ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ КОМБИНАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ

Методические указания и задание к курсовой работе по дисциплине «Теоретические основы автоматики и телемеханики»

Иркутск 2016

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ КОМБИНАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ

Методические указания и задание к курсовой работе
по дисциплине «Теоретические основы автоматики и телемеханики»

Иркутск 2016

УДК 656.254
ББК 39.275
С 24

Составители:
В.А. Алексеенко, канд. техн. наук, доцент кафедры автоматики, телемеханики и связи;
М.В. Копанев, канд. техн. наук, доцент кафедры автоматики, телемеханики и связи;
В.А. Целищев, доцент кафедры автоматики, телемеханики и связи

Рецензенты:

С 24 **Синтез и анализ комбинационных устройств:** методические указания и задание к курсовой работе по дисциплине «Теоретические основы автоматики и телемеханики». – Иркутск: ИрГУПС, 2015. – 24 с.

Рассматриваются вопросы построения кодирующих и декодирующих устройств систем телемеханики и исследования корректирующих способностей заданного кода и декодирующего устройства.
Предназначены в качестве руководства при выполнении курсовой работы по дисциплине «Теоретические основы автоматики и телемеханики» для студентов специальности «Системы обеспечения движения поездов» специализаций: «Электроснабжение железных дорог», «Автоматика и телемеханика на железнодорожном транспорте», «Телекоммуникационные системы и сети железнодорожного транспорта», «Радиотехнические системы на железнодорожном транспорте».

Ил. 6. Табл. 3. Библиогр.: 3 назв.

УДК 656.254
ББК 39.275

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения

Выполнение курсовой работы имеет цель углубления, систематизации, закрепления теоретических знаний и приобретения навыков:

- кодирования телемеханической информации с использованием различных видов кодов;
- синтеза комбинационных устройств (кодера, декодера);
- подбора и использования учебной и справочной литературы.

Основное содержание курсовой работы составляет построение кода заданной телемеханической информации и на его основе синтез кодера и декодера. Студент должен самостоятельно выполнить курсовую работу и сдать ее на проверку в срок, установленный преподавателем.

При выставлении оценки за выполненную курсовую работу учитываются:

- обоснованность принятых решений и правильность выполнения расчетов;
- качество оформления текстовой и графической частей работы, соблюдение требований стандартов;
- качество защиты выполненной курсовой работы.

2. Оформление курсовой работы

Оформление текстовой и графической частей курсовой работы должно соответствовать действующим требованиям к текстовым документам и электрическим схемам.

При выполнении и оформлении курсовой работы необходимо придерживаться следующей структуры:

1. Титульный лист, на котором указываются название учебного заведения, наименование кафедры, вид выполняемого задания, тема курсовой работы, фамилия, инициалы студента, номер учебной группы, дата выполнения работы, фамилия и инициалы преподавателя – руководителя курсовой работы.
2. Оглавление.
3. Введение, в котором следует кратко описать необходимость и важность применения помехозащищенных кодов для передачи информации в телемеханических системах, обеспечении бесперебойности и безопасности движения поездов.
4. Задание и исходные данные по варианту задания.
5. Результаты выполненного задания на курсовую работу.
6. Выводы по проделанной работе.
7. Список использованной литературы.

Общий объем курсовой работы не должен превышать 20 листов бумаги формата А4.

3. Задание на курсовую работу

В ходе выполнения курсовой работы необходимо:

- построить заданный код для передаваемого сообщения;
- провести расчет корректирующих способностей построенного кода;
- провести структурный синтез кодирующего устройства (кодера);
- определить проверочные соотношения (синдромы) для построенного кода;
- провести структурный синтез декодирующего устройства (декодера);
- исследовать корректирующие способности синтезированного декодера при введении заданных искажений кодовых комбинаций с использованием проверочных соотношений;
- оформить пояснительную записку с результатами синтеза и исследований кодера и декодера информации.

4. Исходные данные

1. Для передачи сообщений в кодовых комбинациях использовать четыре информационных разряда, которые позволяют передать $2^4 = 16$ возможных сообщений.

2. Кодируемое передаваемое сообщение представляет собой двоичное четырехразрядное число, получаемое преобразованием в двоичный код суммы предпоследней цифры шифра студента и последней цифры текущего года.

3. Используемый для кодирования сообщения избыточный код выбирается по сумме двух последних цифр шифра студента из табл. 1.

Таблица 1

Вариант	Сумма чисел шифра	Избыточный код
1	Простое число (не разлагаемое на сомножители нечетное число)	Модифицированный код Бауэра
2	Разлагаемое на сомножители нечетное число	Инверсный код (код Бауэра)
3	Четное число, причем обе последние цифры шифра есть нечетные числа	Код Хемминга (семиразрядный)
4	Четное число, причем обе последние цифры шифра есть четные числа	Модифицированный код Хемминга

4. Структурный синтез кодирующего и декодирующего устройств выполнить в базисах, соответствующих последней цифре шифра студента по вариантам, представленным в таблице 2.

Таблица 2

Последняя цифра шифра	Кодер	Декодер
0	И-ИЛИ-НЕ	И-ИЛИ-НЕ
1	И-ИЛИ-НЕ	ИЛИ-НЕ
2	И-ИЛИ-НЕ	И-НЕ
3	ИЛИ-НЕ	И-ИЛИ-НЕ
4	ИЛИ-НЕ	ИЛИ-НЕ
5	ИЛИ-НЕ	И-НЕ
6	И-НЕ	И-ИЛИ-НЕ
7	И-НЕ	ИЛИ-НЕ
8	И-НЕ	И-НЕ
9	И-ИЛИ-НЕ	И-ИЛИ-НЕ

5. При исследовании корректирующих способностей избыточного кода на входе декодера следует сформировать следующие типы искажений кодовой комбинации:

- одиночная ошибка в информационных разрядах;
- одиночная ошибка в контрольных разрядах;
- двойная ошибка в информационных разрядах;
- двойная ошибка в контрольных разрядах;
- одиночная ошибка в информационных разрядах одновременно с одиночной ошибкой в контрольных разрядах;
- тройная ошибка в кодовой комбинации.

Выбор искажаемых разрядов для получения каждого из типов искажений кодовой комбинации осуществляется студентом по своему усмотрению.

