Задача №2.4

Электрическая энергия мощностью *Р*1 подводится к потребителю (приемнику) с активно-индуктивной нагрузкой (рис. 2.4, *а*) по двужильному кабелю с поперечным сечением *S*. В данном режиме через кабель протекает ток *I* (частота питающего напряжения 50 Гц), значение которого, естественно, меньше нормативно допустимого (предельного) тока *I*пр для используемого кабеля. Действующее значение напряжения на входе сети равно *U*=220 В при коэффициенте мощности соs1

К сети (кабелю), параметры которой представлены в таблице 2.4, требуется подключить дополнительно (параллельно) осветительную (активную) нагрузку мощностью *P*доп. Однако при существующем режиме работы кабеля этого делать нельзя, так как ток нагрузки в подводящем кабеле, естественно, может превысить предельное значение, равное *I*пр.

Увеличение активной мощности сети до заданного значения (*Р*1+ *P*доп) при условии неизменного тока *I* в подводящем кабеле возможно повышением значения коэффициента мощности сети до величины соs2. Это достигается подключением реактивной нагрузки с помощью конденсаторной батареи емкостью *С*, подключаемой параллельно нагрузке (рис. 2.4, *б*). В данном случае до компенсации через кабель протекает ток *İ*, равный *İR* (рис. 2.4, *а*, *в*). После подключения ветвей с активным сопротивлением *R*доп и емкостью *С* (рис. 2.4, *б*) результирующий ток *İ* (ток кабеля) остается прежним, уменьшается лишь сдвиг фаз между *Ů* и *İ* от 1 до 2.



а) б) в)

Рис. 2.4. Схема без (а) и с батареей конденсаторов (б) и векторная диаграмма (в) сети

Необходимо определить:

- коэффициент мощности соs1 исходной схемы;

- коэффициент мощности соs2 схемы с дополнительной конденсаторной батареей, обеспечивающей работу схемы при дополнительной осветительной нагрузке, но неизменном токе *I* в подводящем кабеле.

**Дано:**

***I*пр = 156 A,  *I* = 145 А, *Р*1 = 10 кВт, *Р*доп = 8 кВт**

**Решение:**

До улучшения коэффициента мощности, полная мощность цепи *S*1:

$$S\_{1}=UI$$

*S*1 = 31900 ВА

Начальный коэффициент мощности:

$$\cos(φ\_{1})=\frac{P\_{1}}{S\_{1}}$$

$$\cos(φ\_{1})=\frac{10}{31,9}=0,313$$

$$φ\_{1}=71,73°$$

Реактивная мощность цепи до улучшения коэффициента мощности:

$$Q\_{1}=S\_{1}\sin(φ\_{1})$$

$$Q\_{1}=30292,078 ВАр$$

Суммарная активная мощность,необходимая после подключения новой нагрузки:

$$P\_{2}=P\_{1}+P\_{доп}$$

$$P\_{2}=18 кВт$$

Улучшенный коэффициент мощности при неизменной полной мощности сети:

$$\cos(φ\_{2})=\frac{P\_{2}}{S\_{1}}$$

$$\cos(φ\_{2})=0,564$$

$$φ\_{2}=55,65°$$

Реактивная мощность цепи после улучшения коэффициента мощности:

$$Q\_{2}=S\_{1}\sin(φ\_{2})$$

$$Q\_{2}=26336,477 ВАр$$

Изменение реактивной мощности Δ*Q*

$$∆Q=Q\_{1}-Q\_{2}$$

$$∆Q=3955,601 Вар$$

Которая равна необходимой дополнительной реактивной мощности батареи конденсаторов:

$$Q\_{C}=U^{2}2πfC=∆Q$$

Откуда значение емкости батареи конденсаторов:

$$C=\frac{Q\_{C}}{U^{2}2πf}$$

$$C=260,146 мкФ$$

Добавочный ток осветительной нагрузки:

$$I\_{доб}=\frac{P\_{доб}}{U}$$

$$I\_{доб}=36,364 A$$

Построим векторную диаграмму:

ПОСТРОИТЬ И ОБЪЯСНИТЬ!!!

