

Электронный
Образовательный
Ресурс

Национальный
Исследовательский
Университет



ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Контрольные задания

Примеры решений задач

Авторский коллектив:

- Долгачева Е.А.
- Желбаков И.Н.
- Солодов Ю.С.

Москва

2011

НИУ МЭИ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное учебно-методическое пособие – электронный образовательный ресурс (ЭОР) – предназначено для студентов МЭИ, обучающихся по направлению подготовки «Электротехника, электромеханика и электротехнологии» по специальностям: «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических процессов», «Электротехнологические установки и системы», «Электрический транспорт», «Электрооборудование и электрохозяйство предприятий, организаций и учреждений».

ЭОР содержит материал для проведения практических занятия в полном объеме, предусмотренном программой дисциплины «Электрические и компьютерные измерения» (15 часов). Всего предусматривается 8 практических занятий по темам: «Обработка прямых измерений», «Обработка косвенных измерений», «Анализ точности измерительного усилителя», «Проведение измерений с помощью измерительной установки». В ЭОР входят: индивидуальные контрольные задания по указанным темам, примеры решений вспомогательных задач и индивидуальные расчетные задания на тему: «Преобразование аналогового стационарного случайного процесса в цифровую форму» с вспомогательным материалом, облегчающим выполнение и проверку расчетов. Количество вариантов для каждой темы – не менее 30.

Использование данного ЭОР возможно как на аудиторных занятиях с преподавателем, так и при самостоятельной работе без преподавателя с последующей проверкой. Рекомендуется следующий порядок работы. На нечетных занятиях (1, 3, 5, 7) ставится очередное контрольное задание и рассматриваются примеры решений вспомогательных для него задач. На четных занятиях выполняются контрольные задания, поставленные на предыдущих занятиях. Индивидуальные расчетные задания выполняются самостоятельно. При выполнении контрольных и расчетного заданий рекомендуется использовать компьютер.

ЭОР разработан сотрудниками кафедры Информационно-измерительной техники МЭИ профессором Желбаковым И.Н., доцентом Солодовым Ю.С. и старшим преподавателем Долгачевой Е.А.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Контрольные задания.

1.1. Обработка прямых измерений.

1.2. Обработка косвенных измерений.

1.3. Анализ точности измерительного усилителя.

1.4. Проведение измерений с помощью измерительной установки.

2. Примеры решений вспомогательных задач.

2.1. Прямые измерения.

2.2. Косвенные измерения.

2.3. Анализ точности измерительного усилителя.

2.4. Применение измерительной установки.

3. Расчетные задания.

Литература.

1. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1.1. Контрольная работа № 1. Обработка прямых измерений

Необходимо измерить напряжение постоянного тока на выходе активного двухполюсника в режиме холостого хода. Измерение может быть произведено одним из трех вольтметров, характеристики которых приведены ниже.

Вольтметр 1 (аналоговый, типа Д5015):

| | | | | |
|---|---------------|----------------|----------------|------------------|
| Конечные значения диапазонов измерений | 7,5 В | 15 В | 30 В | 60 В |
| Входные сопротивления на каждом диапазоне | 90 ± 1 Ом | 180 ± 2 Ом | 500 ± 5 Ом | 1000 ± 10 Ом |

Количество делений $a_k = 750$.

Класс точности 0,2.

Нормальная область температур: 20 ± 2 °С.

Рабочая область температур: от 10 до 35 °С.

Вольтметр 2 (аналоговый, типа В7-26):

Конечные значения диапазонов измерений (В): 0,3; 1; 3; 10; 30; 100; 300.

Входные сопротивления на каждом диапазоне: более 30 МОм.

Количество делений $a_k = 50$ на диапазонах 1, 10 и 100 В;

$a_k = 30$ на диапазонах 0,3, 3, 30 и 300 В.

Класс точности 2,5.

Нормальная область температур: 20 ± 5 °С.

Рабочая область температур: от -10 до $+40$ °С.

Вольтметр 3 (цифровой, типа Щ4316):

Конечные значения диапазонов измерений (В): 0,02; 0,2; 2; 20; 200.

Входное сопротивление: более 100 МОм на диапазонах 0,02, 0,2 и 2 В;
 10 ± 1 МОм на диапазонах 20 и 200 В.

Количество ступеней квантования: 2000.

Класс точности: 0,2/0,1 для диапазонов 0,02, 0,2 и 2 В;
0,3/0,1 для диапазонов 20 и 200 В.

Нормальная область температур: 20 ± 5 °С.

Рабочая область температур: от 0 до $+40$ °С.

До начала измерения известна следующая информация:

1. Измеряемое напряжение не превышает U_{max} .
2. Выходное сопротивление активного двухполюсника не более R_{max} .
3. Температура окружающей среды равна Θ .

Значения U_{max} , R_{max} , и Θ приведены в табл. 1 (N – номер группы).

Таблица 1

| № варианта | U_{max} , В | R_{max} , Ом | Θ , °С | U , В |
|------------|---------------|----------------|---------------|----------------------|
| 1 | 100 | $N \cdot 10^3$ | $4N - 2$ | $100 - 8N$ |
| 2 | 20 | N | $25 - N$ | $20 - N$ |
| 3 | 10 | N | $5 - N$ | $0,2 \cdot N$ |
| 4 | 50 | N | $25 - N$ | $50 - 6N$ |
| 5 | 250 | $N \cdot 10^5$ | $4N$ | $200 - 10N$ |
| 6 | 200 | $N \cdot 10^3$ | $2N - 10$ | $150 - 10N$ |
| 7 | 150 | $N \cdot 10^3$ | $3N - 10$ | $100 - 10N$ |
| 8 | 50 | N | $5N$ | $40 - 4N$ |
| 9 | 20 | $0,1 \cdot N$ | $3N - 10$ | N |
| 10 | 10 | $0,1 \cdot N$ | $6N - 10$ | $0,2 \cdot N$ |
| 11 | 100 | $0,1 \cdot N$ | $4N$ | $90 - 8N$ |
| 12 | 20 | $0,1 \cdot N$ | $10 - 2N$ | $2 \cdot N$ |
| 13 | 1 | $0,1 \cdot N$ | $5N - 10$ | $0,02 \cdot N$ |
| 14 | 150 | $0,1 \cdot N$ | $3N$ | $100 - 10N$ |
| 15 | 250 | $N \cdot 10^5$ | $7 - 2N$ | $140 - 10N$ |
| 16 | 200 | $N \cdot 10^5$ | $8 - 2N$ | $10 \cdot N$ |
| 17 | 100 | N | $5N - 10$ | $0,2 \cdot N$ |
| 18 | 1 | 0,1 | $3N$ | $0,02 \cdot (N - 1)$ |
| 19 | 2 | 0,1 | $5N - 10$ | $0,1 \cdot N$ |
| 20 | 10 | 0,2 | $10 - 2N$ | $0,2 \cdot N$ |
| 21 | 10 | $0,1 \cdot N$ | $4N$ | $0,2 \cdot (N - 1)$ |
| 22 | 20 | $0,1 \cdot N$ | $4N - 5$ | N |
| 23 | 2,5 | 0 | 21 | $0,1 \cdot N$ |
| 24 | 0,2 | 0 | $30 - N$ | $0,01 \cdot N$ |
| 25 | 250 | 10^6 | $7 - 2N$ | $100 - 10N$ |
| 26 | 200 | $0,1 \cdot N$ | $4N - 9$ | $10 \cdot N$ |
| 27 | 100 | $0,1 \cdot N$ | $4N - 5$ | $2 \cdot N$ |
| 28 | 50 | 0 | 21 | N |
| 29 | 10 | 0 | $30 - N$ | $0,2 \cdot N + 8$ |
| 30 | 5 | 10^6 | $7 - 2N$ | $0,2 \cdot N$ |

Необходимо:

1) Обосновать выбор вольтметра (из трех данных) и диапазона измерений для проведения измерения с максимальной точностью.

2) Найти искомое напряжение холостого хода с указанием пределов погрешности измерения, соответствующих вероятностям $P = 1$ и $P = 0,95$, если U – показание выбранного вольтметра (см. табл. 1). Записать результат измерения в установленной форме.

3) Зная результат предыдущего измерения, выяснить, нельзя ли его уточнить, произведя повторное измерение. Какой вольтметр для этого выбрать и на каком диапазоне измерений его использовать, если необходимо обеспечить максимальную точность измерения? Обосновать выбор и найти пределы погрешности повторного измерения.

1.2. Контрольная работа № 2. Обработка косвенных измерений

Необходимо измерить сопротивление резистора постоянному току с помощью амперметра и вольтметра. Схема измерений (№ 2.1 или № 2.2), показания вольтметра (a_v) и амперметра (a_a), а также температура окружающей среды (θ) указаны в табл. 2. Характеристики вольтметра и амперметра приведены в табл. 3.

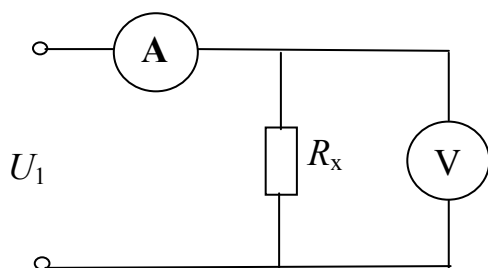


Схема 2.1

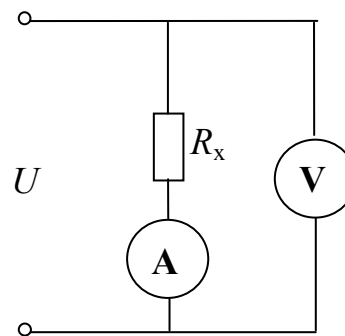


Схема 2.2

Необходимо:

1) Найти искомое сопротивление R_x с указанием пределов погрешностей измерения, соответствующих вероятностям $P = 1$ и $P = 0,95$; записать результат измерения в установленной форме.

