

РАСЧЕТНАЯ РАБОТА 2 ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Для каждого из четырех приведенных в таблице наборов данных (X_i, Y_i) проделайте следующие действия.

1. Найдите числовые характеристики выборок.
2. Напишите уравнения линейной регрессии Y на X и X на Y .
3. Постройте диаграммы рассеяния, проведите прямые линейной регрессии.

№ п/п	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4
1	10	8,040	10	9,140	10	7,460	8	5,210
2	8	6,950	8	8,170	8	6,760	8	6,050
3	13	7,580	13	8,740	13	12,750	8	6,750
4	9	8,820	9	8,770	9	7,110	8	6,245
5	11	8,330	11	9,260	11	7,810	8	8,465
6	14	9,960	14	8,100	14	8,840	8	5,970
7	6	7,240	6	6,110	6	6,100	19	12,495
8	4	4,260	4	3,119	4	5,390	8	8,790
9	12	10,830	12	9,135	12	8,140	8	8,260
10	7	4,810	7	7,220	7	6,420	8	6,370
11	5	5,680	5	4,735	5	5,730	8	7,890

Средние

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} x_{1,i} = 9 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = \bar{X}_4, \quad \bar{Y}_1 = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} y_{1,i} = 7,500 = \bar{Y}_2 = \bar{Y}_3 = \bar{Y}_4.$$

Дисперсии

$$DX_1 = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} (x_{1,i} - \bar{X}_1)^2 = 10 = DX_2 = DX_3 = DX_4,$$

$$DY_1 = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} (y_{1,i} - \bar{Y}_1)^2 \approx 3,753, \quad DY_2 \approx 3,752, \quad DY_3 \approx 3,752, \quad DY_4 \approx 3,761.$$

Ковариации

$$K_{X_1 Y_1} = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} (x_{1,i} - \bar{X}_1)(y_{1,i} - \bar{Y}_1) \approx 5,000,$$

$$K_{X_2 Y_2} \approx 5,005, \quad K_{X_3 Y_3} \approx 4,994, \quad K_{X_4 Y_4} \approx 4,995.$$

Коэффициенты корреляции

$$r_{X_1 Y_1} = \frac{K_{X_1 Y_1}}{\sqrt{DX_1 \cdot DY_1}} \approx 0,816, \quad r_{X_2 Y_2} \approx 0,817, \quad r_{X_3 Y_3} \approx 0,815, \quad r_{X_4 Y_4} \approx 0,815.$$

Выборочная линейная регрессия Y на X по выборке (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, определяется уравнением

$$y = \beta_0 + \beta_1 x = \bar{Y} + r_{XY} \sqrt{\frac{DY}{DX}} (x - \bar{X}),$$

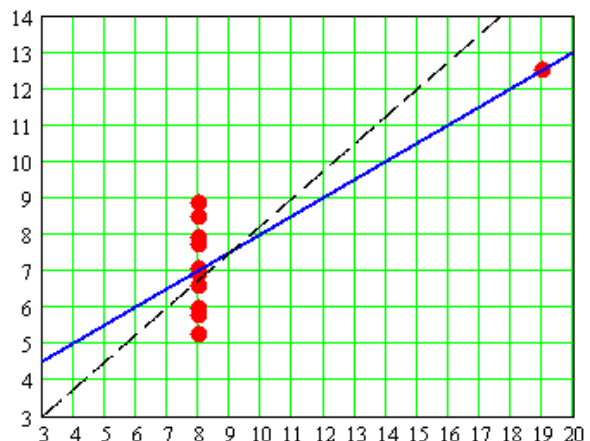
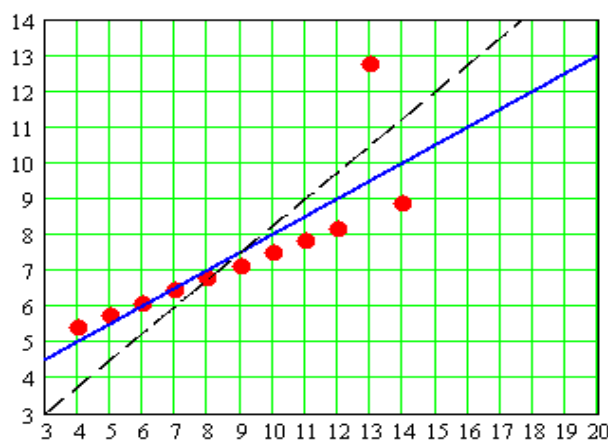
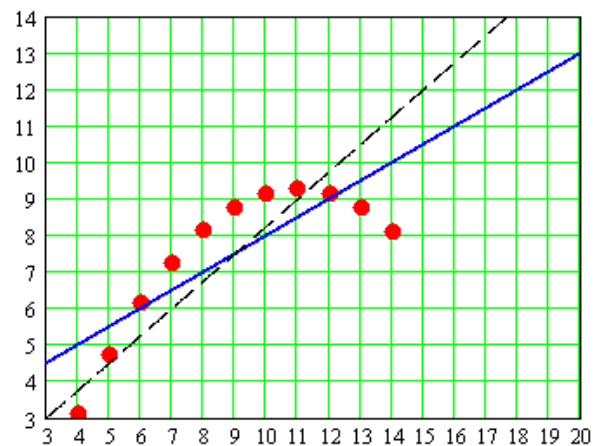
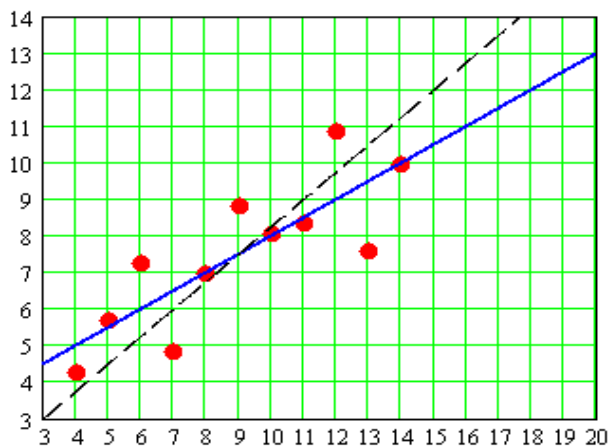
где выборочные коэффициенты регрессии $\beta_1 = \frac{K_{XY}}{DX}$, $\beta_0 = \bar{Y} - \beta_1 \bar{X}$.

