	2.93	0.97	8.6	15	5.15

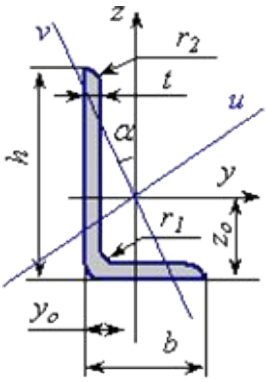
Продолжение таблицы Г.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
L50x8	50	8	5.5	1.8	7.41	16.5	4.76	1.49	26	1.87	7	3.22	0.97	9.5	15.3	5.82
L56x4	56	4	6	2	4.38	13.1	3.21	1.73	20.8	2.18	5.4	2.52	1.11	7.7	15.2	3.44
L56x5	56	5	6	2	5.41	16	3.96	1.72	25.4	2.16	6.6	2.97	1.1	9.4	15.7	4.25
L60x4	60	4	7	2.3	4.72	16.2	3.7	1.85	25.7	2.33	6.7	2.93	1.19	9.5	16.2	3.71
L60x5	60	5	7	2.3	5.83	19.8	4.56	1.84	31.4	2.32	8.2	3.49	1.18	11.6	16.6	4.58
L60x6	60	6	7	2.3	6.92	23.2	5.4	1.83	36.8	2.31	9.6	3.99	1.18	13.6	17	5.43
L60x8	60	8	7	2.3	9.04	29.6	7	1.81	46.8	2.27	12.3	4.9	1.17	17.2	17.8	7.1
L60x0	60	10	7	2.3	11.08	35.3	8.52	1.79	55.6	2.24	15	5.7	1.16	20.3	18.5	8.7
L63x4	63	4	7	2.3	4.96	18.9	4.09	1.95	29.9	2.45	7.8	3.26	1.25	11	16.9	3.9
L63x5	63	5	7	2.3	6.13	23.1	5.05	1.94	36.8	2.44	9.5	3.87	1.25	13.7	17.4	4.81
L63x6	63	6	7	2.3	7.28	27.1	5.98	1.93	42.9	2.43	11.2	4.44	1.24	15.9	17.8	5.72
L65x6	65	6	7	2.3	7.52	29.8	6.39	1.99	47.4	2.51	12.3	4.77	1.28	17.5	18.3	5.91
L65x8	65	8	7	2.3	9.84	38.1	8.3	1.97	60.4	1.27	15.9	13.15	2.48	22.3	19	7.73
L70x4	70	4.5	8	2.7	6.20	29	5.67	2.16	46	2.72	12	4.53	1.39	17	18.8	4.87
L70x5	70	5	8	2.7	6.86	31.9	6.27	2.16	50.7	2.72	13.2	4.92	1.39	18.7	19	5.38
L70x6	70	6	8	2.7	8.15	37.6	7.43	2.15	59.6	2.71	15.5	5.66	1.38	22.1	19.4	6.39
L70x7	70	7	8	2.7	9.42	43	8.57	2.14	68.2	2.69	17.8	6.31	1.37	25.2	19.9	7.39
L70x8	70	8	8	2.7	10.67	48.2	9.68	2.12	76.3	2.68	20	6.99	1.37	28.2	20.2	8.37
L70x0	70	10	8	2.7	13.11	57.9	11.82	2.1	91.5	2.64	24.3	8.17	1.36	33.6	21	10.29
L75x5	75	5	9	3	7.39	39.5	7.21	2.31	62.7	2.91	16.4	5.74	1.49	23.1	20.2	5.8
L75x6	75	6	9	3	8.78	46.6	8.57	2.3	73.9	2.90	19.3	6.62	1.48	27.3	20.6	6.89
L75x7	75	7	9	3	10.15	53.3	9.89	2.29	84.6	2.89	22.1	7.43	1.47	31.2	21	7.96
