

Лабораторная работа №2.

Решение уравнений и оптимизационных задач встроенными средствами MathCAD. Элементы программирования

1. Цель работы: Изучить функции системы MathCAD, применяемые при решении систем уравнений и оптимизационных задач

2. Краткие теоретические сведения

2.1. Решение уравнений

Для решения различных математических задач (решение систем уравнений, дифференциальных уравнений, оптимизационных задач) в MathCAD используется т.н. solve-блок, в котором формулируется задача.

Рассмотрим использование solve-блоков на примере: решим уравнение $x^2 - 2 = 0$. Соответствующий документ MathCAD приведен на рисунке 2.1.

Given

$$x^2 - 2 = 0$$

$$\text{Find}(x) \rightarrow (\sqrt{2} \quad -\sqrt{2})$$

Рисунок 2.1 – Решение уравнения в среде MathCAD

Solve-блок начинается с ключевого слова Given. В следующей строке записано рассматриваемое уравнение. Следует обратить внимание, что в записи уравнения используется не операция вычисления ($=$), а логическое равенство (выделяется жирным шрифтом). Для ввода логического равенства используется комбинация клавиш Ctrl= $=$.

Для решения уравнения использована Find, которая используется для решения уравнений и их систем. Аргументами функции Find являются переменные задачи: Find(x,y,z).

На рисунке 2.1 уравнение решено символьно, т.е. решение уравнения точное. Очень небольшое число уравнений имеет символьное решение.

Дополним задачу условием $x \geq 0$, т.е. найдем только положительный корень уравнения.

Соответствующий документ приведен на рисунке 2.2.

Given

$$x^2 - 2 = 0 \quad x \geq 0$$

$$\text{Find}(x) \rightarrow \sqrt{2}$$

Рисунок 2.2 – Решение уравнения с дополнительным условием

Как видно из рисунка 2.2 solve-блок был дополнен одним условием.

Для задания неравенств в solve-блоке могут быть использованы операции $>$ (больше), $<$ (меньше), \geq (больше или равно), \leq (меньше или равно). Первые две операции вводятся нажатием соответствующих кнопок на клавиатуре. Для ввода последних двух операций используются комбинации клавиш Ctrl-9 и Ctrl-0 соответственно.

Как уже было сказано далеко не каждая задача может быть решена символьно. К такому уравнению относится, например, уравнение $x^5 + x^2 - 2 = 0$. Решение указанного уравнения приведено на рисунке 2.3.

	$x := 0$
Given	Given
$x^5 + x^2 - 2 = 0$	$x^5 + x^2 - 2 = 0$
Find(x)→	Find(x) = 1
a)	б)

Рисунок 2.3 – Решения уравнения $x^5 + x^2 - 2 = 0$
а) символьное б) численное

На рисунке 2.3 в символьном решении вызов функции Find выделен красным цветом, т.к. пакет MathCAD не смог найти символьное решение задачи.

В численном решении перед solve-блоком добавилась строка $x:=0$. Она необходима, т.к. численным методам решения задач требуется задание некоторого начального приближения к решению. В ряде задач полученный ответ сильно зависит от выбора начального приближения.

Решение систем уравнений выполняется аналогично одиночному уравнению. В solve-блок записываются все уравнения системы. Решение системы уравнений $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + 2 = 0, \\ x_1 + x_2 + 1 = 0; \end{cases}$ показано на рисунке 2.4.

$x1 := 0$	$x2 := 0$
Given	
$x1^2 + x2^2 - 2 = 0$	$x1 + x2 + 1 = 0$
$\text{Find}(x1, x2) = \begin{pmatrix} -1.366 \\ 0.366 \end{pmatrix}$	

Рисунок 2.4 – Пример решения системы уравнений

2.2. Решение оптимизационных задач

Для решения оптимизационных задач в MathCAD предусмотрено 2 функции: Minimize и Maximize для решения задач на минимум и максимум соответственно.

Формат вызова функций: Minimize(f, x1, x2), где f – целевая функция, x1, x2 – перечень переменных.