Аналогично определяется выборочная линейная регрессия X на Y :

$$x = \beta'_0 + \beta'_1 y = \bar{X} + r_{XY} \sqrt{\frac{DX}{DY}} (y - \bar{Y}),$$

где выборочные коэффициенты регрессии $\beta'_1 = \frac{K_{XY}}{DY}$, $\beta'_0 = \bar{X} - \beta'_1 \bar{Y}$.

β_1	0,500	0,500	0,499	0,500
β_0	3,000	2,996	3,007	3,004
β'_1	1,332	1,334	1,331	1,328
β'_0	-0,991	-1,004	-0,982	-0,960



Сплошная прямая – регрессия Y на X , штриховая – регрессия X на Y .

Варианты данных для самостоятельной работы

Вариант 1

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,08	16,78	16,05	73,01
2	3,06	30,91	29,28	64,51
3	4,08	27,78	21,91	35,70
4	5,01	39,15	28,96	28,97
5	6,02	42,32	32,00	20,91
6	7,09	35,74	28,05	13,55
7	8,02	45,84	32,73	26,42
8	9,03	48,82	31,41	38,08
9	10,07	45,68	45,86	53,03
10	11,10	55,12	29,08	89,82

Вариант 4

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,09	19,43	18,00	75,84
2	3,08	19,13	12,93	46,95
3	4,09	19,34	19,47	25,97
4	5,09	32,39	22,44	21,32
5	6,04	35,48	34,96	12,96
6	7,04	31,27	24,60	5,59
7	8,08	44,36	37,51	21,48
8	9,08	45,35	26,78	35,68
9	10,06	48,70	31,24	56,47
10	11,08	46,98	38,23	79,23

Вариант 2

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,03	21,07	17,98	79,02
2	3,07	18,86	18,44	49,77
3	4,02	26,50	29,42	34,16
4	5,08	29,10	17,92	18,34
5	6,06	29,62	28,37	11,56
6	7,08	36,17	21,52	11,12
7	8,04	43,42	41,87	21,57
8	9,01	40,09	28,81	30,07
9	10,10	54,44	29,12	64,25
10	11,02	47,81	54,98	75,38

Вариант 5

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,19	15,52	11,07	75,12
2	3,07	15,09	12,73	47,26
3	4,19	26,51	24,45	33,77
4	5,12	24,26	27,69	15,84
5	6,19	31,58	17,56	7,78
6	7,13	38,61	35,04	11,44
7	8,17	39,91	24,61	20,23
8	9,15	43,57	22,86	33,00
9	10,10	43,07	29,55	49,15
10	11,10	45,28	39,25	75,45

Вариант 3

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,09	14,19	14,69	79,80
2	3,09	21,08	20,76	53,26
3	4,06	23,63	15,07	31,00
4	5,10	32,84	20,91	22,64
5	6,02	29,88	16,47	10,38
6	7,06	29,07	16,28	8,49
7	8,08	34,40	18,90	15,67
8	9,09	41,08	46,76	32,65
9	10,08	46,20	26,45	54,33
10	11,09	42,21	26,56	72,04

Вариант 6

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,18	18,00	14,86	79,07
2	3,06	17,28	16,74	51,54
3	4,02	22,82	13,85	33,27
4	5,12	33,21	28,84	21,76
5	6,18	29,50	17,90	5,67
6	7,11	33,21	21,26	11,80
7	8,15	38,34	41,56	17,95
8	9,04	49,72	23,52	37,26
9	10,04	40,90	26,29	46,43
10	11,20	48,48	51,41	78,84