L75x8	75	8	9	3	11.50	59.8	11.18	2.28	94.9	2.87	24.8	8.16	1.47	35	21.5	9.02
L75x9	75	9	9	3	12.83	66.1	12.43	2.27	104.7	2.86	27.5	8.91	1.46	38.6	21.8	10.07
L80x5	80	5.5	9	3	8.63	52.7	9.03	2.47	83.6	3.11	21.8	7.1	1.59	30.9	21.7	6.78
L80x6	80	6	9	3	9.38	57	9.8	2.47	90.4	3.11	23.5	7.6	1.58	33.4	21.9	7.36
L80x7	80	7	9	3	10.85	65.3	11.32	2.45	103.6	3.09	27	8.55	1.58	38.3	22.3	8.51
L80x8	80	8	9	3	12.30	73.4	12.8	2.44	116.4	3.08	30.3	9.44	1.57	43	22.7	9.65
L80x10	80	10	9	3	15.14	83.6	15.67	2.42	140.3	3.04	36.8	11.09	1.56	56.7	23.5	11.88
L80x12	80	12	9	3	17.90	102.7	18.42	2.4	162.3	3.01	43.2	12.62	1.55	59.5	24.2	14.05
L90x6	90	6	10	3.3	10.61	82.1	12.49	2.78	130	3.50	34	9.88	1.79	48.1	24.3	8.33
L90x7	90	7	10	3.3	12.28	94.3	14.45	2.77	149.7	3.49	38.9	11.15	1.78	55.4	24.7	9.64
L90x8	90	8	10	3.3	13.93	106.1	16.36	2.76	168.4	3.48	43.8	12.34	1.77	62.3	25.1	10.93
L90x9	90	9	10	3.3	15.60	118	18.29	2.75	186	3.46	48.6	13.48	1.77	68	25.5	12.2
L90x10	90	10	10	3.3	17.17	128.6	20.07	2.74	203.9	3.45	53.3	14.54	1.76	75.3	25.9	13.48
L90x12	90	12	10	3.3	20.33	149.7	23.85	2.71	235.9	3.41	62.4	16.53	1.75	86.2	26.7	15.96
L100x7	100	7	12	4	13.75	130.6	17.9	3.08	207	3.88	54.2	14.13	1.98	76.4	27.1	10.79
L100x8	100	8	12	4	15.60	147.2	20.3	3.07	233.5	3.87	60.9	15.66	1.98	86.3	27.5	12.25
L100x10	100	10	12	4	19.24	178.9	24.97	3.05	283.8	3.84	74.1	18.51	1.96	110	28.3	15.1
L100x12	100	12	12	4	22.80	208.9	29.47	3.03	331	3.81	86.8	21.1	1.95	122	29.1	17.9
L100x14	100	14	12	4	26.28	237.1	33.83	3	375	3.78	99.3	23.49	1.94	138	29.9	20.63
L100x15	100	15	12	4	27.99	250.7	35.95	2.99	395.9	3.76	105.5	24.62	1.94	145	30.3	21.97
L100x16	100	16	12	4	29.68	263.8	38.04	2.98	416	3.74	111.6	25.79	1.94	152	30.6	23.3
L110x7	110	7	12	4	15.15	175.6	21.83	3.4	278.5	4.29	72.7	17.36	2.19	106	29.6	11.89
L110x8	110	8	12	4	17.20	198.2	24.77	3.39	314.5	4.28	81.8	19.29	2.18	116	30	13.5