6. По результатам исследования кодирующего и декодирующего устройств:

- привести краткие пояснения по синтезу структурных схем кодера и декодера;
- изобразить структурные схемы кодера и декодера;
- привести расчеты и оформить в виде таблицы результаты исследования корректирующих способностей заданного вариантом кода;

7. Сформулировать краткие выводы по результатам выполненной курсовой работы.

5. Краткие теоретические сведения

Процесс преобразования сообщения для передачи по каналу связи средствами телемеханики называется кодированием. Процесс обратного преобразования сигнала в сообщение на приемной стороне называется декодированием.

Каждому сообщению до преобразования его в соответствующую кодовую комбинацию в устройстве телемеханики соответствует определенное двоичное число, состоящее из k разрядов (исходный двоичный код), с помощью которого идентифицируется то или иное сообщение. Исходный k-разрядный двоичный код позволяет хранить в памяти телемеханического устройства 2^k различных сообщений. Таким образом, для представления сообщений можно использовать все возможные комбинации двоичного числа.

Но для представления N сообщений достаточно использовать число двоичных разрядов, равное:

$$k = [\log_2 N],$$

где прямым скобкам соответствует большее значение целого десятичного числа.

Например, при N = 13 $k = [\log 13] = 3{,}7 \approx 4$ достаточно иметь 4 разряда двоичного числа. При этом максимальное число возможных комбинаций 4-х разрядного двоичного числа составляет $2^4 = 16$. Следовательно, 3 комбинации двоичного числа, равные разности максимального числа возможных комбинаций и числа используемых сообщений, являются лишними и не используются для представления сообщений.

Каждой комбинации значений двоичного числа соответствует его десятичный эквивалент, который определяется следующим образом. Допустим, что мы имеем k-разрядный исходный двоичный код в виде комбинации следующих переменных:

$$x_{k-1}, \ldots, x_1, x_0.$$

Каждая переменная может принимать только два значения 0 или 1. Каждый разряд двоичного числа имеет свой «вес». Нулевому значению любой переменной соответствует вес, равный нулю, а единичному значению разряда соответствует десятичное число, значение которого зависит о номера разряда и равно 2^{k-1}. Десятичный эквивалент двоичного числа равен сумме весов всех разрядов, имеющих единичное значение.

Так, двоичному 4-х разрядному числу 1001 соответствует десятичное число:

$$2^3 + 0 + 0 + 2^0 = 9.$$

Таким образом, каждому сообщению соответствует конкретное десятичное число, записанное в двоичной форме. Следовательно, при передаче по каналу связи какого-либо сообщения требуется без искажений передать и правильно принять соответствующее данному сообщению десятичное число.

Кодирование сообщения, которое требуется передать по каналу связи, заключается в том, что в кодовую комбинацию помимо k разрядов исходного кода (информационных разрядов) дополнительно включают r избыточных (контрольных) разрядов. В результате кодирования передаваемому сообщению будет соответствовать не k-разрядная кодовая комбинация значений исходного двоичного кода, а (k + r)-разрядное двоичное число.

Добавление контрольных разрядов в исходную кодовую комбинацию позволяет не только защитить передаваемое сообщение от возможных его искажений, но и в определенных условиях устранить искажение (восстановить информацию).

Для устранения искажений составляются определенным образом проверочные соотношения между переменными информационных и контрольных разрядов в виде аналитических формул по числу контрольных разрядов. Проверочные соотношения получили название синдромов. Количество синдромов определяется количеством контрольных разрядов в передаваемом сообщении. По значению синдромов, представляющих собой двоичное число с числом разрядов, равных числу проверочных соотношений можно судить не только о характере искажения, если оно имеется, но и о номере конкретного разряда, в котором произошло искажение.

Рассмотрим различные способы кодирования сообщений и принципы их декодирования на конкретных примерах.

Коды, позволяющие обнаружить и исправить ошибки в кодовых комбинациях, называются помехозащищенными или корректирующими кодами. Они делятся на две группы: коды с обнаружением ошибок и коды с обнаружением и исправлением ошибок.

При наличии m ошибок в принятой кодовой комбинации, она отличается от переданной кодовой комбинации значениями m переменных или, что одно и то же, значениями m разрядов.

Минимальное число d элементов, в которых одна кодовая комбинация двоичного кода отличается от другой, называется минимальным кодовым расстоянием данного кода d_{min}.

В помехозащищенных кодах, позволяющих обнаружить факт искажения принимаемых кодовых комбинаций при наличии m и менее любых ошибок, минимальное кодовое расстояние между всеми парами используемых (входящих в число разрешенных) кодовых комбинаций должно быть на единицу больше числа ошибок, т.е. $d_{min} \geq m + 1$.

В этом случае искаженная кодовая комбинация будет входить в состав запрещенных для использования комбинаций, и отличаться от любой разрешенной кодовой комбинации хотя бы в одном разряде. Благодаря этому обнаруживается искажение кодовой комбинации.

Поэтому принцип обнаружения ошибок при декодировании заключается в проверке кодового расстояния d принятой кодовой комбинации по отношению к разрешенным. Оно должно быть не менее минимального кодового расстояния разрешенных комбинаций: $d \geq d_{мин}$.

Кодовое расстояние между двумя любыми комбинациями двоичного кода определяется путем подсчета числа единиц, получаемых при сложении одноименных разрядов комбинаций по модулю 2. Сложение по модулю 2 обозначается символом ⊕ и производится по следующему логическому правилу:

$$1 \oplus 0 = 1;$$
$$0 \oplus 1 = 1;$$
$$0 \oplus 0 = 0;$$
$$1 \oplus 1 = 0.$$

Например, необходимо определить кодовое расстояние двух комбинаций значений 4-х разрядного двоичного кода, например: 1001 и 0101. Произведем поразрядное сложение по модулю 2: $1001 \oplus 0101 = 1100$. Из полученного результата сложения следует, что искомое число единиц равно 2, т.е. кодовое расстояние $d = 2$.

Допустим, что все комбинации с кодовым расстоянием $d = 2$ и более относятся к разрешенным комбинациям, но в одной из них при передаче произошло искажение одного разряда, например, вместо 0101 на приемной стороне получили 0001. Применяя к предыдущему примеру сложение по модулю 2, получим: $1001 \oplus 0001 = 1000$. Следовательно, принятая кодовая комбинация по отношению к одной из разрешенных имеет минимальное кодовое расстояние, равное 1, следовательно, она не может относиться к числу разрешенных комбинаций и является ошибочной.