2) Найти мощность электрической энергии, нагревающей резистор с сопротивлением R_x в процессе измерения; записать результат измерения мощности в установленной форме для доверительных вероятностей $P = 1$ и $P = 0,95$.

3) Выяснить, можно ли, используя данные средства измерений, измерить значение R_x более точно?

Примечание к таблицам 2 и 3:

N – номер студенческой группы;

№ варианта равен номеру студента по журналу;

Характеристики вольтметра:

U_k – конечное значение диапазона измерений, $a_{k,v}$ – количество делений шкалы, R_v – входное сопротивление, $\theta_{н,v}$ – нормальный диапазон температур.

Характеристики амперметра:

I_k – конечное значение диапазона измерений, $a_{k,a}$ – количество делений шкалы, R_a – входное сопротивление, $\theta_{н,a}$ – нормальный диапазон температур.

Таблица 2

| № варианта | a_b , делений | a_a , делений | θ , °C | № схемы |
|------------|-----------------|-----------------|---------------|---------|
| 1 | 121,3 + 2N | 100,1 + 3N | 10 + N | 2.2 |
| 2 | 119,4 + 2N | 60,3 + 3N | 34 – N | 2.1 |
| 3 | 61,2 + 2N | 40,1 + 3N | 20 – N | 2.2 |
| 4 | 59,2 + 2N | 40,3 + 3N | 7 + N | 2.1 |
| 5 | 62,4 + 2N | 40,3 – N | 20 + N | 2.2 |
| 6 | 81,8 – N | 105,3 + N | 26 – N | 2.1 |
| 7 | 96,9 – N | 103,4 + N | 25 – N | 2.2 |
| 8 | 145,4 – N | 94,3 – N | 26 – N | 2.1 |
| 9 | 99,5 – N | 95,1 – N | 25 + N | 2.2 |
| 10 | 86,6 – N | 75,3 – N | 12 + N | 2.1 |
| 11 | 122,3 + N | 83,8 + N | 25 – N | 2.2 |
| 12 | 44,8 + N | 86,7 + N | 15 – N | 2.1 |
| 13 | 43,3 + N | 68,8 + N | 15 + N | 2.2 |
| 14 | 97,2 – N | 89,2 – N | 21 + N | 2.1 |
| 15 | 77,1 – N | 79,2 + N | 21 – N | 2.2 |
| 16 | 86,4 – N | 84,1 – N | 24 + N | 2.1 |
| 17 | 67,2 – N | 135,8 – N | 25 + N | 2.2 |
| 18 | 58,2 – N | 144,2 – N | 36 – N | 2.1 |
| 19 | 82,1 – N | 68,3 – N | 27 + N | 2.2 |
| 20 | 60,2 – N | 140,4 – N | 33 – N | 2.1 |
| 21 | 91,5 + N | 99,2 – N | 20 – N | 2.2 |
| 22 | 65,5 + N | 142,4 – N | 22 + N | 2.1 |
| 23 | 124,8 + N | 83,4 + N | 25 + N | 2.2 |
| 24 | 130,4 + N | 142,5 – N | 28 – N | 2.1 |
| 25 | 88,5 + N | 73,8 + N | 32 – N | 2.2 |
| 26 | 97,2 + N | 88,4 + N | 22 + N | 2.1 |
| 27 | 78,4 + N | 34,8 + N | 17 + N | 2.2 |
| 28 | 57,2 + N | 24,7 + N | 11 + N | 2.1 |
| 29 | 140,1 + N | 54,4 + N | 18 + N | 2.2 |
| 30 | 66,1 + N | 54,4 + N | 16 – N | 2.1 |
| 31 | 101,3 + N | 100,1 + N | 13 + N | 2.2 |
| 32 | 119,4 + N | 60,3 + N | 33 – N | 2.1 |
| 33 | 61,2 + N | 40,1 + N | 21 – N | 2.2 |
| 34 | 59,2 + N | 40,3 + N | 17 + N | 2.1 |
| 35 | 61,4 + N | 40,3 – N | 22 + N | 2.2 |
| 36 | 57,2 + 3N | 60,3 + 3N | 10 + 3N | 2.1 |

Таблица 3

| № вариан та | Характеристики вольтметра | | | | | Характеристики амперметра | | | | |
|-------------------|---------------------------|---------------------|----------------|-------------------------|---------------------|---------------------------|---------------------|----------------|------------------|------------------------|
| | U_k , В | $a_{к,в}$, дел. | Класс точн. | R_e , Ом | $\theta_{н,в}$, °С | I_k , мА | $a_{к,а}$, дел. | Класс точн. | R_a , Ом | $\theta_{н,а}$, °С |
| 1 | 30 | 150 | 0,5 | $> 10^5/N$ | 20 ± 2 | 3000 | 150 | 0,5 | $2 \pm 0,1N$ | 20 ± 5 |
| 2 | 30 | 150 | 0,5 | $10^4N \pm 10^3$ | 20 ± 2 | 100 | 100 | 1,0 | $< 2/N$ | 20 ± 5 |
| 3 | 10 | 100 | 1,0 | $10^5/N \pm 10^3$ | 20 ± 5 | 100 | 100 | 0,5 | $1 \pm 0,1N$ | 20 ± 5 |
| 4 | 30 | 150 | 0,5 | $> 10^3N$ | 20 ± 2 | 100 | 100 | 1,0 | $< 2/N$ | 20 ± 5 |
| 5 | 1 | 100 | 1,5 | $> 2N \cdot 10^3$ | 20 ± 5 | 1000 | 100 | 1,5 | $< 2/N$ | 20 ± 5 |
| 6 | 1 | 100 | 1,0 | $> 10^5/N$ | 20 ± 5 | 30 | 150 | 1,0 | $1 \pm 0,1N$ | 20 ± 5 |
| 7 | 30 | 150 | 1,0 | $> 10^6/N$ | 20 ± 5 | 150 | 150 | 1,0 | $2 \pm 1/N$ | 20 ± 5 |
| 8 | 30 | 150 | 0,5 | $> 10^6/N$ | 20 ± 2 | 100 | 100 | 1,0 | $2 \pm 1/N$ | 20 ± 2 |
| 9 | 10 | 100 | 0,5 | $10^3 \pm 10N$ | 20 ± 2 | 3000 | 100 | 1,0 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 10 | 10 | 100 | 1,5 | $10^4 \pm N \cdot 10^2$ | 20 ± 5 | 1000 | 100 | 1,5 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 11 | 3 | 150 | 1,5 | $> 10^3N$ | 20 ± 5 | 300 | 100 | 1,0 | $< 1/N$ | 20 ± 5 |
| 12 | 1 | 100 | 0,5 | $> 10^4N$ | 20 ± 5 | 100 | 100 | 1,0 | $< 1/N$ | 20 ± 5 |
| 13 | 10 | 100 | 0,5 | $10^4N \pm 10^3$ | 20 ± 2 | 3000 | 150 | 1,0 | $< 0,01 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 14 | 30 | 150 | 1,0 | $N(10^4 \pm 10^3)$ | 20 ± 5 | 150 | 150 | 1,5 | $2 \pm 1/N$ | 20 ± 5 |
| 15 | 3 | 150 | 0,5 | $10^4 \pm N \cdot 10^2$ | 20 ± 5 | 150 | 150 | 1,0 | $2 \pm 1/N$ | 20 ± 5 |
| 16 | 10 | 100 | 1,5 | $> 10^5/N$ | 20 ± 5 | 1000 | 100 | 1,5 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 2 |
| 17 | 10 | 100 | 1,5 | $> 2 \cdot 10^5/N$ | 20 ± 5 | 300 | 150 | 1,0 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 18 | 30 | 150 | 0,5 | $10^5 \pm N \cdot 10^3$ | 20 ± 2 | 30 | 150 | 1,0 | $< N$ | 20 ± 5 |
| 19 | 10 | 100 | 1,0 | $> 10^4N$ | 20 ± 5 | 1000 | 100 | 0,5 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 2 |
| 20 | 1 | 100 | 0,5 | $> 10^4N$ | 20 ± 2 | 300 | 150 | 1,0 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 21 | 10 | 100 | 1,0 | $> 2N \cdot 10^3$ | 20 ± 5 | 150 | 150 | 1,0 | $< 0,2 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 22 | 1 | 100 | 1,0 | $10^4 \pm N \cdot 10^2$ | 20 ± 5 | 30 | 150 | 1,0 | $< 0,2 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 23 | 3 | 150 | 0,5 | $10^3 \pm 10N$ | 20 ± 5 | 150 | 150 | 0,5 | $< 2/N$ | 20 ± 2 |
| 24 | 30 | 150 | 0,5 | $> 10^5N$ | 20 ± 5 | 150 | 150 | 1,0 | $< 2/N$ | 20 ± 2 |
| 25 | 3 | 150 | 0,5 | $> 104/N$ | 20 ± 2 | 3000 | 150 | 1,0 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 26 | 3 | 150 | 0,5 | $10^4N \pm 10^3$ | 20 ± 2 | 3000 | 100 | 1,0 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 27 | 10 | 100 | 1,5 | $> 10^3N$ | 20 ± 5 | 1000 | 100 | 1,5 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 28 | 10 | 100 | 1,0 | $> 10^4N$ | 20 ± 5 | 300 | 100 | 1,0 | $< 1/N$ | 20 ± 5 |
| 29 | 30 | 150 | 0,5 | $> 2N \cdot 10^3$ | 20 ± 2 | 100 | 100 | 1,0 | $< 1/N$ | 20 ± 5 |
| 30 | 10 | 100 | 1,5 | $> 10^3N$ | 20 ± 5 | 3000 | 150 | 1,0 | $< 0,1 \cdot N$ | 20 ± 5 |
| 31 | 30 | 150 | 0,5 | $> 10^5/N$ | 20 ± 2 | 3000 | 150 | 0,5 | $1 \pm 0,1N$ | 20 ± 5 |
| 32 | 30 | 150 | 0,5 | $10^4N \pm 10^3$ | 20 ± 2 | 100 | 100 | 1,0 | $< 1/N$ | 20 ± 5 |
| 33 | 10 | 100 | 1,0 | $10^5/N \pm 10^3$ | 20 ± 5 | 100 | 100 | 0,5 | $2 \pm 0,1N$ | 20 ± 5 |
| 34 | 30 | 150 | 0,5 | $> 10^3N$ | 20 ± 2 | 100 | 100 | 1,0 | $< 1/N$ | 20 ± 2 |
| 35 | 1 | 100 | 1,5 | $> 2N \cdot 10^3$ | 20 ± 5 | 1000 | 100 | 1,5 | $< 1/N$ | 20 ± 5 |
| 36 | 3 | 150 | 1,0 | $> 2N \cdot 10^3$ | 20 ± 2 | 150 | 150 | 0,5 | $2 \pm 0,1N$ | 20 ± 2 |