Пример решения оптимизационной задачи

$$\bar{x}^* = \arg \min_{\bar{x} \in R^3} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 - 8x_2 - 12x_3 + 100)$$

приведен на рисунке 2.5.

В случае пустого solve-блока (а указанная выше задача является задачей безусловной оптимизации, т.е. нет никаких дополнительных ограничений) ключевое слово Given можно не указывать, а сразу вызывать функцию Minimize.

$$\begin{aligned} x1 &:= 0 & x2 &:= 0 & x3 &:= 0 \\ f(x1, x2, x3) &:= x1^2 + x2^2 + x3^2 - 4 \cdot x1 - 8 \cdot x2 - 12 \cdot x3 + 100 \end{aligned}$$


Given

$$\text{Minimize}(f, x1, x2, x3) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.5 – Пример решения оптимизационной задачи

2.3. Элементы программирования в среде MathCAD

Для выполнения повторяющихся действий, записи в MathCAD различных алгоритмов, вычисления выражений, которых определяется в зависимости от некоторых условий, удобно использовать возможности программирования среды MathCAD.

Элементы программирования вынесены на специальную панель программирования, показанную на рисунке 2.6. Данная панель вызывается нажатием кнопки  главной панели инструментов.

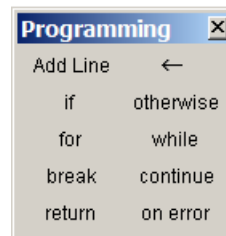


Рисунок 2.6 – Панель программирования MathCAD

На панели программирования представлены следующие элементы.

- Add Line – создание блока программы или добавление в нее дополнительных строк.
- \leftarrow – оператор локального присваивания.
- if – условный оператор.
- otherwise – оператор иного выбора (обычно применяется с if);
- for – оператор задания цикла с заданным числом повторений;
- while – оператор задания цикла, действующего до тех пор, пока выполняется некоторое условие;
- break – оператор прерывания;
- continue – оператор продолжения;
- return. – оператор возврата;
- on error – оператор обработки ошибок.

Рассмотрим эти элементы подробнее.

Оператор локального присваивания \leftarrow используется для создания и присваивания значений локальным переменным. Так, конструкция $A \leftarrow 1$ означает присвоение локальной переменной A значения 1. Создаваемые с помощью оператора \leftarrow переменные являются локальными, т.е. существуют только в контексте программы.

Условные оператор if используется для создания выражений, значение которых определяется некоторым условием.

Синтаксис оператора:

Выражение if Условие.

Если *Условие* выполняется, то возвращается значение *Выражения*. Совместно с этим оператором используются операторы прерывания *break* и иного выбора *otherwise*.

Оператор иного выбора otherwise

Оператор иного выбора *otherwise* обычно используется совместно с оператором *if* в конструкциях следующего типа:

$$f(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Значение оператора *otherwise* возвращается, если не выполнилось *Условие* расположенного выше оператора *if*.

Оператор цикла for служит для организации циклов с заданным числом повторений. Синтаксис оператора приведен на рисунке 2.7.

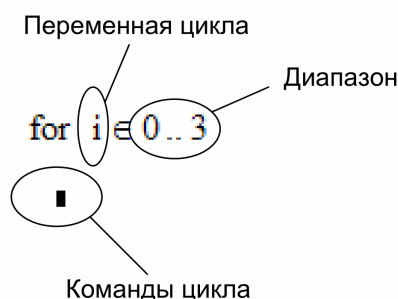


Рисунок 2.7 – Синтаксис оператора *for*

В операторе *for* *Команды цикла* будут выполняться пока *Переменная цикла* пройдет по всем значениям *Диапазона* с шагом +1. *Переменную цикла* можно использовать в командах цикла.

Синтаксис оператора цикла while представлен на рисунке 2.8.

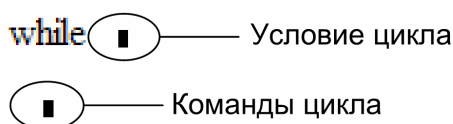


Рисунок 2.8 – Синтаксис оператора *while*

В отличие от оператора *for* в цикле *while* *Команды цикла* выполняются до тех пор пока значение *Условия цикла* истинно.