−выбираем масштабы для векторов напряжения и тока: 1см – 10 А; 1 см – 20 В:

– рисуем оси +1 и +j (ось +j направляем, вверх);

− на комплексной плоскости отмечаем точку, от которой будем строить вектора напряжений и токов (этой точке соответствует точка *а* схемы);

− поскольку в задаче задается значения вектора тока *İ*2, то строим его в выбранном масштабе токов с помощью транспортира под углом 56,31о к оси +1;

− поскольку в задаче задается значения вектора напряжения *Ů*2, то строим его в выбранном масштабе напряжений под углом 20о к оси +1;

− определяем, чему равен угол между этими векторами φ

Задача №2.5

Цепь, представленная на рис. 2.5, *а*, находится в режиме резонанса тока. На входе цепи действует переменное напряжение*u*(*t*), оригинал которого равен *u*(*t*) = *Um*sin(*t* + *U*). При этом мгновенный ток *i*(*t*) в цепи изменяется по закону: *i*(*t*) = *im*sin(*t* + *I*).

Требуется определить:

− значение емкости конденсатора *С*;

− выражения для оригиналов токов *i*1(*t*), *i*2(*t*), *u*(*t*);

− мощности, потребляемые цепью в режиме резонанса;

− параметры схемы для построения векторной диаграммы токов цепи при резонансе.



а) б)

Рис. 2.5. Схема (а) и векторная диаграмма токов и напряжения (б) к задаче №2.5

**Дано:**

***im* = 10 A, *I* = 30°, *R* = 1 Ом, *XL* = 7 Ом, 0 = 104 рад/с**

**Решение:**

Оригинал тока *i*(*t*), в соответствии с заданием варианта:

$$i\left(t\right)=10\sin(\left(10^{4}t+30°\right))$$

Действующее значение комплексного тока в алгебраической и показательной форме:

$$\dot{I}=\frac{10}{\sqrt{2}}e^{j30}=7,071e^{j30}=6,124+j3,536 $$

Поскольку в цепи выполняется режим резонанса токов, значит модули реактивных проводимостей параллельных ветвей равны, т.е. *ImYbce* = *ImYbde*. Рассчитаем проводимости ветвей:

Комплексное сопротивление и проводимость ветви *bce*

$$\dot{Z}\_{1}=R+jωL$$

$$\dot{Z}\_{1}=1+j7=7,071e^{j81,87°} Ом$$

$$Y\_{1}=\frac{1}{Z\_{1}}$$

$$Y\_{1}=0,141e^{-j81,87°}=0,0199-j0,140 См$$

Модуль реактивной проводимости ветви *bde*

$$ImY\_{2}=ImY\_{1}=0,140 См$$

Значит величина емкости:

$$ImY\_{2}=\frac{1}{X\_{C}}=ω\_{0}C$$

$$C=14 мкФ$$

Комплексное сопротивление и проводимость ветви *bde*

$$\dot{Z}\_{2}=0-jX\_{C}=-j\frac{1}{ω\_{0}C}$$

$$\dot{Z}\_{2}=0-j7,143=7,143e^{-j90°} Ом$$

$$Y\_{2}=\frac{1}{Z\_{2}}$$

$$Y\_{2}=0,140e^{j90°}=j0,140 См$$

Полная комплексная проводимость цепи:

$$\dot{Y}=\dot{Y}\_{1}+\dot{Y}\_{2}$$

$$\dot{Y}=0,0199=0,0199e^{j0} См$$

Комплексное действующее напряжение:

$$\dot{U}=\frac{\dot{I}}{\dot{Y}}$$

$$\dot{U}=355,327e^{j30}=307,722+j177,663 В$$

Комплексная амплитуда напряжения:

$$\dot{U}\_{m}=\dot{U}\sqrt{2}$$

$$\dot{U}\_{m}=502,508e^{j30}=435,184+j251,254 В$$

Оригинал:

$$u\left(t\right)=502,508\sin(\left(10^{4}t+30°\right)) В$$

Комплексный ток *I*1:

$$\dot{I}\_{1}=\frac{\dot{U}}{\dot{Z}\_{1}}$$

$$\dot{I}\_{1}=50,251e^{-j51,87°}=31,027-j39,528 А$$

Амплитуда тока:

$$\dot{I}\_{1m}=71,066e^{-j51,87°} А$$

Оригинал:

$$i\_{1}\left(t\right)=71,066\sin(\left(10^{4}t-51,87°\right)) A$$

Комплексный ток *I*2:

$$\dot{I}\_{2}=\frac{\dot{U}}{\dot{Z}\_{2}}$$

$$\dot{I}\_{2}=49,745e^{j120°}=-24,872+j43,080 А$$

Амплитуда тока:

$$\dot{I}\_{1m}=70,350e^{j120°} А$$

Оригинал:

$$i\_{2}\left(t\right)=70,350\sin(\left(10^{4}t+120°\right)) A$$

Активная мощность при резонансе c учетом =0

$$P=UI\cos(φ)$$

$$P=355,327∙7,071=2512,517 Вт$$

Реактивная мощность при резонансе c учетом =0

$$Q=UI\sin(φ)$$

$$Q=0 ВАр$$

Полная мощность при резонансе

$$S=\sqrt{P^{2}+Q^{2}}$$

$$S=2512,517 ВА$$

Построим векторные диаграммы токов цепи при резонансе

−выбираем масштабы для векторов напряжения и тока: 1см – 10 А; 1 см – 10 В:

– рисуем оси +1 и +j (ось +j направляем, вверх);

− на комплексной плоскости отмечаем точку, от которой будем строить вектора напряжений и токов (этой точке соответствует точка *а* схемы);

− из отмеченной точки по полученным данным в выбранном масштабе строим вектора токов и напряжения;

− проверяем правильность вычислений, путем векторного сложения токов *I1* и *I2*, должен получиться *I*

+j

+1

Ú

Í

Í1

Í2

Задача №2.6

Для данной схемы с параметрами *Ė*1 = 100 В, *Ė*2 = j100 В, *Ė*3 =100 В, *Z*1 = 6+j8 Ом, *Z*2 = 6 – j8 Ом, *Z*3 = j10 Ом. Значения ЭДС и сопротивлений электрической цепи заданы в комплексной форме. Частота синусоидальных источников ЭДС равна *f* = 50 Гц.

***Z3***

***Z1***

***E1***

***E2***

***Z2***

***E3***

***a***

***b***

***c***

***d***

***e***

***I1***

***I3***

***I2***

Определить:

− действующие и комплексные значения токов всех ветвей электрической схемы, пользуясь методами: применения законов Кирхгофа, узлового напряжения (двух узлов), эквивалентного генератора (в цепи с током *İ*эг);

− составить баланс активной и реактивной мощности источников и приемников энергии;

− записать выражения оригиналов (для мгновенных значений) ЭДС, всех токов и напряжения *Uас*.

− построить в одном масштабе на одном рисунке векторную диаграмму токов и падений напряжений на всех участках электрической цепи по внешнему контуру.