1.3. Контрольная работа № 3. Анализ точности измерительного усилителя

Измерительный усилитель (ИУ) постоянного напряжения построен на базе операционного усилителя по схеме 1 (рис. 3.1, а) или по схеме 2 (рис. 3.2, а), где R_1 и R_2 – резисторы отрицательной обратной связи. Нормирующее значение выходного напряжения измерительного усилителя $U_{\text{вых,н}} = 10$ В. Операционный усилитель можно считать идеальным за исключением следующих параметров: ЭДС смещения (E) и входные токи (I_1 и I_2) не равны нулю. Соответствующие эквивалентные схемы ИУ представлены на рисунках 3.1, б и 3.2, б, где ОУ – идеальный операционный усилитель. Информация об элементах этих схем приведена в табл. 3.1.

В таблице 3.1:

$R_{1н}, R_{2н}$ – номинальные значения сопротивлений резисторов R_1 и R_2 ,
 $\delta R_{1н}, \delta R_{2н}$ – предельные значения относительных погрешностей сопротивлений этих резисторов,
 $|I|_н$ – предельные значения модулей входных токов,
 $|E|_н$ – предельное значение модуля ЭДС смещения.
 N – номер студенческой группы.
№ варианта равен номеру студента по журналу.

Необходимо:

- 1) Найти номинальное значение коэффициента усиления измерительного усилителя (ИУ) и предельное значение относительной погрешности коэффициента усиления.
- 2) Найти нормирующее значение $U_{\text{вх,н}}$ входного напряжения ИУ.
- 3) Найти предельные значения абсолютной погрешности ИУ, приведенной ко входу. Построить график зависимости предельных значений этих погрешностей в функции от $U_{\text{вх}}$.
- 4) Найти предельное значение абсолютной погрешности от взаимодействия ИУ с источником измерительной информации, представляющего собой активный двухполюсник с ЭДС $E_{\text{вх}} = 0,1 \cdot N \cdot U_{\text{вх,н}}$ и выходным сопротивлением $R = 0,01 \cdot N \cdot R_{2н}$, где N – номер студенческой группы.

Измерительный усилитель (схема 1)

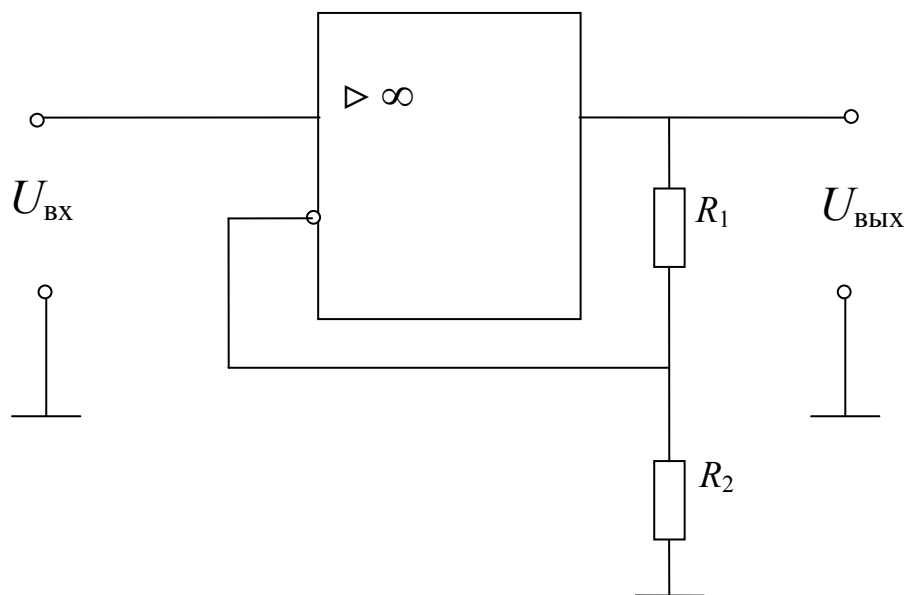


Рис.3.1, а

Эквивалентная схема 1

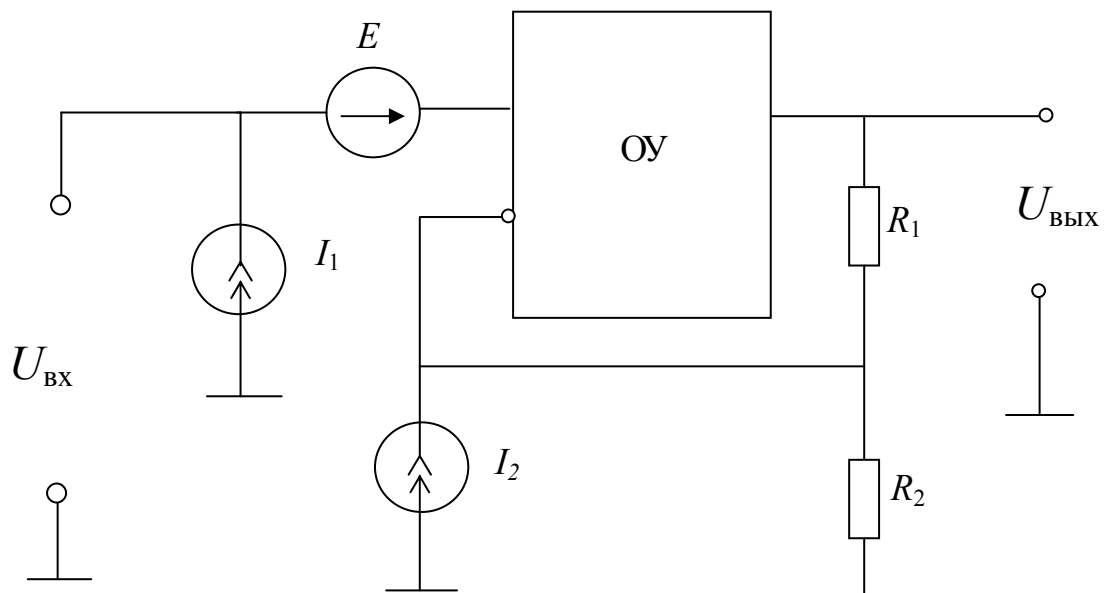


Рис.3.1, б

Измерительный усилитель (схема 2)