Однако указать номер разряда, где произошла ошибка, и восстановить его значение, могут не все помехозащитные коды. Для этих целей служат корректирующие коды, позволяющие не только обнаружить ошибку, но и исправить ее.

Особенность построения кодовых комбинаций корректирующего кода заключается в том, что в состав разрешенных комбинаций должны входить лишь такие, которые имеют по отношению друг к другу минимальное кодовое расстояние $d_{мин} \geq (m + s + 1)$, где s - число исправляемых ошибок.

Таким образом, чтобы обнаружить, а затем исправить единичную ошибку необходимо иметь $d_{мин} = 3$.

Например, имеем две разрешенные кодовые комбинации: 1001 и 0111. Произведем их сложение по модулю 2: $1001 \oplus 0111 = 1110$. Откуда следует, что сумма имеет кодовое расстояние $d_{мин} = 3$.

Допустим, при передаче второй комбинации произошла ошибка в ее младшем разряде, т.е. принята комбинация 0110. Осуществляя поразрядное сложение по модулю 2 разрешенных комбинаций с принятой комбинацией, получим: $0111 \oplus 0110 = 0001$, следовательно, $d = 1$; $1001 \oplus 0110 = 1111$, следовательно, $d = 4$.

Находим сумму кодовых комбинаций, имеющих минимальное кодовое расстояние: $0111 \oplus 0110 = 0001$.

Наличие только одной единицы в полученной сумме по модулю 2 указывает на то, что принятая кодовая комбинация искажена (реализуется функция обнаружения ошибки), а местонахождение ее в младшем разряде указывает, что в данном разряде произошла ошибка и его значение необходимо откорректировать путем замены значения младшего разряда принятой комбинации на противоположное. После корректировки сложение по модулю 2 дает число, состоящее из одних нулевых разрядов: $0111 \oplus 0111 = 0000$. Число 0000 говорит о верном исправлении искажения.

Из рассмотренных примеров следует, что путем сложения по модулю 2 принятой комбинации с разрешенными, можно определить истинность или ложность принятой комбинации. Первая имеет место, если сложение дает нулевой результат, а последняя – если при сложении хотя бы в одном из разрядов полученной суммы имеется единичное значение.

Инверсный код (код Бауэра). Относится к числу кодов с обнаружением ошибок. Представляет собой разновидность кодов с повторением, в котором в качестве контрольных разрядов повторяются разряды исходного кода. При этом общее число разрядов полученной кодовой комбинации увеличивается вдвое.

У инверсного кода при нечетной сумме единиц в исходной комбинации проверочная часть, представляющая собой контрольные разряды, инвертируется. Например, исходная 3-х разрядная кодовая комбинация 010 при использовании инверсного кода имеет вид: 010 101, так как исходная кодовая комбинация содержит нечетное число единиц и, следовательно, проверочная часть кода (три младших контрольных разряда) инвертируется.

Код Бауэра имеет следующие характеристики:

- относительная избыточность кода R, равная отношению числа r контрольных разрядов к общей длине n кода, равной (k + r), где k - число информационных разрядов исходного кода:

$$R = \frac{r}{k+r} = \frac{k}{2k} = 0{,}5;$$

- минимальное кодовое расстояние $d_{мин} = 2$ при $k = 2$; $d_{мин} = 3$ при $k = 3$;$d_{мин} = 4$ при $k = 4$;

- число обнаруживаемых ошибок$m = d_{мин} - 1$, соответственно при $k = 2$ $m = 1$, при $k = 3 m = 2$, при $k = 4 m = 3$. При этом может обнаруживаться и большее число ошибок. Так, например, при $k = 2$ может быть обнаружено до 67% двойных ошибок, а при $k = 3$– до 80% тройных и четвертных ошибок и все пяти- и шестикратные ошибки;

- максимальное число обнаруживаемых ошибок m при $s = d_{мин} - m - 1$ соответственно равно $m = 1$ при $d_{мин} = 3$, $m = 2$при $d_{мин} = 4$.

Принцип построения инверсного кода. Допустим, что исходный код содержит n разрядов. Пронумеруем разряды инверсного кода следующим образом: $k_{n-1}, k_{n-2}, \ldots , k_0, r_{n-1}, r_{n-2}, \ldots , r_0$. Здесь символом k обозначены информационные разряды, а символом r –контрольные разряды исходного кода. Значение любого j-го разряда контрольной части равно сумме по модулю 2 всех разрядов информационной части, за исключением j-го ее разряда:

$$r_j = k_{n-1} \oplus k_{n-2} \oplus \dots \oplus k_{j+1} \oplus k_{j-1} \oplus \dots \oplus k_0.$$

В соответствии с указанной формулой для 8-ми разрядного инверсного кода запишем выражения для определения значений разрядов его контрольной части:

$$\begin{aligned} r_0 &= k_3 \oplus k_2 \oplus k_1; \\ r_1 &= k_3 \oplus k_2 \oplus k_0; \\ r_2 &= k_3 \oplus k_1 \oplus k_0; \\ r_3 &= k_2 \oplus k_1 \oplus k_0. \end{aligned} \qquad (1)$$

Полученные выражения являются функциями алгебры логики (ФАЛ), записанные в аналитической форме. Они являются основой для синтеза схемы кодирующего устройства на соответствующих логических элементах.

Для синтеза схемы декодирующего устройства необходимо получить ФАЛ для проверочных соотношений (синдромов). С помощью проверочных соотношений осуществляется обнаружение принятой с искажением кодовой комбинации и при возможности ее исправление.

Если левые и правые части каждого из четырех выражений (1), определенных для принятой кодовой комбинации, равны, то можно утверждать, что принятая кодовая комбинация не имеет искажений. В результате исходная кодовая комбинация получается простым отбрасыванием контрольной части кода.

Отсюда вытекает правило составления ФАЛ для разрядов синдрома в виде суммы по модулю 2 левой и правой частей соотношений (1):

$$\begin{aligned} i_0 &= r_0 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_1; \\ i_1 &= r_1 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_0; \\ i_2 &= r_2 \oplus k_3 \oplus k_1 \oplus k_0; \\ i_3 &= r_3 \oplus k_2 \oplus k_1 \oplus k_0. \end{aligned} \qquad (2)$$

Для принятой без искажения кодовой комбинации значения всех четырех разрядов синдрома (2) должны быть равны 0, т.е. $i_0 = i_1 = i_2 = i_3 = 0$, что вытекает из правила составления соотношений (1). Если хотя бы один из разрядов синдрома не равен 0, то кодовая комбинация принята с ошибкой.