Продолжение таблицы Г.1

L120x10	120	10	12	4	23.24	317.2	36.59	3.69	503.8	4.66	130.5	27.72	2.37	187	33.3	18.24
L120x12	120	12	12	4	27.60	371.8	43.3	3.67	590.3	4.62	153.3	31.79	2.36	218	34.1	21.67
L120x15	120	15	12	4	33.99	448.9	52.96	3.63	711.3	4.57	186.5	37.35	2.34	262	35.3	26.68
L125x8	125	8	14	4.6	19.69	294.4	32.2	3.87	466.8	4.87	122	25.67	2.49	172	33.6	15.46
L125x9	125	9	14	4.6	22.00	327.5	36	3.86	520	4.86	135.9	28.26	2.48	192	34	17.3
L125x10	125	10	14	4.6	24.33	359.8	39.74	3.85	571	4.84	148.6	30.45	2.47	211	34.5	19.1
L125x12	125	12	14	4.6	28.89	422.3	47.06	3.82	670	4.82	174.4	34.94	2.46	248	35.3	22.68
L125x14	125	14	14	4.6	33.37	481.8	54.17	3.8	763.9	4.78	199.6	39.1	2.45	282	36.1	26.2
L125x16	125	16	14	4.6	37.77	538.6	61.09	3.78	852.8	4.75	224.3	43.1	2.44	315	36.8	29.65
L140x9	140	9	14	4.6	24.72	465.7	45.55	4.34	739.4	5.47	192	35.92	2.79	274	37.8	19.41
L140x10	140	10	14	4.6	27.33	512.3	50.32	4.33	813.6	5.46	211	39.05	2.78	301	38.2	21.45
L140x12	140	12	14	4.6	32.49	602.5	59.66	4.31	957	5.43	248	44.97	2.76	354	39	25.5
L150x10	150	10	14	4.6	29.33	634.8	58.07	4.65	1008.6	5.86	261	45.34	2.98	374	40.7	23.02
L150x12	150	12	14	4.6	34.89	747.5	68.9	4.63	1187.9	5.83	307.1	52.32	2.97	440	41.5	27.39
L150x15	150	15	14	4.6	43.08	908.4	84.66	4.59	1442.6	5.79	347.2	61.96	2.95	534	42.7	33.82
L150x18	150	18	14	4.6	51.09	1060.1	99.86	4.56	1680.9	5.74	439.2	70.91	2.93	621	43.8	40.11
L160x10	160	10	16	5.3	31.43	774.2	66.19	4.96	1229.1	6.25	319.4	52.52	3.19	455	43	24.67
L160x11	160	11	16	5.3	34.42	844.2	72.44	4.95	1340.1	6.24	347.8	56.53	3.18	496	43.5	27.02
L160x12	160	12	16	5.3	37.39	912.9	78.62	4.94	1450	6.23	375.8	60.53	3.17	537	43.9	28.35
L160x14	160	14	16	5.3	43.57	1046.5	90.77	4.92	1662.1	6.20	430.8	68.15	3.16	615	44.7	33.97
L160x16	160	16	16	5.3	49.07	1175.2	102.64	4.89	1865.7	6.17	484.6	75.92	3.14	690	45.5	38.52
L160x18	160	18	16	5.3	54.79	1290.2	114.24	4.87	2061	6.13	537.5	82.08	3.13	771	46.3	43.01
L160x20	160	20	16	5.3	60.40	1418.8	125.6	4.85	2248.3	6.10	589.4	90.02	3.12	830	47	47.44
L180x11	180	11	16	5.3	38.80	1216.4	92.47	5.6	1933.1	7.06	499.8	72.86	3.59	716	48.5	30.47
L180x12	180	12	16	5.3	42.19	1316.6	100.41	5.59	2092.8	7.04	540.4	78.15	3.58	776	48.9	33.12
L180x15	180	15	16	5.3	52.18	1607.4	123.74	5.55	2555	7.00	659.7	93.11	3.56	948	50.1	40.96
L180x18	180	18	16	5.3	61.99	1884.1	146.36	5.51	2992.7	6.95	775.4	106.88	3.54	1108	51.3	48.66
L180x20	180	20	16	5.3	68.43	2061.1	161.07	5.49	3271.3	6.91	850.9	115.71	3.53	1210	52	53.72
L200x12	200	12	18	6	47.10	1822.8	124.61	6.22	2896.2	7.84	749.4	98.68	3.99	1073	53.7	36.97
L200x13	200	13	18	6	50.85	1960.8	134.44	6.21	3116.2	7.83	805.4	105.07	3.98	1156	54.2	39.92
L200x14	200	14	18	6	54.60	2097	144.17	6.2	3333	7.81	861	111.5	3.97	1236	54.6	42.8
L200x16	200	16	18	6	61.98	2362.6	163.37	6.17	3755.4	7.78	969.7	123.77	3.96	1393	55.4	48.65
L200x18	200	18	18	6	69.30	2620.6	182.22	6.15	4164.5	7.75	1076.7	135.48	3.94	1544	56.2	54.4
L200x20	200	20	18	6	76.54	2871.5	200.73	6.12	4560.4	7.72	1181.9	146.62	3.93	1689	57	60.08
L200x24	200	24	18	6	90.78	3350.7	236.77	6.08	5313.5	7.65	1387.7	167.74	3.91	1963	58.5	71.26
L200x25	200	25	18	6	94.29	3466.2	245.59	6.06	5494	7.63	1438.4	172.68	3.91	2028	58.9	74.02
L200x30	200	30	18	6	111.54	4019.6	288.57	6	6351	7.55	1698.2	193.06	3.89	2332	60.7	87.56
L220x14	220	14	21	7	60.38	2814.4	175.18	6.83	4470.1	8.60	1158.6	138.62	4.38	1655	59.1	47.4
L220x16	220	16	21	7	68.58	3175.4	198.71	6.8	5045.4	8.58	1305.5	153.34	4.36	1869	60.2	53.83
L250x16	250	16	24	8	78.40	4717.1	258.43	7.76	7492.1	9.78	1942.1	203.45	4.98	2775	67.5	61.55
L250x18	250	18	24	8	87.72	5247.2	288.82	7.73	8336.7	9.75	2157.8	223.39	4.96	3089	68.3	68.86
L250x20	250	20	24	8	96.96	5764.9	318.76	7.71	9159.7	9.72	2370	242.52	4.94	3395	69.1	76.11
L250x22	250	22	24	8	106.12	6270.3	348.26	7.09	9961.6	9.69	2579	260.52	4.93	3691	70	83.31
L250x25	250	25	24	8	119.71	7006.4	391.72	7.65	11125.5	9.64	2887.3	287.14	4.91	4119	71.1	93.97
L250x28	250	28	24	8	133.12	7716.9	434.25	7.61	12243.8	9.59	3189.9	311.98	4.9	4527	72.3	104.5
L250x30	250	30	24	8	141.96	8176.5	462.11	7.59	12964.7	9.56	3389	327.82	4.89	4788	73.1	111.44