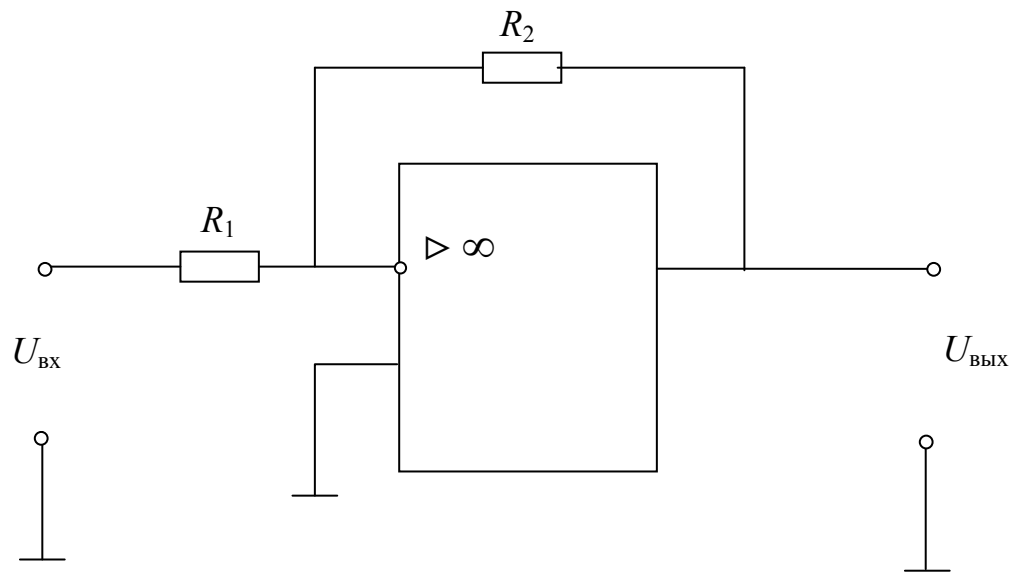


Рис.3.2, а

Эквивалентная схема 2

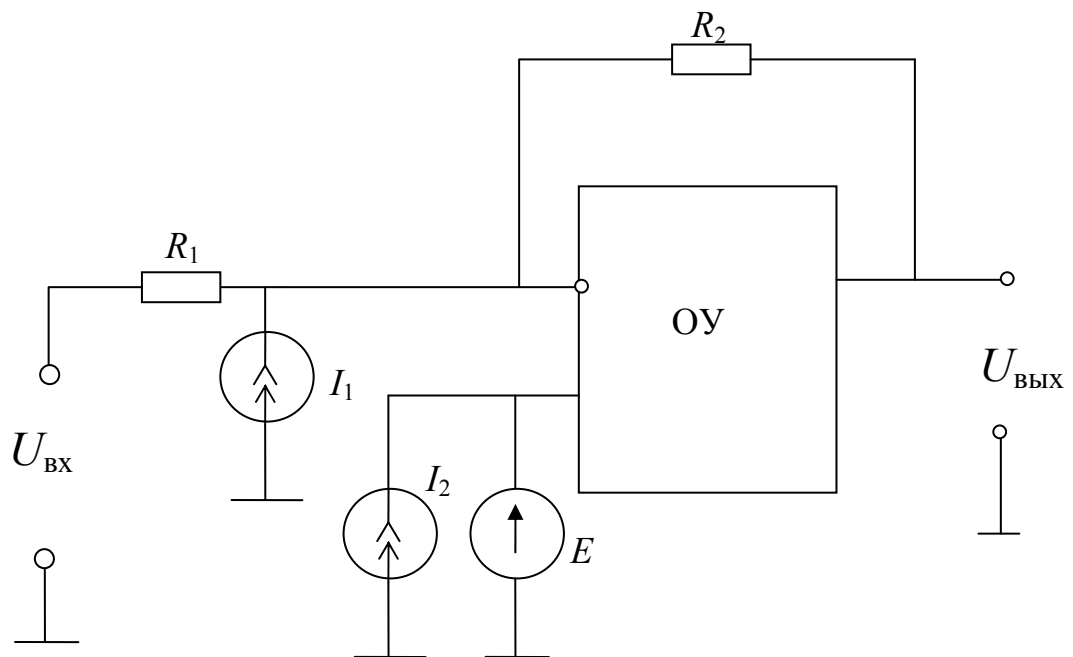


Рис.3.2, б

Таблица 3.1.

| № варианта | № схемы | $R_{1н}$, кОм | $\delta R_{1п}$, % | $R_{2н}$, кОм | $\delta R_{2п}$, % | $ I _{п}$, мкА | $ E _{п}$, мВ |
|------------|---------|-------------------|------------------------|-------------------|------------------------|--------------------|-------------------|
| 1 | 1 | 9 | 0,02N | 1 | 0,02N | 0,5 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 0,6/N | 10 | 0,6/N | 0,5 | 2 |
| 3 | 1 | 90 | 0,01N | 10 | 0,01N | 0,5 | 5 |
| 4 | 2 | 10 | 0,6/N | 100 | 0,6/N | 0,2 | 2 |
| 5 | 1 | 18 | 0,03N | 2 | 0,03N | 0,2 | 5 |
| 6 | 1 | 9 | 0,05N | 1 | 0,05N | 5 | 1 |
| 7 | 2 | 1 | 1/N | 10 | 01/N | 1 | 2 |
| 8 | 1 | 90 | 0,05N | 10 | 0,05N | 1 | 5 |
| 9 | 2 | 10 | 1/N | 100 | 1/N | 0,5 | 2 |
| 10 | 1 | 18 | 0,05N | 2 | 0,05N | 2 | 5 |
| 11 | 2 | 1 | 0,05N | 100 | 0,05N | 0,5 | 0,5 |
| 12 | 1 | 99 | 1/N | 1 | 1/N | 0,5 | 1 |
| 13 | 2 | 2 | 0,05N | 200 | 0,05N | 0,5 | 0,5 |
| 14 | 1 | 198 | 1/N | 2 | 1/N | 0,2 | 1 |
| 15 | 2 | 5 | 0,05N | 500 | 0,05 N | 0,1 | 0,5 |
| 16 | 1 | 9 | 0,02N | 1 | 0,02N | 1 | 2 |
| 17 | 2 | 1 | 0,4/N | 10 | 0,4/N | 2 | 5 |
| 18 | 1 | 90 | 0,05N | 10 | 0,05N | 0,1 | 2 |
| 19 | 2 | 10 | 0,4/N | 100 | 0,4/N | 0,2 | 5 |
| 20 | 1 | 18 | 0,05N | 2 | 0,05N | 2 | 2 |
| 21 | 2 | 1 | 0,05N | 100 | 0,05N | 0,5 | 2 |
| 22 | 1 | 99 | 0,4/N | 1 | 0,4/N | 0,2 | 1 |
| 23 | 2 | 2 | 0,05N | 200 | 0,05N | 0,2 | 1 |
| 24 | 1 | 198 | 0,4/N | 2 | 0,4/N | 0,5 | 0,5 |
| 25 | 2 | 5 | 0,05N | 500 | 0,05N | 0,2 | 0,5 |
| 26 | 1 | 9 | 0,02N | 1 | 0,02N | 1 | 5 |
| 27 | 2 | 2 | 0,3/N | 200 | 0,3/N | 0,2 | 0,5 |
| 28 | 1 | 90 | 0,03N | 10 | 0,03N | 0,5 | 1 |
| 29 | 2 | 5 | 0,3/N | 500 | 0,3/N | 0,1 | 0,5 |
| 30 | 1 | 18 | 0,03N | 2 | 0,03N | 0,1 | 2 |
| 31 | 2 | 2 | 0,03N | 200 | 0,03N | 0,2 | 0,2 |
| 32 | 1 | 99 | 0,2/N | 1 | 0,2/N | 0,1 | 0,5 |
| 33 | 2 | 5 | 0,02N | 500 | 0,02N | 0,2 | 0,2 |
| 34 | 1 | 198 | 0,5/N | 2 | 0,5/N | 0,1 | 0,5 |
| 35 | 2 | 1 | 0,03N | 100 | 0,03N | 0,1 | 0,5 |
| 36 | 1 | 9 | 0,02N | 1 | 0,02N | 0,5 | 1 |

1.4. Контрольная работа № 4. Проведение измерений с помощью измерительной установки

Для измерения напряжения постоянного тока на выходе активного двухполюсника используется измерительная установка, состоящая из измерительного усилителя (ИУ), на вход которого подается измеряемое напряжение, и вольтметра, подключенного к выходу ИУ. Схема и метрологические характеристики ИУ были заданы и определены при выполнении контрольной работы № 3. В качестве вольтметра использован прибор типа Д5015 или Щ4316, метрологические характеристики которых даны в контрольной работе № 1.

При измерении измерительной установкой в нормальных условиях напряжения на выходе активного двухполюсника с выходным сопротивлением $R < R_{\text{н}}$ вольтметр показал U вольт. Значения U и $R_{\text{н}}$, а также тип используемого вольтметра приведены в табл. 4.1, где N – номер студенческой группы; № варианта равен номеру студента по журналу.

Предполагая, что вольтметр был использован на диапазоне, обеспечивающем максимальную точность измерения, необходимо:

1) Определить напряжение холостого хода на выходе активного двухполюсника с указанием пределов погрешностей измерений, соответствующих вероятностям $P = 1$ и $P = 0,95$; записать результат измерения в установленной форме.

2) Выяснить, можно ли повысить точность измерения, используя другой вольтметр (из двух, указанных выше).