Наличие только одного ненулевого разряда синдрома указывает на то, что ошибка произошла в соответствующем контрольном разряде кодовой комбинации. Если ошибка произошла в k_j разряде информационной части кодовой комбинации, то все разряды синдрома, содержащие данный информационный разряд, кроме i_j -го будут равны единице.

Проверочные соотношения (2) являются ФАЛ и служат основой для синтеза декодирующего устройства.

Модифицированный код Бауэра. Он является одной из разновидностей кода с повторением и отличается от последнего тем, что при нечетном количестве единиц в исходном коде инвертируются первые (n – 1) старших разрядов контрольной части кода с повторением, а при четном – только последний младший разряд контрольной части кода с повторением.

Так, например, при использовании восьмиразрядного модифицированного кода Бауэра кодовая комбинация кода с повторением 1011 1011 преобразуется в кодовую комбинацию 1011 0101, а кодовая комбинация 1001 1001 - в кодовую комбинацию 1001 1000.

Особенность этого кода заключается в том, что он не имеет комбинаций с одними нулями или единицами, что дает возможность проверять канал связи. Кроме того, данный код является самосинхронизирующимся кодом, при котором любой циклический сдвиг его комбинации не приводит к ложному появлению разрешенных комбинаций.

Характеристики модифицированного кода Бауэра:

- избыточность кода R = 0,5;
- минимальное кодовое расстояние $d_{мин}$ = 4 при $k \geq 4$;
- число обнаруживаемых ошибок без исправления $m = d_{мин} - 1$;
- число обнаруживаемых и исправляемых ошибок при $d_{мин}=3$: $m = s = 1$;
- число обнаруживаемых и исправляемых ошибок при $d_{мин}=4$: $m = 2$, $s = 1$.

Аналитические выражения для определения значений контрольных разрядов кодирующим устройством имеют вид, аналогичный для инверсного кода за исключением младшего разряда.

Для 8-ми разрядного модифицированного кода Бауэра ($k = r = 4$) они принимают вид:

$$\begin{aligned} r_0 &= \overline{k_3 \oplus k_2 \oplus k_1}; \\ r_1 &= k_3 \oplus k_2 \oplus k_0; \\ r_2 &= k_3 \oplus k_1 \oplus k_0 \\ r_3 &= k_2 \oplus k_1 \oplus k_0 \end{aligned} \qquad (3)$$

Соответственно, аналитические выражения для определения значений синдрома декодирующим устройством имеют вид:

$$\begin{aligned} i_0 &= r_0 \oplus \overline{k_3 \oplus k_2 \oplus k_1}; \\ i_1 &= r_1 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_0; \\ i_2 &= r_2 \oplus k_3 \oplus k_1 \oplus k_0 \\ i_3 &= r_3 \oplus k_2 \oplus k_1 \oplus k_0 \end{aligned} \qquad (4)$$

В случае правильного приема кодовой комбинации разряды синдрома согласно выражениям (3) и (4) должны иметь следующие значения: $i_0 = i_1 = i_2 = i_3 = 0$. Наличие единичных значений синдрома свидетельствуют о наличии ошибок:

- единичное значение только в одном из разрядов – присутствует ошибка в соответствующем контрольном разряде, который присутствует в уравнении разряда с единичным значением;

- три единичных значения – ошибка в соответствующем информационном разряде, значение которого не присутствует в разряде синдрома с нулевым значением;

- два или четыре единичных значений в синдроме – ошибка в двух и более разрядах.

Модифицированный код Бауэра нашел широкое применение в устройствах железнодорожной автоматики и телемеханики. Например, при передаче информации по каналам АЛС-ЕН в устройствах КЛУБ (комплексное локомотивное устройство безопасности), а также в унифицированной микропроцессорной системе автоматической блокировки АБ-УЕ.

Код Хэмминга. Он на практике имеет наибольшее распространение среди корректирующих кодов. Код Хемминга позволяет исправлять все одиночные ошибки (при $d_{мин} = 3$), а также исправлять все одиночные ошибки и обнаруживать все двойные ошибки (при $d_{мин} = 4$), но не исправлять их.

В качестве исходного кода берут простой двоичный код на все сочетания с числом информационных символов k. К нему добавляют r контрольных символов. Общая длина кодовой комбинации будет равна: $n = k + r$.

Рассмотрим последовательность кодирования и декодирования сообщения с использованием кода Хэмминга.

При передаче кодовой комбинации по каналу связи возможно искажение любого из n символов. Следовательно, для исправления одиночных ошибок декодирующее устройство с помощью r контрольных разрядов должно распознавать n + 1 событие, включая отсутствие искаженных символов. Это может быть обеспечено лишь при выполнении следующего неравенства:

$$2^r \geq n + 1 = k + r + 1. \tag{5}$$

По формуле (5) можно определить длину кода при заданном числе информационных или контрольных разрядов.

Допустим, что число информационных разрядов исходного кода равно 4. Условие (5) выполняется при $r \geq 3$, так как $2^r - r = k + 1 = 2^3 - 3 = 5$.

Особенность построения кода Хэмминга заключается в том, что комбинация значений разрядов синдрома представляет собой двоичный код десятичного числа, указывающего номер разряда кодовой комбинации, в котором произошла ошибка. Для этого число разрядов синдрома должно быть равно числу контрольных разрядов, а сами контрольные разряды должны размещаться в кодовой комбинации на местах, кратных степени 2, т.е. на позициях 1, 2, 4 и т.д. Информационные разряды при этом располагаются на оставшихся позициях. Например, при семиразрядном коде Хэмминга ($k = 4$, $r = 3$) кодовая комбинация в общем виде будет выглядеть следующим образом:

$$r_1\ r_2\ k_4\ r_3\ k_3\ k_2\ k_1,$$

где k_4 – старший (четвертый) разряд исходной кодовой комбинации двоичного кода, подлежащего кодированию; k_1 – младший (первый) разряд.