**Решение:**

Запишем значения ЭДС и сопротивлений в показательной форме:

$$\dot{E}\_{1}=100+j0=100e^{j0}$$

$$\dot{E}\_{2}=0+j100=100e^{j90}$$

$$\dot{E}\_{3}=100+j0=100e^{j0}$$

$$\dot{Z}\_{1}=6+j8=10e^{j53,13°}$$

$$\dot{Z}\_{2}=6-j8=10e^{-j53,13°}$$

$$\dot{Z}\_{3}=0+j10=10e^{j90°}$$

Данная схема содержит три ветви и два узла, два независимых контура, значит по 1 закону Кирхгофа мы можем составить 1 уравнение, по 2 закону Кирхгофа – 2 уравнения(контура*aecda* и *aecba*):

1 закон Кирхгофа:

$$\dot{I}\_{1}-\dot{I}\_{2}+\dot{I}\_{3}=0$$

2 закон Кирхгофа:

контур *aecda*

$$\dot{I}\_{1}\dot{Z}\_{1}+\dot{I}\_{2}\dot{Z}\_{2}=\dot{E}\_{1}-\dot{E}\_{2}$$

контур*aecba*

$$\dot{I}\_{2}\dot{Z}\_{2}+\dot{I}\_{3}\dot{Z}\_{3}=\dot{E}\_{3}-\dot{E}\_{2}$$

Решая полученную ситему уравнений, получим:

$$\left\{\begin{array}{c}\dot{I}\_{1}-\dot{I}\_{2}+\dot{I}\_{3}=0\\\dot{I}\_{1}\dot{Z}\_{1}+\dot{I}\_{2}\dot{Z}\_{2}=\dot{E}\_{1}-\dot{E}\_{2}\\\dot{I}\_{2}\dot{Z}\_{2}+\dot{I}\_{3}\dot{Z}\_{3}=\dot{E}\_{3}-\dot{E}\_{2}\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}\dot{I}\_{2}=\dot{I}\_{1}+\dot{I}\_{3}\\\dot{I}\_{1}\left(\dot{Z}\_{1}+\dot{Z}\_{2}\right)+\dot{I}\_{3}\dot{Z}\_{2}=\dot{E}\_{1}-\dot{E}\_{2}\\\dot{I}\_{1}\dot{Z}\_{2}+\dot{I}\_{3}\left(\dot{Z}\_{2}+\dot{Z}\_{3}\right)=\dot{E}\_{3}-\dot{E}\_{2}\end{array}\right.$$

$$\dot{I}\_{3}=\frac{\dot{E}\_{1}-\dot{E}\_{2}-\dot{I}\_{1}\left(\dot{Z}\_{1}+\dot{Z}\_{2}\right)}{\dot{Z}\_{2}}$$

$$\dot{I}\_{1}\left(\frac{\dot{Z}\_{1}\dot{Z}\_{2}+\dot{Z}\_{2}\dot{Z}\_{3}+\dot{Z}\_{1}\dot{Z}\_{3}}{\dot{Z}\_{2}}\right)=\left(\dot{E}\_{1}-\dot{E}\_{2}\right)∙\frac{\left(\dot{Z}\_{2}+\dot{Z}\_{3}\right)}{\dot{Z}\_{2}}+\dot{E}\_{2}-\dot{E}\_{3}$$

$$\dot{I}\_{1}=\frac{\dot{E}\_{1}\left(\dot{Z}\_{2}+\dot{Z}\_{3}\right)-\dot{E}\_{2}\dot{Z}\_{3}-\dot{E}\_{3}\dot{Z}\_{2}}{\dot{Z}\_{1}\dot{Z}\_{2}+\dot{Z}\_{2}\dot{Z}\_{3}+\dot{Z}\_{1}\dot{Z}\_{3}}$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\dot{I}\_{1}=9,016-j0,820=9,054e^{-j5,19°} А$$