Таблица 4.1

| № варианта | $R_{п}$, Ом | Тип вольтметра | U , В |
|------------|--------------|----------------|--------------|
| 1 | $200N$ | Щ4316 | $10,37 - N$ |
| 2 | $N + 1$ | Д5015 | $9,58 - N$ |
| 3 | $100N$ | Щ4316 | 1,44 |
| 4 | $N + 2$ | Д5015 | 4,56 |
| 5 | $100N$ | Щ4316 | 3,56 |
| 6 | $120N$ | Щ4316 | $1,37 + N$ |
| 7 | $N/2$ | Д5015 | 0,58 |
| 8 | 1000 | Щ4316 | 8,37 |
| 9 | N | Д5015 | 3,48 |
| 10 | $200N$ | Щ4316 | 8,83 |
| 11 | $10/N$ | Д5015 | 1,245 |
| 12 | $500N$ | Щ4316 | 0,976 |
| 13 | $2N$ | Д5015 | $6,78 - N/2$ |
| 14 | $100N$ | Щ4316 | 1,844 |
| 15 | $12/N$ | Д5015 | 2,92 |
| 16 | $1000N$ | Щ4316 | $2,76 + N$ |
| 17 | 10 | Д5015 | 4,05 |
| 18 | $500N$ | Щ4316 | 5,44 |
| 19 | 10 | Д5015 | 5,66 |
| 20 | $200N$ | Щ4316 | 10,44 |
| 21 | N | Д5015 | $2,53 + N/2$ |
| 22 | $300N$ | Щ4316 | 2,04 |
| 23 | $12/N$ | Д5015 | 2,27 |
| 24 | $500N$ | Щ4316 | 8,32 |
| 25 | $10N$ | Д5015 | $0,98 + N/2$ |
| 26 | 1000 | Щ4316 | 1,984 |
| 27 | $N + 2$ | Д5015 | 0,88 |
| 28 | 1000 | Щ4316 | 1,976 |
| 29 | $N/2$ | Д5015 | 1,96 |
| 30 | $1000N$ | Щ4316 | $9,68/N$ |
| 31 | $200/N$ | Д5015 | 7,40 |
| 32 | $12000/N$ | Щ4316 | 8,32 |
| 33 | $N + 5$ | Д5015 | 6,86 |
| 34 | $1200/N$ | Щ4316 | 0,833 |
| 35 | $200/N$ | Д5015 | 6,87 |
| 36 | $500N$ | Щ4316 | 5,62 |

2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЙ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

2.1. Прямые измерения. Пример 1

Необходимо измерить напряжение постоянного тока на выходе активного двухполюсника в режиме холостого хода. Измерение произведено цифровым вольтметром (ЦВ), характеристики которого приведены ниже:

- конечное значение диапазона измерений $U_k = 20,00$ В;
- цена единицы младшего разряда $q = 0,01$ В;
- класс точности $0,2/0,1$;
- входное сопротивление $R = 10 \pm 1$ МОм;
- нормальная область температур окружающего воздуха 20 ± 5 °С;
- рабочая область температур окружающего воздуха от 0 до + 40 °С.

Дано:

- показание вольтметра $U = 8,43$ В;
- температура окружающего воздуха $\Theta = 35$ °С;
- выходное сопротивление активного двухполюсника $r < 20$ кОм.

Требуется:

- Найти искомое напряжение с указанием пределов погрешностей измерения, соответствующих вероятностям $P = 1$ и $P = 0,95$;
- записать результат измерения в стандартной форме.

Решение.

Прежде всего, необходимо выяснить: можно ли в качестве результата измерения напряжения холостого хода активного двухполюсника принять показание вольтметра? Напряжение холостого хода U_{xx} активного двухполюсника равно ЭДС E в его схеме замещения (рис. 1), а вольтметр измеряет напряжение U на своих зажимах. Очевидно, что в общем случае $E \neq U$ и имеет место погрешность от взаимодействия средства и объекта измерений.

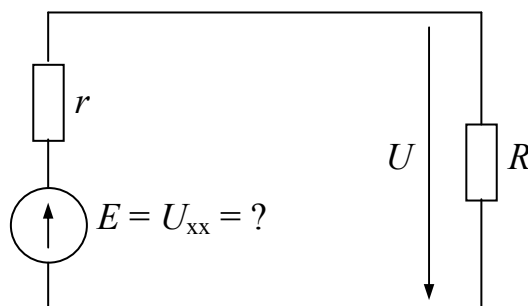


Рис. 1

Эта погрешность зависит от структуры и параметров схем замещения средства и объекта измерений. Для данной задачи эти схемы замещения весьма просты: средство измерений (вольтметр) – пассивный двухполюсник с входным сопротивлением R , а объект измерений – активный двухполюсник с выходным сопротивлением r и ЭДС E (рис. 1).

Погрешность от взаимодействия

$$\Delta_{вз} = U - E = U - U(1 + r/R) = -Ur/R.$$

Найдем нижнюю ($\Delta_{вз,н}$) и верхнюю ($\Delta_{вз,в}$) границы погрешности $\Delta_{вз}$.

$$\Delta_{вз,н} = -Ur_{max}/R_{min} = -0,019 \text{ В},$$

$$\Delta_{вз,в} = -Ur_{min}/R_{max} = 0 \text{ В}.$$

Поправку η найдем по формуле :

$$\eta = -(\Delta_{вз,н} + \Delta_{вз,в})/2 = 0,0095 \text{ В} \approx 0,01 \text{ В}.$$

Теперь по формуле найдем исправленное значение результата измерения напряжения холостого хода активного двухполюсника:

$$U_{хх} = E = U_{испр} = U + \eta = 8,44 \text{ В}.$$

Найдем теперь составляющие погрешности полученного результата измерения.

Определим предел неисключенного остатка методической погрешности от взаимодействия.

$$\Delta_{вз,п} = (\Delta_{вз,в} - \Delta_{вз,н})/2 = 0,0085 \text{ В}$$

Предел основной абсолютной погрешности $\Delta_{о,п}$ цифрового вольтметра:

$$\Delta_{о,п} = 0,01[(c - d)|U| + dU_k] = 0,02843 \text{ В}.$$

Предел дополнительной абсолютной погрешности $\Delta_{д,п}$ ЦВ, вызванной отклонением температуры окружающего воздуха от нормального значения (20°C)::

$$\Delta_{д,п} = 0,1 \cdot \Delta_{о,п} \cdot |\Theta - 20| = 0,042645 \text{ В}.$$

По условию задачи информация о других дополнительных погрешностях отсутствует. Будем считать, что ими можно пренебречь.

Определим предел абсолютной погрешности результата измерения Δ_{Π} для доверительной вероятности $P = 1$:

$$\Delta_{\Pi} = \Delta_{o,\Pi} + \Delta_{д,\Pi} + \Delta_{вз,\Pi} = 0,079575 \text{ В} \approx 0,08 \text{ В}.$$

Для доверительной вероятности $P = 1$ результат измерения можно записать в следующем виде:

$$U_{\text{xx}} = 8,44 \pm 0,08 \text{ В}, P = 1.$$

При определении граничного значения абсолютной погрешности результата измерения Δ_{Γ} для доверительной вероятности $P = 0,95$ воспользуемся формулой:

$$\Delta_{\Gamma} = 1,1 \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta_{i\Pi}^2} = 1,1 \sqrt{\Delta_{o,\Pi}^2 + \Delta_{д,\Pi}^2 + \Delta_{вз,\Pi}^2} = 0,05715 \text{ В} \approx 0,06 \text{ В}. \quad (1)$$

Для доверительной вероятности $P = 0,95$ результат измерения можно записать в следующем виде:

$$U_{\text{xx}} = 8,44 \pm 0,06 \text{ В}, P = 0,95.$$

2.2. Косвенные измерения

Пример 2.а.

Необходимо измерить мощность, потребляемую нагрузкой, если получены следующие результаты прямых измерений: сопротивление нагрузки равно $R \pm \Delta R_{\text{п}}$, а ток в нагрузке равен $I \pm \Delta I_{\text{п}}$.

Решение.

Как известно, мощность $P_{\text{н}}$ можно определить по формуле

$$P_{\text{н}} = \varphi(I, R) = I^2 R. \quad (1)$$

Предельное значение $\Delta_{\text{п}}$ погрешности результата косвенного измерения мощности для доверительной вероятности $P = 1$ можно найти по формуле

$$\Delta_{\text{п}} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial I} \right) \Delta I_{\text{п}} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) \Delta R_{\text{п}} = 2IR \Delta I_{\text{п}} + I^2 \Delta R_{\text{п}}. \quad (2)$$

Для данной функции φ более наглядно выглядит выражение для предела относительной погрешности $\delta_{\text{п}}$ косвенного измерения мощности. Для получения этого выражения необходимо левую и правую части равенства (2) разделить на (1). Тогда

$$\delta_{\text{п}} = 2\delta_{i,\text{п}} + \delta_{r,\text{п}},$$

где $\delta_{i,\text{п}}$ – предел относительной погрешности измерения тока, а $\delta_{r,\text{п}}$ – предел относительной погрешности измерения сопротивления нагрузки.

Пример 2.б.

Необходимо измерить сопротивление R_x резистора постоянному току с помощью амперметра и вольтметра. Схема измерений представлена на рис. 1.

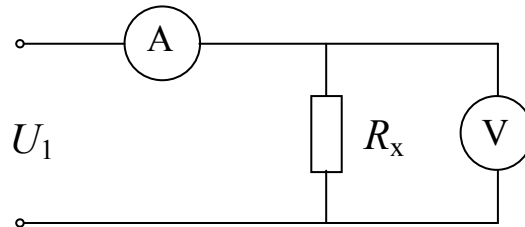


Рис. 1

Технические характеристики амперметра:

- конечное значение диапазона измерений $I_k = 100$ мА;
- количество делений шкалы $a_{к,а} = 100$;
- класс точности 1,0;
- входное сопротивление r_a – не более 1 Ом;
- нормальная область температур окружающего воздуха 20 ± 5 °С;
- рабочая область температур окружающего воздуха от 0 до + 40 °С.

Технические характеристики вольтметра:

- конечное значение диапазона измерений $U_k = 3$ В;
- количество делений шкалы $a_{к,в} = 150$;
- класс точности 0,5;
- входное сопротивление $R_v = 2,0 \pm 0,2$ кОм;
- нормальная область температур окружающего воздуха 20 ± 5 °С;
- рабочая область температур окружающего воздуха от 0 до + 40 °С.

Дано:

- показание вольтметра $a_v = 83,5$ дел.;
- показание амперметра $a_a = 74,3$ дел.;
- температура окружающего воздуха $\Theta = 28$ °С.

Требуется:

- Найти искомое сопротивление R_x с указанием пределов погрешностей измерения, соответствующих вероятностям $P = 1$ и $P = 0,95$;
- записать результат измерения в стандартной форме.