Значения контрольных разрядов в коде Хэмминга определяются кодирующими устройствами по следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} r_1 &= k_4 \oplus k_3 \oplus k_1; \\ r_2 &= k_4 \oplus k_2 \oplus k_1; \\ r_3 &= k_3 \oplus k_2 \oplus k_1. \end{aligned} \qquad (6)$$

Значения разрядов синдрома кодовой комбинации для ее декодирования определяются по формулам:

$$\begin{aligned} i_1 &= r_1 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_1; \\ i_2 &= r_2 \oplus k_4 \oplus k_2 \oplus k_1; \\ i_3 &= r_3 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_1. \end{aligned} \qquad (7)$$

Если комбинация значений разрядов синдрома принятой кодовой комбинации равна нулю ($i_1 = i_2 = i_3 = 0$), значит, она принята без ошибок. В противном случае десятичный эквивалент двоичного кода синдрома $i_3i_2i_1$ равен номеру разряда кода Хэмминга, в котором произошла ошибка. Если ошибка произойдет в контрольном разряде, то двоичный код синдрома примет одно из следующих значений: 100, 010 или 001, что соответствует десятичным числам 1, 2 и 4, то есть номерам контрольных разрядов.

Модифицированный код Хэмминга с кодовым расстоянием $d_{мин} = 4$ получается добавлением к коду Хэмминга с кодовым расстоянием $d_{мин} = 3$ четвертого контрольного разряда r_4, определяемого путем суммирования по модулю 2 всех разрядов исходного кода Хэмминга:

$$r_4 = r_1 \oplus r_2 \oplus k_4 \oplus r_3 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_1. \qquad (8)$$

Соответственно, значение четвертого разряда i_4 синдрома будет равно:

$$i_4 = r_4 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus r_1 \oplus r_2 \oplus k_1 \oplus r_3.$$

Код Хэмминга ($n = 8$, $r = 4$) обнаруживает все 1, 2, 5 и 6 кратные ошибки, 80% 3-х и 4-х кратных ошибок и наиболее часто используется в телемеханических системах передачи информации.

6.Методика выполнения курсовой работы

6.1.Построение кода для передаваемого сообщения

Пусть в соответствии с заданием на курсовую работу порядковый номер сообщения, которое необходимо передать по каналу связи, равен 10. В результате преобразования десятичного числа 10 получаем четырехразрядный двоичный код 1010, который подлежит кодированию заданным корректирующим кодом.

Если сумма двух последних цифр шифра студента нечетное число 15, разлагаемое на два сомножителя 3 и 5. В этом случае в соответствии с заданием необходимо использовать инверсный код. При кодировании инверсным кодом к исходному двоичному четырех разрядному коду добавляем 4-х разрядное двоичное число, состоящее из контрольных разрядов. В соответствии с правилом построения инверсного кода контрольные разряды повторяют исходную кодовую комбинацию, так как в ней содержится четное число единиц: 1010. Таким образом, закодированное сообщение принимает вид 8-ми разрядного двоичного числа: $k_3k_2k_1k_0r_3r_2r_1r_0$ = 10101010, которое необходимо передать по каналу связи.

Если сумма двух последних цифр шифра студента равна 13, которая не разлагается на сомножители. В этом случае требуется использовать модифицированный код Бауэра. В соответствии с правилом его построения следует в полученной ранее кодовой комбинации инверсного кода значение ее младшего разряда r_0 изменить на противоположное, так как исходный код содержит четное число единиц. В результате искомая кодовая комбинация примет вид: $k_3k_2k_1k_0r_3r_2r_1r_0$= 10101011.

Если сумма двух последних цифр шифра студента, например, четное число 12 и обе цифры – нечетные числа 7 и 5, требуется использовать семиразрядный код Хэмминга. При использовании указанного кода необходимо определить значения контрольных разрядов в соответствии с аналитическими выражениями (6):

$$r_1 = k_4 \oplus k_3 \oplus k_1 = 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1;$$
$$r_2 = k_4 \oplus k_2 \oplus k_1 = 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0;$$
$$r_3 = k_3 \oplus k_2 \oplus k_1 = 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$$

Руководствуясь правилами построения кода Хэмминга, составим искомую кодовую комбинацию: $r_1r_2k_4\,r_3k_3k_2k_1$=1011010.

Если обе цифры шифра студента четные числа, например, 8 и 4, то для кодирования требуется использовать восьмиразрядный модифицированный код Хэмминга. Для получения кода необходимо значения младших контрольных разрядов $r_1r_2r_3$определить в соответствии с аналитическими выражениями (6). Четвертый контрольный разряд определяют по формуле

(8): $r_4 = r_1 \oplus r_2 \oplus k_4 \oplus r_3 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_1 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$. Добавив его к ранее полученному семиразрядному коду Хэмминга, получим искомую 8-ми разрядную кодовую комбинацию: $r_1 r_2 k_4 r_3 k_3 k_2 k_1 r_4 = 10110100$.

6.2. Расчет корректирующих способностей заданного кода

Расчет производится для определения числа m обнаруживаемых и s исправляемых ошибок, которые могут возникнуть в процессе передачи кодовой комбинации по каналу связи. Расчет производится для каждого вида ошибок раздельно:

$$s = d_{min} - m - 1;$$
$$m = d_{min} - s - 1, \qquad \text{при } s \le m;$$
$$m = d_{min} - 1, \qquad \text{при } s = 0.$$

6.3. Структурный синтез кодирующего устройства (кодера)

Как видно из структуры выражений (1) – (3), (6) – (8) для построения корректирующих кодов используется функция сложения по модулю 2, которая для двух переменных имеет вид:

$$y = x_1 \& \overline{x_2} + \overline{x_1} \& x_2. \qquad (9)$$

Структурная схема, реализующая логическую функцию сложения по модулю 2, представлена на рис. 1а, а ее условное обозначение – на рис. 1б. На рис. 1в показана схема реализации многовходового логического блока, реализующего функцию сложения по модулю 2. В дальнейшем для упрощения изображения многовходового блока при использовании трех входов (x_1, x_2, x_3) и выхода $y_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ будем его обозначать «R», при использовании всех четырех входов и выхода y_2 – будем обозначать «I».