Уголок неравнополочный по ГОСТ 8510-86*



h – высота профиля,
b – ширина профиля,
t – толщина стенки профиля,
r_1 – радиус сгиба,
r_2 – радиус сгиба,
n_1 – гибкость полки,
n_2 – гибкость стенки,
A – площадь поперечного сечения,
I_y – момент инерции сечения относительно оси *y*,
W_y – момент сопротивления сечения относительно оси *y*,
i_y – радиус инерции относительно оси *y*,
S_y – статический момент отсеченной площади относительно оси *y*,
I_z – момент инерции сечения относительно оси *z*,
W_z – момент сопротивления сечения относительно оси *z*,
i_z – радиус инерции относительно оси *z*,
y_o – положение центра тяжести сечения,
P – масса профиля.

Таблица Д.1

	h	*b*	*t*	r_1	r_2	*A*	I_y	W_y	i_y	I_z	W_z	i_z
	мм	мм	мм	мм	мм	см^2	см^4	см^3	мм	см^4	см^3	мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L25x16x3	25	16	3	3.5	1.20	1.16	0.7	0.43	7.8	0.20	0.19	4.4
L30x20x3	30	20	3	3.5	1.20	1.43	1.3	0.62	9.4	0.40	0.3	5.6
L30x20x4	30	20	4	3.5	1.20	1.86	1.6	0.82	9.3	0.60	0.39	5.5
L32x20x3	32	20	3	3.5	1.20	1.49	1.5	0.72	10.1	0.50	0.3	5.5
L32x20x4	32	20	4	3.5	1.20	1.94	1.9	0.93	10	0.60	0.39	5.4
L40x25x3	40	25	3	4	1.30	1.89	3.1	1.14	12.7	0.90	0.49	7
L40x25x4	40	25	4	4	1.30	2.47	3.9	1.49	12.6	1.20	0.63	6.9
L40x25x5	40	25	5	4	1.30	3.03	4.7	1.82	12.5	1.40	0.77	6.8
L40x30x4	40	30	4	4	1.30	2.67	4.2	1.54	12.5	2.00	0.91	8.7
L40x30x5	40	30	5	4	1.30	3.28	5	1.88	12.4	2.40	1.11	8.6
L45x28x3	45	28	3	5	1.70	2.14	4.4	1.45	14.8	1.30	0.61	7.9
L45x28x4	45	28	4	5	1.70	2.8	5.7	1.9	14.2	1.70	0.8	7.8
L50x32x3	50	32	3	5.5	1.80	2.42	6.2	1.82	16	2.00	0.81	9.1
L50x32x4	50	32	4	5.5	1.80	3.17	8	2.38	15.9	2.60	1.05	9
L56x36x4	56	36	4	6	2.00	3.58	11.4	3.01	17.8	3.70	1.34	10.2
L56x36x5	56	36	5	6	2.00	4.41	13.8	3.7	17.7	4.50	1.65	10.1
L63x40x4	63	40	4	7	2.30	4.04	16.3	3.83	20.1	5.20	1.67	11.3
L63x40x5	63	40	5	7	2.30	4.98	19.9	4.72	20	6.30	2.05	11.2
L63x40x6	63	40	6	7	2.30	5.9	23.3	5.58	19.9	7.30	2.42	11.1
L63x40x8	63	40	8	7	2.30	7.68	29.6	7.22	19.6	9.10	3.12	10.9