Решение.

По показаниям амперметра (a_a) и вольтметра (a_v) найдем ток (I) и напряжение (U):

$$I = a_a I_k / a_{k,a} = 74,3 \cdot 100 / 100 = 74,3 \text{ мА};$$

$$U = a_v U_k / a_{k,v} = 83,5 \cdot 3 / 150 = 1,67 \text{ В},$$

а затем вычислим отношение

$$U/I = 22,476 \text{ Ом}.$$

Теперь необходимо выяснить: принять ли в качестве результата косвенного измерения сопротивления R_x отношение U/I или внести в него поправку?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим эквивалентную схему рис. 2, где E – ЭДС источника напряжения питания, r – его внутреннее сопротивление, r_a – сопротивление амперметра, R_v – сопротивление вольтметра, R_x – искомое сопротивление.

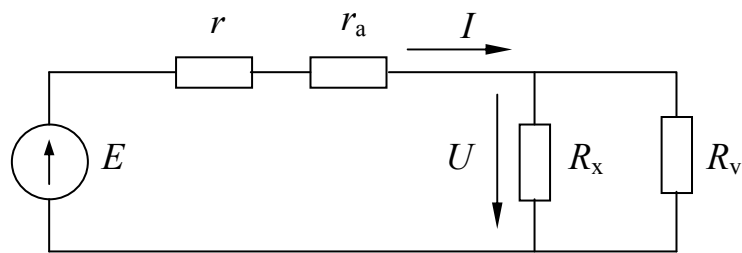


Рис. 2

Очевидно, что

$$U/I = R_x \cdot R_v / (R_x + R_v), \quad (1)$$

причем это отношение не зависит ни от параметров источника питающего напряжения (E и r), ни от сопротивления амперметра (r_a). Однако $U/I \neq R_x$, так как амперметр измеряет ток не через R_x , а через параллельное соединение R_x и R_v . Соответствующая методическая погрешность:

$$\Delta R_{x,\text{мет}} = U/I - R_x. \quad (2)$$

Из уравнения (1) можно найти выражение для R_x :

$$R_x = \frac{UR_v}{IR_v - U} \quad (3)$$

и подставить его в (2).

После преобразований получим:

$$\Delta R_{x,мет} = -\left(\frac{U}{I}\right)^2 \frac{1}{R_v - U/I} . \quad (4)$$

Полученное выражение позволяет рассчитать поправку и пределы неисключенных остатков систематической методической погрешности.

Нижняя ($\Delta R_{x,мет,н}$) и верхняя ($\Delta R_{x,мет,в}$) границы систематической погрешности:

$$\Delta R_{x,мет,н} = -\left(\frac{U}{I}\right)^2 \frac{1}{R_{v,min} - U/I} = -0,2842 \text{ Ом},$$

$$\Delta R_{x,мет,в} = -\left(\frac{U}{I}\right)^2 \frac{1}{R_{v,max} - U/I} = -0,2320 \text{ Ом}.$$

Поправка:

$$\eta = -(\Delta R_{x,мет,н} + \Delta R_{x,мет,в})/2 = 0,2581 \text{ Ом}.$$

Исправленный результат косвенного измерения:

$$R_x = U/I + \eta = 22,476 + 0,2581 = 22,7341 \text{ Ом}.$$

Предел неисключенных остатков методической погрешности:

$$\Delta R_{x,мет,п} = (\Delta R_{x,мет,в} - \Delta R_{x,мет,н})/2 = 0,0261 \text{ Ом}.$$

Найдем теперь предельные значения составляющих абсолютной погрешности вольтметра – основной ($\Delta U_{o,п}$), дополнительной ($\Delta U_{д,п}$) и отсчитывания ($\Delta U_{отс,п}$).

Если $c_g = 0,5$ – класс точности вольтметра, а $U_k = U_n = 3\text{В}$ – нормирующее значение, то согласно (1.30)

$$\Delta U_{o,п} = 0,01 c_v U_n = 0,015 \text{ В}.$$

Предел дополнительной абсолютной погрешности $\Delta U_{д,п}$, вызванной отклонением температуры окружающего воздуха ($\Theta = 28 \text{ }^\circ\text{C}$) от нормального значения (20°C), определим по формуле:

$$\Delta U_{д,п} = 0,1 \cdot \Delta U_{o,п} \cdot |\Theta - 20| = 0,012 \text{ В}.$$

Предельное значение погрешности отсчитывания для стрелочного прибора обычно принимают равным половине цены деления шкалы. Для используемого в данном эксперименте вольтметра

$$\Delta U_{\text{отс,п}} = 0,5U_k/a_{\kappa,в} = 0,5 \cdot 3/150 = 0,01 \text{ В.}$$

Предельные значения составляющих абсолютной погрешности амперметра – основной ($\Delta I_{\text{о,п}}$), дополнительной ($\Delta I_{\text{д,п}}$) и отсчитывания ($\Delta I_{\text{отс,п}}$) рассчитываются аналогично:

$$\Delta I_{\text{о,п}} = 0,01c_a I_n = 0,01 \cdot 1,0 \cdot 100 = 1 \text{ мА};$$

$$\Delta I_{\text{д,п}} = 0,1 \cdot \Delta I_{\text{о,п}} \cdot |\Theta - 20| = 0,8 \text{ мА};$$

$$\Delta I_{\text{отс,п}} = 0,5I_k/a_{\kappa,а} = 0,5 \cdot 100/100 = 0,5 \text{ мА.}$$

Найдем выражение для частных погрешностей – составляющих погрешностей результата косвенного измерения сопротивления, вызванных погрешностями вольтметра:

$$\Delta R_{\kappa,в} = \left(\frac{\partial R_{\kappa}}{\partial U} \right) \Delta U = \frac{\partial}{\partial U} \left(\frac{U}{I} \right) \Delta U = \frac{\Delta U}{I} .$$

Рассчитаем пределы частных погрешностей, вызванных погрешностями вольтметра.

$$\Delta R_{\kappa,в,о,п} = \frac{\Delta U_{\text{о,п}}}{I} = 0,2019 \text{ Ом};$$

$$\Delta R_{\kappa,в,д,п} = \frac{\Delta U_{\text{д,п}}}{I} = 0,1615 \text{ Ом};$$

$$\Delta R_{\kappa,в,отс,п} = \frac{\Delta U_{\text{отс,п}}}{I} = 0,1346 \text{ Ом.}$$

Найдем выражение для частных погрешностей – составляющих погрешностей результата косвенного измерения сопротивления, вызванных погрешностями амперметра:

$$\Delta R_{\kappa,а} = \left(\frac{\partial R_{\kappa}}{\partial I} \right) \Delta I = \frac{\partial}{\partial I} \left(\frac{U}{I} \right) \Delta I = - \left(\frac{U}{I^2} \right) \Delta I .$$

Рассчитаем пределы частных погрешностей, вызванных погрешностями амперметра.

$$\Delta R_{x,a,o,\pi} = \left(\frac{U}{I^2} \right) \Delta I_{o,\pi} = 0,3025 \text{ Ом};$$

$$\Delta R_{x,a,d,\pi} = \left(\frac{U}{I^2} \right) \Delta I_{d,\pi} = 0,2420 \text{ Ом};$$

$$\Delta R_{x,a,отс,\pi} = \left(\frac{U}{I^2} \right) \Delta I_{отс,\pi} = 0,1513 \text{ Ом}.$$

Предельное значение $\Delta R_{x,\pi}$ погрешности результата косвенного измерения для доверительной вероятности $P = 1$ можно найти по формуле:

$$\Delta R_{x,\pi} = \Delta R_{x,мет,\pi} + \Delta R_{x,в,о,\pi} + \Delta R_{x,в,д,\pi} + \Delta R_{x,в,отс,\pi} + \Delta R_{x,a,o,\pi} + \Delta R_{x,a,d,\pi} + \Delta R_{x,a,отс,\pi} .$$

$$\Delta R_{x,\pi} = 1,2199 \text{ Ом}.$$

Для доверительной вероятности $P = 1$ результат косвенного измерения можно записать в следующем виде:

$$R_x = 22,7 \pm 1,3 \text{ Ом}, P = 1.$$

Граничное значение $\Delta R_{x,\gamma}$ погрешности результата косвенного измерения для доверительной вероятности $P = 0,95$ можно найти по формуле, аналогичной формуле (1) примера 1. В результате вычислений получим: $\Delta R_{x,\gamma} = 0,5598 \text{ Ом}$.

Для доверительной вероятности $P = 0,95$ результат косвенного измерения можно записать в следующем виде:

$$R_x = 22,73 \pm 0,56 \text{ Ом}, P = 0,95.$$

2.3. Анализ точности измерительного усилителя. Пример 3

Измерительный усилитель (ИУ) постоянного напряжения построен на базе операционного усилителя по схеме рис. 1, а, где R_1 и R_2 – резисторы отрицательной обратной связи. Диапазон входных напряжений ИУ: ± 1 В. Операционный усилитель можно считать идеальным за исключением следующих параметров: ЭДС смещения (E) и входные токи (I_1 и I_2) не равны нулю.

Измерительный усилитель используется для усиления ЭДС $E_{\text{вх}}$ активного двухполюсника с выходным сопротивлением R . Соответствующая эквивалентная схема представлена на рис. 1, б, где ОУ – идеальный операционный усилитель.