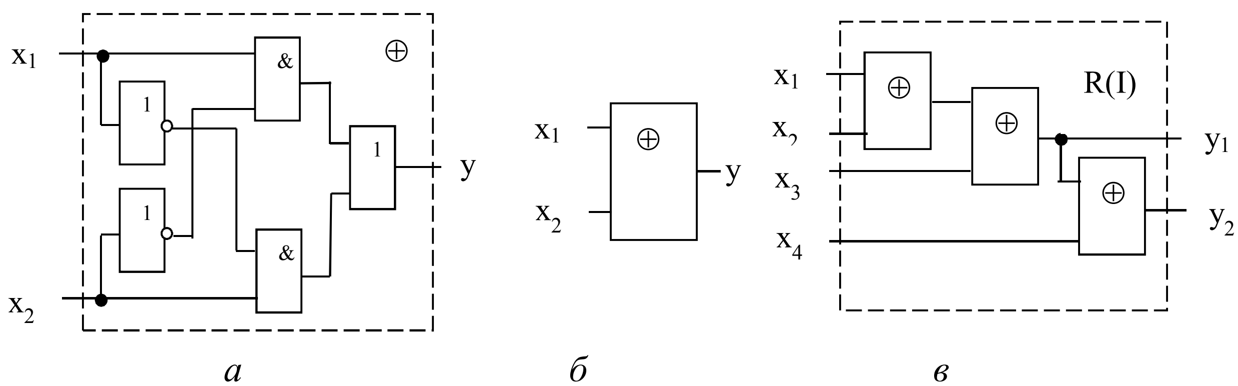

Рис. 1. Схемы функции сложения по модулю 2
а – структурная схема функции сложения по модулю 2; б – условное обозначение;
в – многовходовый блок сложения по модулю 2

Для синтеза схемы кодера инверсного кода используются выражения (1) для вычисления контрольных разрядов. Так как в каждое из выражений входит по три переменных и две операции, для построения схемы кодера используем логический блок R, который реализует функцию y_1 сложения по модулю 2 для трех переменных. Его входы следует подключить к соответствующим разрядам исходного двоичного кода, а на выходе будет формироваться значение соответствующего контрольного разряда.

Один блок R позволяет вычислить значение только одного контрольного разряда. Поэтому для построения кодера необходимо использовать четыре блока R по числу контрольных разрядов.

В качестве примера на рис. 2 приведена схема кодера для инверсного кода.

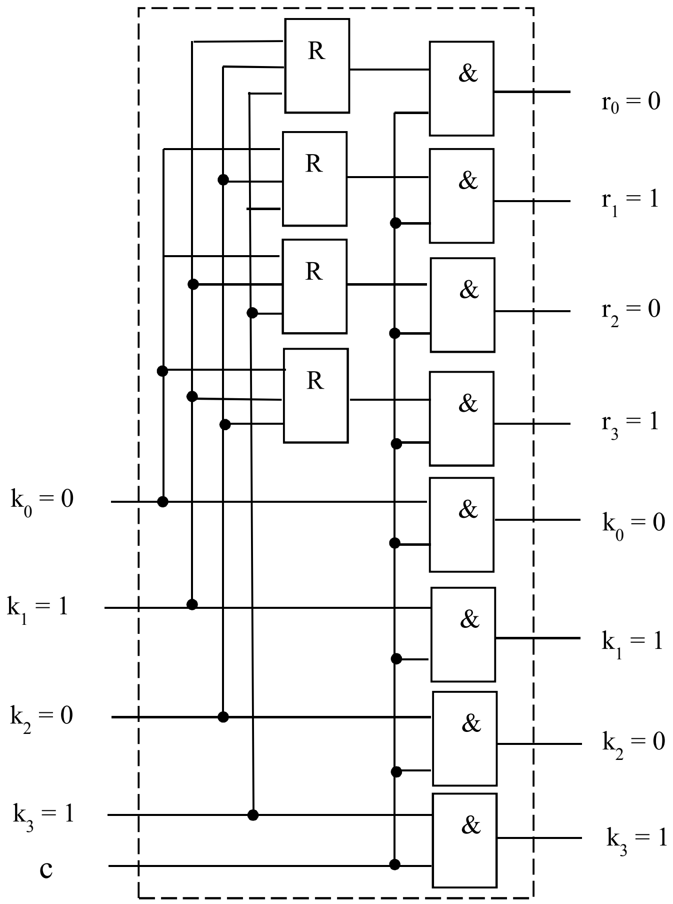

Рис. 2. Структурная схема кодера для инверсного кода

На вход кодера подается исходный код 1010, а на выходе имеем кодовую комбинацию в инверсном коде - 10101010. Для обеспечения одновременности вывода разрядов инверсного кода с выхода кодера применены логические элементы И, на второй вход которых подается синхронизирующий сигнал логической единицы. В результате элементы И работают в режиме электронного ключа.

Пример структурной схемы кодера для модифицированного кода Бауэра представлен на рис. 3. Структурная схема строится на основе выражений (3). Она отличается от предыдущей схемы логикой вычисления контрольного разряда r_0. Для этого сигнал с выхода блока R для формирования значения контрольного разряда r_0 предварительно инвертируется до поступления на логический элемент И.