Оператор прерывания break используется для прерывания выполнения операторов *while* и *for*, обеспечивая переход в конец тела цикла.

Оператор продолжения continue используется пропуска текущей итерации в цикле и перехода к следующей итерации.

Оператор выхода return прекращает выполнение программы возвращает значение операнда, стоящего следом за ним.

Программы могут быть однострочными, так и многострочными. Многострочные программы оформляются в виде специального блока, который создается командой *Add Line* на панели (или клавишей *]* на клавиатуре).

Создадим программу, которая ищет элемент вектора с максимальным значением. Фрагмент документа MathCAD, реализующим соответствующую программу приведен на рисунке 2.9.

Массив элементов

$$A := (1 \ 2 \ 5 \ 6 \ 2)^T$$

Программа поиска элемента с максимальным значением

```
A_max :=
| max ← A1
| for i ∈ (0..rows(A) - 1)
|   max ← Ai if Ai > max
| max
```

Максимальное значение элемента массива $A_{\max} = 6$

Рисунок 2.9 – Программа поиска максимального элемента массива

3. Задания на работу

3.1. Создать текстовый блок, содержащий название работы, номер варианта, ФИО студента, отформатировать текст в соответствии с образцом, приведенном на рисунке 1.1.

Лабораторная работа №2.

Знакомство со средой MathCAD

Выполнил: студент гр. 111111 Иванов И.И.

Дата: 16.02.2009 г.

Рисунок 1.1. – Образец форматирования текста

3.2. Решить систему уравнений из таблицы 2.1. с использованием функции Find численно и символично.

3.3. Решить численно оптимизационную задачу на минимизацию целевой функции в заданной области с использованием функции Minimize. Целевые функции и области для поиска минимумов приведены в таблице 2.2.

3.4. Составить программу, которая

- а) вычисляет значения производной заданной функции в n точках отрезка;
 - б) перебором определяет точку, в которой значение производной наиболее близко к 0
- Результат работы программы – абсцисса соответствующей точки.

Исходные данные (функция $f(x)$, отрезок $[a; b]$, число n) приведены в таблице 2.3.

Правильность работы программы проверить, решив на указанном интервале численно уравнение $f'(x) = 0$.

Каждое задание должно начинаться с текстового блока, в котором указан номер и формулировка задания.

Таблица 2.1. Системы уравнений

№	Система уравнений	№	Система уравнений
1	$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - 4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 1 = 0; \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 - 4x_1 + 6x_2 - 16 = 0, \\ x_2 - 5 + x_1^2 = 0; \end{cases}$
2	$\begin{cases} e^{x_1 x_2} + 4x_2^2 - 16 = 0, \\ x_1 + x_2 - 1 = 0; \end{cases}$	17	$\begin{cases} 5x_1^2 + 4x_1 x_2 + x_2^2 - 16x_1 - 12x_2 - 17 = 0, \\ x_1^2 + x_2^2 - 3 = 0; \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2 = 0, \\ 5x_1^2 + 4x_1 x_2 + x_2^2 + x_2 - 16 = 0; \end{cases}$	18	$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 + x_1 - 2x_2 - 18 = 0, \\ x_1 + x_2 - 5 = 0; \end{cases}$