Дано:

$R_{1н} = 9$ кОм, $R_{2н} = 1$ кОм – номинальные значения сопротивлений резисторов R_1 и R_2 ,

$\delta R_{1н} = \delta R_{2н} = 0,2$ % – предельные значения относительных погрешностей сопротивлений этих резисторов,

$I_{1п} = I_{2п} = 1$ мкА – предельные значения входных токов,

$|E|_п = 2$ мВ – предельное значение модуля ЭДС смещения,

$R_п = 1$ кОм – предельное значение сопротивления активного двухполюсника.

Необходимо:

Найти предельные значения абсолютной погрешности измерительного усилителя, приведенной ко входу. Построить график зависимости предельных значений погрешностей в функции от $U_{\text{вх}}$.

Решение.

Прежде всего, найдем функцию Ψ . В данном случае – это зависимость $U_{\text{вых}}$ от $U_{\text{вх}}$. Для схемы рис. 1, б имеем:

$$U_{\text{вых}} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)U_{\text{вх}} + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)E - I_2 R_1. \quad (1)$$

Из уравнения (1) видно, что влияющими являются величины R_1 , R_2 , E и I_2 . Величины I_1 и R (выходное сопротивление активного двухполюсника) не влияют на точность измерительного усилителя. Однако эти величины влияют на точность результата измерения $E_{\text{вх}}$, так как вызывают погрешность от взаимодействия ИУ и источника $E_{\text{вх}}$: $\Delta_{\text{вз}} = U_{\text{вх}} - E_{\text{вх}} = I_1 R$.

Номинальные значения сопротивлений резисторов R_1 и R_2 заданы. Номинальные значения $E_{\text{н}}$ и $I_{2н}$ примем равными нулю; при этом $\Delta E = E - E_{\text{н}} = E$, $\Delta I_2 = I_2 - I_{2н} = I_2$.

Из (1) можно найти коэффициент усиления ИУ:

$$K = \frac{dU_{\text{вых}}}{dU_{\text{вх}}} = 1 + \frac{R_1}{R_2}.$$

Измерительный усилитель

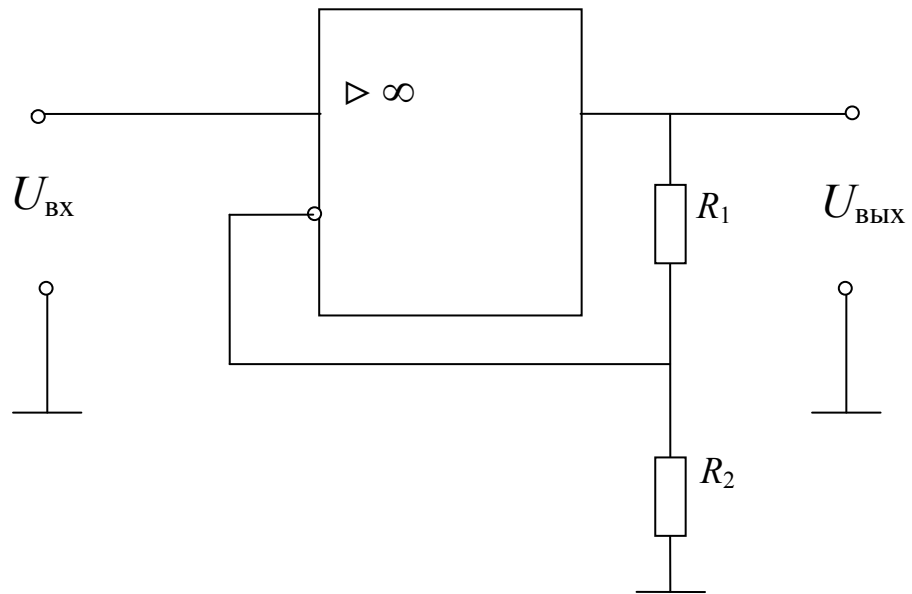


Рис. 1, а

Эквивалентная схема ИУ

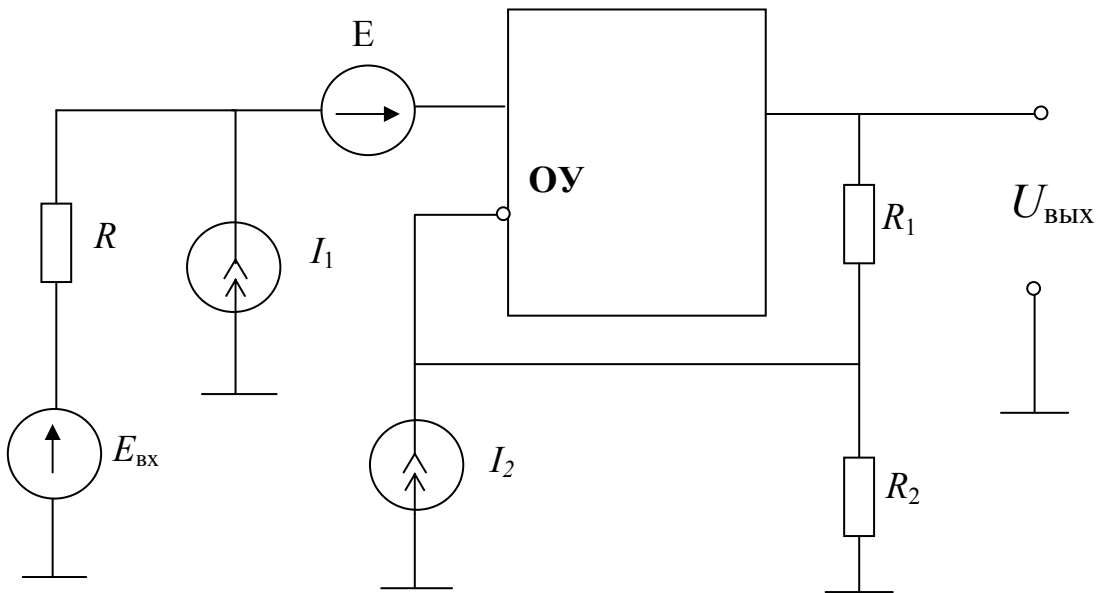


Рис. 1, б

Номинальный коэффициент усиления ИУ:

$$K_H = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = 1 + \frac{R_{1H}}{R_{2H}} = 10.$$

Для расчета погрешности ИУ по выходу воспользуемся законом накопления частных погрешностей.

В рассматриваемой задаче

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{ВЫХ}} &= \left(\frac{\partial U_{\text{ВЫХ}}}{\partial R_1} \right)_H \Delta R_1 + \left(\frac{\partial U_{\text{ВЫХ}}}{\partial R_2} \right)_H \Delta R_2 + \left(\frac{\partial U_{\text{ВЫХ}}}{\partial E} \right)_H \Delta E + \left(\frac{\partial U_{\text{ВЫХ}}}{\partial I_2} \right)_H \Delta I_2 = \\ &= U_{\text{ВХ}} \frac{1}{R_{2H}} \Delta R_1 - U_{\text{ВХ}} \frac{R_{1H}}{R_{2H}^2} \Delta R_2 + \left(1 + \frac{R_{1H}}{R_{2H}} \right) E - R_{1H} I_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Из полученного выражения видно, что влияющие величины E и I_2 вызывают аддитивную составляющую погрешности ИУ, а R_1 и R_2 – мультипликативную.

Найдем $\Delta R_{1\Pi} = 0,01 \cdot \delta R_{1\Pi} \cdot R_{1\Pi} = 18$ Ом. Аналогично $\Delta R_{2\Pi} = 2$ Ом.

Для верхнего предела погрешности ИУ по выходу имеем:

$$\Delta U_{\text{ВЫХ,П,В}} = U_{\text{ВХ}} \frac{1}{R_{2H}} \Delta R_{1,\Pi} + U_{\text{ВХ}} \frac{R_{1H}}{R_{2H}^2} \Delta R_{2,\Pi} + \left(1 + \frac{R_{1H}}{R_{2H}} \right) E_{\Pi} = 0,036 \cdot U_{\text{ВХ}} + 0,020.$$

Для нижнего предела погрешности ИУ по выходу имеем:

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{ВЫХ,П,Н}} &= -U_{\text{ВХ}} \frac{1}{R_{2H}} \Delta R_{1,\Pi} - U_{\text{ВХ}} \frac{R_{1H}}{R_{2H}^2} \Delta R_{2,\Pi} - \left(1 + \frac{R_{1H}}{R_{2H}} \right) E_{\Pi} - R_{1H} I_{2\Pi} = \\ &= -0,036 \cdot U_{\text{ВХ}} - 0,029. \end{aligned}$$

Из полученных выражений видно, что пределы погрешности ИУ по выходу линейно зависят от входного напряжения. При $U_{\text{ВХ}} = 0$ $\Delta U_{\text{ВЫХ}}$ находится в пределах от -29 до $+20$ мВ, а при $U_{\text{ВХ}} = 1$ В – в пределах от -65 до $+56$ мВ. Для определения пределов погрешности ИУ по входу необходимо воспользоваться формулой (1.24). Для рассматриваемой задачи

$$\Delta U_{\text{ВХ,П}} = \frac{\Delta U_{\text{ВЫХ,П}}}{K_H} = 0,1 K_H,$$

откуда $\Delta U_{\text{ВХ,П,В}} = 3,6 \cdot U_{\text{ВХ}} + 2,0$ (мВ), $\Delta U_{\text{ВХ,П,Н}} = -3,6 \cdot U_{\text{ВХ}} - 2,9$ (мВ).

Соответствующие графики приведены на рис. 2.