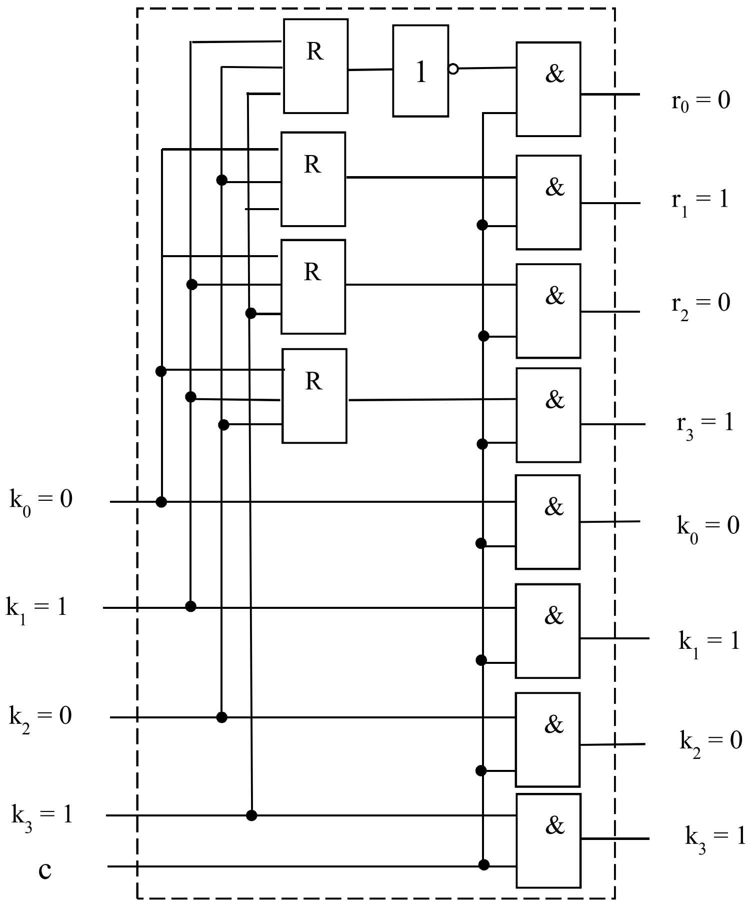

Рис. 3. Структурная схема кодера для модифицированного кода Бауэра

Структурная схема кодера для семиразрядного кода Хэмминга (рис. 4) строится на основе выражений (6). Для построения структурной схемы кодера для восьмиразрядного кода Хэмминга (рис. 5) используются выражения (6) для определения первых трех контрольных разрядов и выражения (8) для определения дополнительного четвертого контрольного разряда.

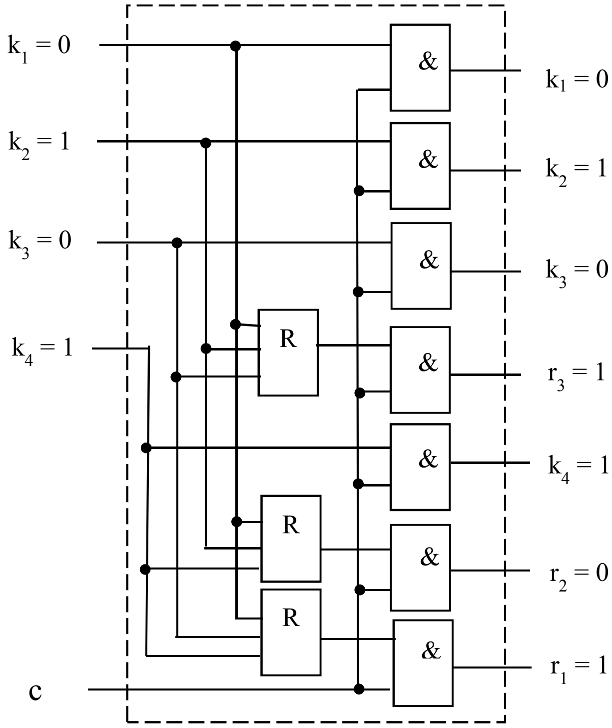

Рис. 4. Структурная схема кодера для семиразрядного кода Хэмминга

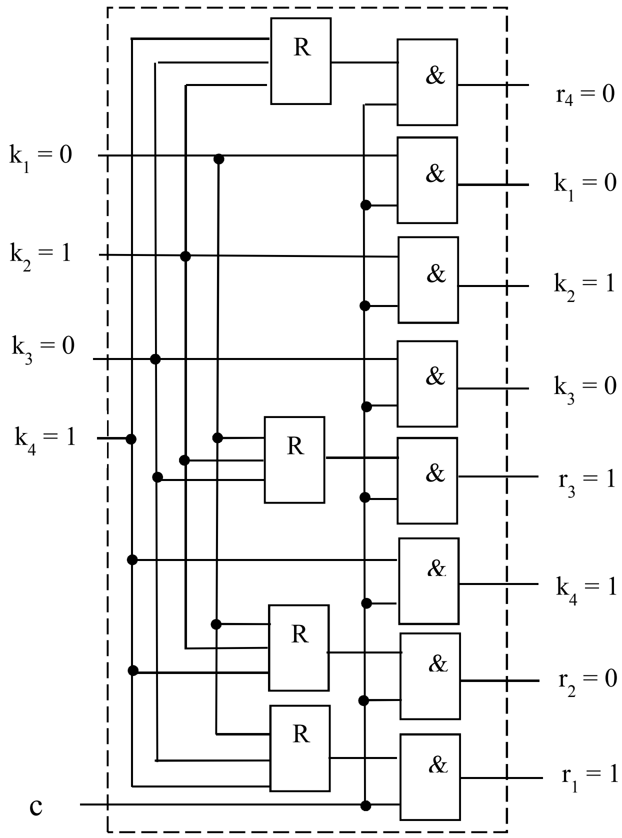

Рис. 5. Структурная схема кодера для восьмиразрядного кода Хэмминга

6.4. Структурный синтез декодирующего устройства (декодера)

Для построения структурной схемы декодера применяют логические выражения синдромов.

В качестве примера рассмотрим порядок синтеза структурной схемы декодера для семиразрядного кода Хэмминга, используя для этой цели выражения (7).

Синтезируемый декодер должен иметь три выхода по числу разрядов синдрома и семь входов по числу разрядов принятой кодовой комбинации.

На рис. 6 представлена структурная схема искомого декодера для семиразрядного кода Хэмминга.

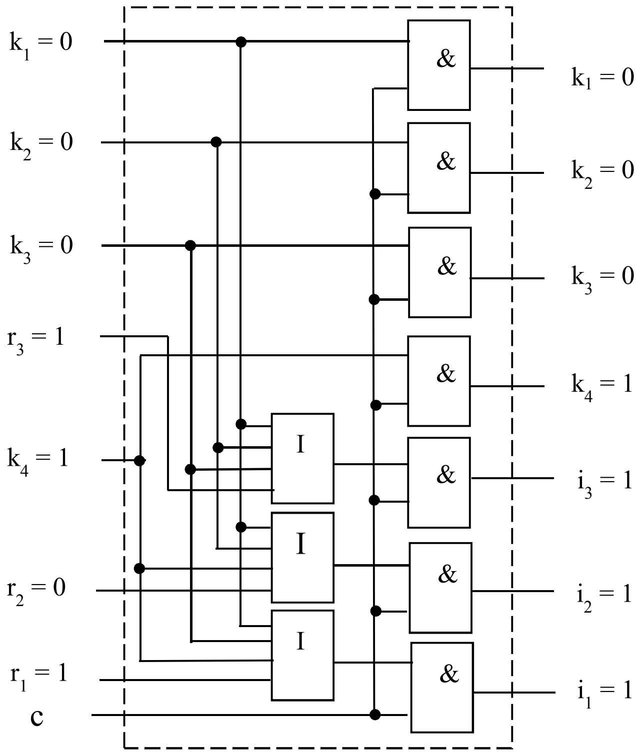

Рис. 6. Структурная схема декодера для семиразрядного кода Хэмминга

Для проверки правильности работы схемы декодера следует задаться последовательно искажением одного из информационных разрядов и одного из контрольных разрядов и проверить возможность обнаружения и исправления ошибок на основе полученных значений синдромов на выходе декодера.