№	Система уравнений	№	Система уравнений
4	$\begin{cases} x_1^2 + 12x_1x_2 + 2x_2^2 - 3 = 0; \\ 4x_1^2 + x_2^2 - 25 = 0; \end{cases}$	19	$\begin{cases} x_1^4 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 16 = 0, \\ 2x_1 + 7x_2 - 15 = 0; \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - 6 = 0, \\ x_1 + x_2 - 1 = 0; \end{cases}$	20	$\begin{cases} x_1^3 + 2x_2 + x_1x_2 - 19 = 0, \\ 2x_1 + 7x_2 + 15 = 0; \end{cases}$
6	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2 = 0, \\ x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0; \end{cases}$	21	$\begin{cases} x_1^3x_2 + 2x_2^2x_1 + x_1x_2 - 12 = 0, \\ 3x_1 + 17x_2 + 19 = 0; \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2x_1^2 - 6x_1 - 6x_2 - 17 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 1 = 0; \end{cases}$	22	$\begin{cases} 5x_1^3 - x_2 + 3x_1x_2 + 2 = 0, \\ x_1^2 - x_2 - 4 = 0; \end{cases}$
8	$\begin{cases} x_1x_2 - 3 = 0, \\ x_1^2 - x_2^2 - 2 = 0; \end{cases}$	23	$\begin{cases} 7x_1^4 + x_2x_1 + 9x_1^2x_2 - 17 = 0, \\ 3x_1^4 - 3x_2 - 14 = 0; \end{cases}$
9	$\begin{cases} -x_1^3 + x_2^3 - x_2 + x_1 - 5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 1 = 0; \end{cases}$	24	$\begin{cases} x_1e^{x_1} - (1 + e^{x_1})\sin x_2 - 9 = 0; \\ x_1 + x_2 - 3 = 0; \end{cases}$
10	$\begin{cases} 19x_2^3 + x_1 + 3x_1^2 - x_2 - 17 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 6 = 0; \end{cases}$	25	$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 - 4x_1 + 6x_2 - 15 = 0, \\ x_1^2 - x_2 - 3 = 0; \end{cases}$
11	$\begin{cases} 9x_1^3 + x_2^3 + 3x_1^2 - x_2 = 0, \\ x_1^3 + 1 = 0; \end{cases}$	26	$\begin{cases} 3x_1x_2 + x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + 17 = 0, \\ x_1 + x_2^2 - 3 = 0; \end{cases}$
12	$\begin{cases} 3x_2^3 + 13x_1^2 + 3x_2^2 - 13 = 0, \\ x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0; \end{cases}$	27	$\begin{cases} 19x_2^3 + x_1 + 3x_1^2 - x_2 - 15 = 0, \\ 19x_1 + 11x_2 - 3 = 0; \end{cases}$
13	$\begin{cases} 7x_1^3 + x_2^2x_1 + 9x_1^2x_2 - 19 = 0, \\ x_1 + x_2 - 1 = 0; \end{cases}$	28	$\begin{cases} -x_1^3 + x_2^3 - x_2 + x_1 - 15 = 0, \\ x_1^2 + x_2 - 7 = 0; \end{cases}$
14	$\begin{cases} x_1^3 - 13x_2^2 + 9x_1x_2 - x_2 + x_1 - 9 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - 1 = 0; \end{cases}$	29	$\begin{cases} -x_1x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{20}{x_2} - 3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 56 = 0; \end{cases}$
15	$\begin{cases} x_1^2 + 3x_2^2 + 7x_1x_2 - x_2 + x_1 = 0, \\ x_1^2 + x_2 - x_1 - 2 = 0; \end{cases}$	30	$\begin{cases} -13x_1^2 - 11x_2^2x_1 - 2x_2^2 + 17 = 0, \\ x_1 + x_2 - 56 = 0; \end{cases}$

Таблица 2.2. Целевые функции

№	Целевая функция и область поиска	№	Целевая функция
1	$f(x_1, x_2) = x_1^3 + 13x_2^2 - 9x_1 - x_2$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$	16	$f(x_1, x_2) = 7x_1^4 + x_2x_1 + 9x_1^2x_2$ $x_1 \in [-3; 5] \quad x_2 \in [-1; 5]$
2	$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 25x_2^2 + x_1x_2 - 5x_2 + x_1$ $x_1 \in [-3; 3] \quad x_2 \in [-10; 10]$	17	$f(x_1, x_2) = 5x_1^3 + x_2 + 3x_1x_2$ $x_1 \in [-2; 2] \quad x_2 \in [-3; 3]$
3	$f(x_1, x_2) = 17x_1^4 - 9x_1x_2 - x_1^2 + x_2^2 + 17$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$	18	$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 12x_1x_2 - 3x_1$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$
4	$f(x_1, x_2) = -17x_1^3 + 19x_1^2x_2 + x_1 - x_2 - 17$ $x_1 \in [-3; 3] \quad x_2 \in [-10; 10]$	19	$f(x_1, x_2) = x_1^3x_2 + 2x_2^2x_1 + x_1x_2$ $x_1 \in [-1; 10] \quad x_2 \in [-2; 6]$