$$\dot{I}\_{3}=8,296-j7,246=11,015e^{-j41,14°} А.$$

$$\dot{I}\_{2}=17,312-j8,066=19,099e^{-j25°} А.$$

Определим комплексные напряжения на сопротивлениях

$$\dot{U}\_{i}=\dot{I}\_{i}\dot{Z}\_{i}$$

$$\dot{U}\_{1}=60,656+j67,208=90,532e^{j47,93°} В$$

$$\dot{U}\_{2}=39,344-j186,892=190,988e^{-j78,11°} В$$

$$\dot{U}\_{3}=72,46+j82,96=110,149e^{j48,86°} В$$

**2. Метод узлового напряжения (двух узлов).**

Методом двух узлов находим падение напряжения на участке *ac.*

$$\dot{U}\_{ac}=\frac{\frac{\dot{E}\_{1}}{\dot{Z}\_{1}}+\frac{\dot{E}\_{2}}{\dot{Z}\_{2}}+\frac{\dot{E}\_{3}}{\dot{Z}\_{3}}}{\frac{1}{\dot{Z}\_{1}}+\frac{1}{\dot{Z}\_{2}}+\frac{1}{\dot{Z}\_{3}}}$$

$$U\_{ac}=\frac{\frac{100}{6}+\frac{50}{8}+\frac{80}{10}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}}=\frac{30,917}{0,392}=78,936 В$$

Рассчитаем токи в ветвях с учетом направления ЭДС

$$I\_{1}=\frac{E\_{1}-U\_{ac}}{R\_{1}}$$

$$I\_{1}=\frac{100-78,936}{6}=3,511 А$$

$$I\_{2}=\frac{U\_{ac}-E\_{2}}{R\_{2}}$$

$$I\_{2}=\frac{78,937-50}{8}=3,617 А$$

$$I\_{3}=\frac{E\_{3}-U\_{ac}}{R\_{3}}$$

$$I\_{3}=\frac{80-78,937}{10}=0,106 А$$

Полученные значения токов в ветвях совпадают со значениями, вычисленными по законам Кирхгофа

**3. Метод эквивалентного генератора**

Размыкаем цепь *abc* получим схему

***Uxx***

Методом двух узлов находим падение напряжения на участке *ac.*

$$U\_{ac}=\frac{\frac{E\_{1}}{R\_{1}}+\frac{E\_{2}}{R\_{2}}}{\frac{1}{R\_{1}}+\frac{1}{R\_{2}}}$$

$$E\_{ген}=U\_{xx}=\frac{\frac{100}{6}+\frac{50}{8}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}=\frac{22,917}{0,292}=78,571 В$$

Внутреннее сопротивление генератора:

$$R\_{ген}=\frac{R\_{1}R\_{2}}{R\_{1}+R\_{2}}$$

$$R\_{ген}=\frac{6∙8}{6+8}=3,429 Ом$$

Значит ток в 3-ей ветви (с учетом выбранных направлений), рассчитанный по методу эквивалентного генератора будет равен:

$$I\_{3}=\frac{E\_{3}-U\_{xx}}{R\_{3}+R\_{ген}}$$

$$I\_{3}=\frac{80-78,571}{10+3,429}=0,106 А$$

Что соответствует значениям, полученным ранее.

**4. Проверка полученных значений с помощью баланса мощностей**

Согласно балансу мощностей суммарная мощность источников равна суммарной мощности выделившейся на приемниках, т.е.:

$$\sum\_{}^{}E\_{i}I\_{i}=\sum\_{}^{}R\_{i}I\_{i}^{2}$$

Так как направление тока во второй ветви не совпадает с направление ЭДС источника тока то источник Е2 работает в режиме нагрузки. Поэтому мощность источников:

$$P\_{ист}=E\_{1}I\_{1}+E\_{3}I\_{3}$$

$$P\_{ист}=100∙3,511+80∙0,106=359,58$$

Суммарная активная мощность приемников

$$P\_{пр}=E\_{2}I\_{2}+R\_{1}I\_{1}^{2}+R\_{2}I\_{2}^{2}+R\_{3}I\_{3}^{2}$$

$$P\_{пр}=50∙3,617+6∙3,511^{2}+8∙3,617^{2}+10∙0,106^{2}=360,598 Вт$$

$$δ=\left|\frac{P\_{ист}-P\_{пр}}{P\_{ист}}\right|∙100\%=0,283\%$$

Так как погрешность не превышает 4% значит расчеты выполнены верно, баланс мощностей сошелся