Рассмотрим для примера случай, когда в результате воздействия помех исказился шестой информационный разряд передаваемой кодовой комбинации u_6 = k_1 (нумерация разрядов кода ведется слева на право, начиная с единицы), в результате чего на вход декодера вместо закодированного сообщения 1011010 поступило ложное сообщение 1011000. В соответствии с выражениями (7) разряды синдрома на выходе декодера примут следующие значения:

$$i_1 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0;$$
$$i_2 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1;$$
$$i_3 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1.$$

Таким образом, на выходе декодера мы получили кодовую комбинацию синдрома в двоичном коде: $i_3i_2i_1 = 110$, что соответствует десятичному числу: $2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 0 = 4 + 2 + 0 = 6$. Число 6 указывает номер искаженного разряда (при вычислении десятичного числа необходимо иметь в виду, что индекс старшего разряда двоичного кода синдрома имеет больший номер). В нашем случае, это действительно шестой разряд и декодер правильно его определил.

Добавив к декодеру логическую схему преобразования двоичного числа в десятичный унитарный код можно исправить искаженный разряд кодовой комбинации в случае, если имеется хотя бы один ненулевой разряд в синдроме. Сигнал в преобразователе унитарного кода появляется только на одном из десяти выходов схемы, каждый из которых связан с определенным значением одноразрядного десятичного числа.

На рис. 6 значения разрядов принятой кодовой комбинации и синдрома представлены применительно к рассмотренному выше случаю искажения сигнала.

Рассмотрим теперь случай искажения контрольного разряда, например, четвертого символа $u_4 = r_3$ той же кодовой комбинации. В этом случае на вход декодера поступит ложная комбинация в виде двоичного числа 1010010. В соответствии с логическими выражениями (7) разряды синдрома на выходе декодера примут значения:

$$i_1 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0;$$
$$i_2 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0;$$
$$i_3 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$$

В результате на выходе декодера будет двоичное число $i_3i_2i_1 = 100$, которое соответствует десятичному числу 4 (4+0 + 0). Оно показывает, что в процессе передачи кодовой комбинации по каналу связи произошло искажение 4-го символа u_4. Это действительно имело место в процессе передачи кодовой комбинации по каналу связи.

Недостаток рассмотренного семиразрядного кода Хэмминга заключается в том, что по значению синдрома нельзя определить, то ли произошла одна ошибка и ее следует исправлять, то ли имеет место несколько ошибок в кодовой комбинации и исправить ее невозможно. Это связано с тем, что значения синдромов представляют собой простой трехразрядный код на все сочетания. В результате при нескольких искажениях получается искаженная кодовая комбинация значений синдрома, которая не отражает истинный номер искаженного разряда. Поэтому, если стоит задача не только обнаружения ошибок, но и их исправления, то рассмотренный код целесообразно использовать в каналах связи с преимущественно одиночными ошибками.

Восьмиразрядный код Хэмминга имеет избыточный разряд синдрома, позволяющий закодировать максимальное по значению десятичное число, равное 15 и превышающее почти в два раза длину кодовой комбинации. Позволяет отличать одиночную ошибку от нескольких и поэтому является более эффективным.

При наличии всех нечетных искажений восьмиразрядного кода Хэмминга (одиночная, тройная и т.д. ошибка) разряд $i_4 = 1$. При всех четных (двойная, четверная и т.д. ошибка) разряд $i_4 = 0$.

Поэтому при наличии в синдроме разряда $i_4 = 1$, по значениям разрядов $i_1 \ldots i_3$ определяется место одиночного искажения способом, который аналогичен семиразрядному коду Хэмминга. В последующем осуществляется его исправление.

При значении разряда синдрома $i_4 = 0$ и хотя бы в одном из разрядов $i_1 \ldots i_3$ не значение не равно нулю принятая кодовая комбинация отбрасывается как имеющая более одной ошибки.

6.5. Исследование кодера и корректирующих способностей декодера

Исследование кодера и декодера следует проводить расчетным путем с использованием проверочных соотношений (синдромов).

Результаты исследований представить в виде табл. 3, содержащей в качестве примера результаты проведенного нами аналитического исследования семиразрядного кода Хэмминга.

Таблица 3

Наименование кода					
Модифицированный код Хэмминга					
Номер сообщения: 10					Исходный двоичный код: 1010
Передаваемая кодовая комбинация: 10110100					
Принятая кодовая комбинация	Значение синдрома				Заключение
	i_4	i_3	i_2	i_1	
10110100	0	0	0	0	Сообщение принято без ошибок
10110000	1	1	1	0	Ошибка в 6-м символе
10100100	1	1	0	0	Ошибка в 4-м символе
10100000	0	0	1	0	Неразличимая двойная ошибка
Код позволяет обнаруживать двойные и исправлять одиночные ошибки					

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1 *Сапожников В.В. и др.* Теоретические основы железнодорожной автоматики и телемеханики / *В.В. Сапожников, Ю.А. Кравцов, Вл.В. Сапожников; под ред. В.В. Сапожникова* // М.: ГОУ, 2008. – 393 с.

Дополнительная литература

2 *Шалягин Д.В. и др.* Устройства железнодорожной автоматики, телемеханики и связи. В 2 ч.: / *Шалягин Д.В., Цыбуля Н.А, Косенко С.С., Волков А.А.* – М.: Маршрут, 2006. – Ч. 1 – 587 с., Ч. 2 – 261 с.

3 *Кочетков А.А. и др.* Системы телеуправления на железнодорожном транспорте / *Кочетков А.А., Брижак Е.П., Балобанов И.В.* – М.: Маршрут, 2005. – 465 с.

Учебное издание

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ КОМБИНАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЕ
к курсовой работе по дисциплине
«Теоретические основы автоматики и телемеханики»

Редактор *В.С. Смирнова*
Компьютерный набор *Целищева В.А. и М.В. Копанева*

Подписано в печать ________
Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 3,5. Уч.-изд. л. 3,71.
План 201_ г. Тираж ___ экз. Заказ

Типография ИрГУПС, г. Иркутск, ул. Чернышевского