5	$f(x_1, x_2) = 13x_1^3 - 11x_2x_1 + x_1 + 21$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$	20	$f(x_1, x_2) = x_1^3 + 2x_2 + x_1x_2$ $x_1 \in [-1; 10] \quad x_2 \in [-2; 6]$
6	$f(x_1, x_2) = 13x_1^2 + x_2^2x_1 + 2x_2^2 + x_1 - 17$ $x_1 \in [-3; 3] \quad x_2 \in [-10; 10]$	21	$f(x_1, x_2) = x_1x_2^2 + x_1^2x_2 - 3x_1^2 - 3x_2^2$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-2; 5]$
7	$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_2 + 2x_1 + 7$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$	22	$f(x_1, x_2) = x_1e^{x_1} - (1 + e^{x_1})\sin x_2$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-2; 5]$
8	$f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^2 - 2x_2 - 2x_1 + 7$ $x_1 \in [-3; 3] \quad x_2 \in [-10; 10]$	23	$f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^2 - 4x_1x_2$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$
9	$f(x_1, x_2) = 2x_1^4 + x_2^4 - x_2 + x_1$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$	24	$f(x_1, x_2) = 3x_1x_2 - x_1^2x_2 - x_1x_2^2$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$
10	$f(x_1, x_2) = -x_1^3 + x_2^3 - x_2 + x_1$ $x_1 \in [-10; 10] \quad x_2 \in [-3; 3]$	25	$f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2$ $x_1 \in [1; 5] \quad x_2 \in [-2; 3]$
11	$f(x_1, x_2) = 19x_2^3 + x_1 + 3x_1^2 - x_2$ $x_1 \in [-2; 2] \quad x_2 \in [-5; 5]$	26	$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - x_1$ $x_1 \in [-2; 5] \quad x_2 \in [-2; 3]$
12	$f(x_1, x_2) = 9x_1^3 + x_2^3 + 3x_1^2 - x_2$ $x_1 \in [-2; 3] \quad x_2 \in [-6; -9]$	27	$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 + x_1 - 2x_2$ $x_1 \in [-2; 5] \quad x_2 \in [-2; 3]$
13	$f(x_1, x_2) = 3x_2^3 + 13x_1^2 + 3x_2^2$ $x_1 \in [-1; 1] \quad x_2 \in [-2; 2]$	28	$f(x_1, x_2) = 5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 - 16x_1 - 12x_2$ $x_1 \in [-3; 3] \quad x_2 \in [-2; 1]$
14	$f(x_1, x_2) = 3x_1^5 + x_2^2x_1 + 11x_1^2x_2 + x_1^3$ $x_1 \in [-1; 1] \quad x_2 \in [-2; 2]$	29	$f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 - 4x_1 + 6x_2$ $x_1 \in [-3; 3] \quad x_2 \in [-10; 1]$
15	$f(x_1, x_2) = 7x_1^5 + x_2^2x_1 + 9x_1^2x_2$ $x_1 \in [1; 5] \quad x_2 \in [-1; 1]$	30	$f(x_1, x_2) = x_1x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{20}{x_2}$ $x_1 \in [-3; 10] \quad x_2 \in [-10; 10]$