Продолжение таблицы Д.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L65x50x5	65	50	5	6	2.00	5.56	23.4	5.2	20.5	12.10	3.23	14.7
L65x50x6	65	50	6	6	2.00	6.6	27.5	6.16	20.4	14.10	3.82	14.6
L65x50x7	65	50	7	6	2.00	7.62	31.3	7.08	20.3	16.00	4.38	14.5
L65x50x8	65	50	8	6	2.00	8.62	35	7.99	20.2	18.90	4.93	14.4
L70x45x5	70	45	5	7.5	2.50	5.59	27.8	5.88	22.3	9.10	2.62	12.7
L75x60x5	75	60	5	8	2.70	6.11	34.8	6.81	23.9	12.50	3.25	14.3
L75x60x6	75	60	6	8	2.70	7.25	40.9	8.08	23.8	14.60	3.85	14.2
L75x60x7	75	60	7	8	2.70	8.37	46.8	9.31	23.6	16.60	4.43	14.1
L75x60x8	75	60	8	8	2.70	9.47	52.4	10.52	23.5	18.50	4.88	14
L80x50x5	80	50	5	8	2.70	6.36	41.6	7.71	25.6	12.70	3.28	14.1
L80x50x6	80	50	6	8	2.70	7.55	49	9.15	25.5	14.90	3.88	14
L80x60x6	80	60	6	8	2.70	8.15	52.1	9.42	25.3	25.20	5.58	17.6
L80x60x7	80	60	7	8	2.70	9.42	59.6	10.87	25.2	28.70	6.43	17.5
L80x60x8	80	60	8	8	2.70	10.67	66.9	12.38	25	32.20	7.26	17.4
L90x56x5	90	56	5.5	9	3.00	7.86	65.3	10.74	28.8	19.70	4.53	15.8
L90x56x6	90	56	6	9	3.00	8.54	70.6	11.66	28.8	21.20	4.91	15.8
L90x56x8	90	56	8	9	3.00	11.18	90.9	15.24	28.5	27.10	6.39	15.6
L100x63x6	100	63	6	10	3.30	9.58	98.3	14.52	32	30.60	6.27	17.9
L100x63x7	100	63	7	10	3.30	11.09	112.9	16.78	31.9	35.00	7.23	17.8
L100x63x8	100	63	8	10	3.30	12.57	127	19.01	31.8	39.20	8.17	17.7
L100x63x10	100	63	10	10	3.30	15.47	153.9	23.32	31.5	47.20	9.99	17.5
L100x65x7	100	65	7	10	3.30	11.23	114	16.87	31.9	38.30	7.7	18.5
L100x65x8	100	65	8	10	3.30	12.73	128.3	19.11	31.8	43.00	8.7	18.4
L100x65x10	100	65	10	10	3.30	15.67	155.5	23.45	31.5	51.70	10.64	18.2
L110x70x6	110	70	6.5	10	3.30	11.45	142.4	19.11	35.3	45.60	8.42	20
L110x70x8	110	70	8	10	3.30	13.93	171.5	23.22	35.1	54.60	10.2	19.8
L125x80x7	125	80	7	11	3.70	14.06	226.5	26.67	40.1	73.70	11.89	22.9
L125x80x8	125	80	8	11	3.70	15.98	225.6	30.26	40	80.90	13.47	22.8
L125x80x10	125	80	10	11	3.70	19.7	311.6	37.27	39.8	100.50	16.52	22.6
L125x80x12	125	80	12	11	3.70	23.36	364.8	44.07	39.5	116.80	19.46	22.4
L140x90x8	140	90	8	12	4.00	18	363.7	38.25	44.9	119.80	17.19	25.8
L140x90x10	140	90	10	12	4.00	22.24	444.5	47.19	44.7	145.50	21.14	25.8
L160x100x9	160	100	9	13	4.30	22.87	606	56.04	51.5	186.00	23.96	28.5
L160x100x10	160	100	10	13	4.30	25.28	666.6	61.91	51.3	204.10	26.42	28.4
L160x100x12	160	100	12	13	4.30	30.04	784.2	73.42	51.1	238.70	31.23	28.2
L160x100x14	160	100	14	13	4.30	34.72	897.2	84.65	50.8	271.60	35.89	28
L180x110x10	180	110	10	14	4.70	28.33	952.3	78.59	58	276.40	32.27	31.2
L180x110x12	180	110	12	14	4.70	33.69	1122.6	93.33	57.7	324.10	38.2	31
L200x125x11	200	125	11	14	4.70	34.87	1449	107.31	64.5	446.40	45.98	35.8

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
Часть II

Составитель Бледнова Жесфина Михайловна

Редактор: Т.П. Горшкова

Компьютерная верстка Ж.М. Бледнова

Подписано в печать
Бумага офсетная
Печ. л.3,0
Усл.печ.л. 2,8
Уч.- изд.л. 2,18

Формат 60х84/16
Офсетная печать
Изд. № 235
Тираж 75 экз.
Заказ №

Цена руб.

Кубанский государственный технологический университет
350072, Краснодар, ул. Московская, 2, кор. А.
Типография КубГТУ, 350058, Краснодар, ул. Старокубанская, 88/4