Таблица 2.3. Исходные для составления программы

№	Функция	Параметры
1	$f(x) = \frac{e^{1-\cos(x)}}{x^2 + 1} \sin(x)$	$a = -3, b = 0, n = 50$
2	$f(x) = \frac{x^2 + 2}{\sin(x)} e^{\cos(x)}$	$a = -5, b = -3.2, n = 100$
3	$f(x) = \frac{\cos(x)}{x^3 + 1} e^{-x}$	$a = -5, b = -1, n = 50$
4	$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x}{\sin(2x + 1) + x^4} e^{-x}$	$a = 0, b = 1, n = 100$
5	$f(x) = -\frac{1}{x^3 + \cos(x)} e^x$	$a = 0, b = 1, n = 50$
6	$f(x) = \frac{\sin(x)}{x} e^{-2x+1} - 1$	$a = 2, b = 6, n = 100$

№	Функция	Параметры
7	$f(x) = 3 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2} e^{\cos(x)}$	$a = 0, b = 5, n = 50$
8	$f(x) = \frac{e^{-\cos(x)+1}}{x^3 + 1} + 0.2$	$a = 0, b = 1, n = 100$
9	$f(x) = 3 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2} e^{\cos(x)} - 4 \sin(x)$	$a = 1, b = 3, n = 50$
10	$f(x) = \frac{3 \cos(8\pi x)}{x^4 + 1}$	$a = 5, b = 5.2, n = 100$
11	$f(x) = -\frac{\operatorname{tg}(x)}{e^{0.5x} - x^2}$	$a = -1.5, b = -1, n = 50$
12	$f(x) = \frac{\cos(7x + \sqrt{2}\pi)}{x^2 + e^{-0.5x}} + 0.8$	$a = -3, b = -2.5, n = 100$
13	$f(x) = \frac{-x^3 + 4x^2 - 2}{\sin(x + \sqrt{\pi/3})}$	$a = -0.9, b = 1, n = 50$
14	$f(x) = \frac{\cos(x^2)}{1 + x^5} - 0.2$	$a = 1, b = 2.6, n = 100$
15	$f(x) = \frac{\operatorname{tg}(9x/\pi)}{\cos^2(5x) + \sin^5(x)}$	$a = 0.4, b = 0.55, n = 50$
16	$f(x) = \frac{1.5}{1 + \frac{1}{x^3}} e^{-0.5x}$	$a = -2, b = -1.5, n = 100$
17	$f(x) = \frac{\cos^2(3x) + \sin^3(8x)}{\operatorname{tg}(7x)}$	$a = 0.48, b = 0.55, n = 50$
18	$f(x) = e^{-0.5x} \sin(4x + 1)$	$a = 0.6, b = 1.4, n = 100$
19	$f(x) = \frac{e^{-3x}}{1 + x^2} + 4x^2$	$a = -2, b = 2, n = 50$
20	$f(x) = \frac{\cos(6x) + 1.5}{1 - x^3 + \frac{1}{x}}$	$a = 0.4, b = 0.8, n = 100$
21	$f(x) = \frac{x^3 + x^2}{1 - x^2 + x^3}$	$a = -0.5, b = 0.5, n = 50$
22	$f(x) = \frac{e^{-3x}}{1 + x^2} + 8x^2$	$a = -1, b = 1, n = 100$
23	$f(x) = 5e^{-2x} \sin(22x + \pi)$	$a = 0.2, b = 0.4, n = 50$
24	$f(x) = -0.5x^5 + 2x^4 + 50 \sin(5x)$	$a = -2, b = -1, n = 100$
25	$f(x) = 5e^{-2x} + e^{0.5x}$	$a = -2, b = 4, n = 50$
26	$f(x) = \sqrt{5}e^{-2x} \cos(17x + \sqrt{\pi})$	$a = -3.4, b = -3.1, n = 100$
27	$f(x) = \frac{\cos\left(\frac{x^2 + 1}{10}\right)}{\pi x}$	$a = -9, b = -6, n = 50$

№	Функция	Параметры
28	$f(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$	$a = 2, b = 7, n = 100$
29	$f(x) = -\frac{\sin(x)}{x+1}$	$a = -2, b = 2, n = 50$
30	$f(x) = -\frac{x^2+1}{x^3-1}$	$a = -0.5, b = 1, n = 100$

4. Контрольные вопросы