Зависимость предельных значений погрешностей ИУ по входу
от входного напряжения

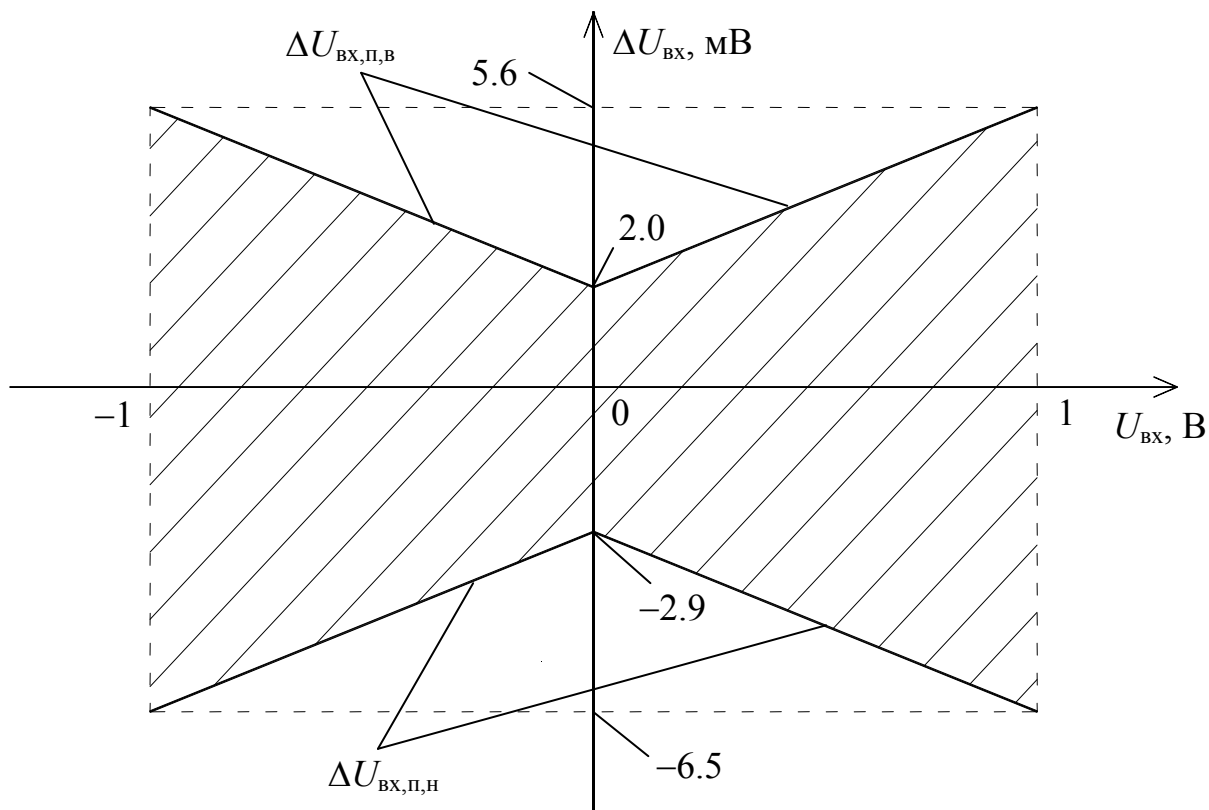


Рис. 2

2.4. Применение измерительной установки. Пример 4

Необходимо измерить напряжение постоянного тока на выходе активного двухполюсника в режиме холостого хода. Измерение произведено с помощью измерительной установки, состоящей из измерительного усилителя (ИУ), на вход которого подается измеряемое напряжение, и цифрового вольтметра (ЦВ), подключенного к выходу измерительного усилителя.

Технические характеристики измерительного усилителя:

- Диапазон входных напряжений ИУ: ± 1 В;
- Номинальный коэффициент усиления $K_n = 10$;
- Класс точности 0,2;
- Входное сопротивление $R_{вх}$ – не менее 10 Мом;
- Выходное сопротивление $R_{вых}$ – не более 1 Ом;
- Входное ток $I_{вх}$ – не более 0,1 мкА.
- нормальная область температур окружающего воздуха 20 ± 5 °С;
- рабочая область температур окружающего воздуха от 0 до + 40 °С.

Технические характеристики цифрового вольтметра:

- конечное значение диапазона измерений $U_k = 20,00$ В;
- цена единицы младшего разряда $q = 0,01$ В;
- класс точности 0,2/0,1;
- входное сопротивление $R = 10 \pm 1$ Мом;
- нормальная область температур окружающего воздуха 20 ± 5 °С;
- рабочая область температур окружающего воздуха от 0 до + 40 °С.

Дано:

- показание вольтметра $U = 7,93$ В;
- температура окружающего воздуха $\Theta = 32$ °С;
- выходное сопротивление активного двухполюсника $r < 10$ кОм.

Требуется:

- Найти искомое напряжение с указанием пределов погрешностей измерения, соответствующих вероятностям $P = 1$ и $P = 0,95$;
- записать результат измерения в стандартной форме.

Решение.

Зная напряжение U на выходе ИУ и номинальный коэффициент усиления, найдем напряжение на входе ИУ:

$$U_{вх} = U/K_n = 0,793 \text{ В.}$$

Теперь необходимо выяснить, считать ли полученное значение $U_{\text{вх}}$ результатом измерения или его следует исправить?

Для решения этого вопроса нужно оценить погрешности от взаимодействия объекта измерения (активного двухполюсника) с ИУ, а также ИУ с цифровым вольтметром. Оценка погрешности от взаимодействия $\Delta_{\text{вз},1}$ активного двухполюсника с измерительным усилителем может быть произведена на основе эквивалентной схемы рис. 2.

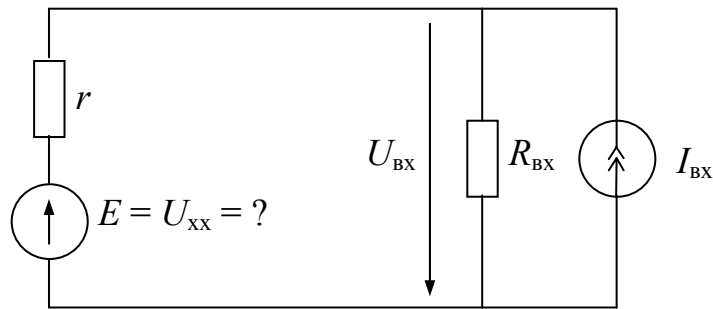


Рис. 2

$$\Delta_{\text{вз},1} = U_{\text{вх}} - E = -U_{\text{вх}}r/R_{\text{вх}} + I_{\text{вх}} \cdot r \cdot R_{\text{вх}} / (r + R_{\text{вх}})$$

Найдем нижнюю ($\Delta_{\text{вз},1,\text{н}}$) и верхнюю ($\Delta_{\text{вз},1,\text{в}}$) границы погрешности $\Delta_{\text{вз},1}$ считая, что ток $I_{\text{вх}}$ может иметь любое направление, но не превышает по модулю предельного значения $I_{\text{вх},\text{п}} = 0,1$ мкА, а $R_{\text{вх}}/(r + R_{\text{вх}}) \approx 1$ при любых значениях $R_{\text{вх}}$ и r , принадлежащих диапазонам заданных для них значений ($R_{\text{вх}} > 10$ МОм, $r < 10$ кОм):

$$\Delta_{\text{вз},1,\text{н}} = -U_{\text{вх}} \cdot r_{\text{max}} / R_{\text{вх},\text{min}} - I_{\text{вх},\text{п}} \cdot r_{\text{max}} = -0,001793 \text{ В.}$$

$$\Delta_{\text{вз},1,\text{в}} = -U_{\text{вх}} \cdot r_{\text{min}} / R_{\text{вх},\text{max}} - I_{\text{вх},\text{min}} \cdot r_{\text{min}} = 0.$$

Оценка погрешности от взаимодействия $\Delta_{\text{вз},2}$ измерительного усилителя с цифровым вольтметром может быть произведена на основе эквивалентной схемы рис. 3. Эта погрешность возникает из-за того, что напряжение холостого хода $U_{\text{вых,хх}}$ на выходе ИУ не совпадает с напряжением U , которое измеряется ЦВ.

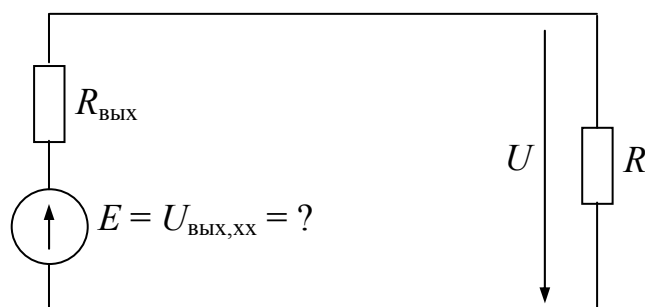


Рис. 3

Для того, чтобы погрешность от взаимодействия ИУ и вольтметра привести ко входу ИУ, ее необходимо разделить на номинальный коэффициент усиления $K_H = 10$. В остальном расчетные формулы не отличаются от формул, использованных в примере 1:

$$\Delta_{ВЗ,2} = (U - E)/K_H = -UR_{ВЫХ}/R K_H;$$

$$\Delta_{ВЗ,2,Н} = -UR_{ВЫХ,max}/R_{min} K_H \approx 10^{-7} \text{ В};$$

$$\Delta_{ВЗ,2,В} = -UR_{ВЫХ,min}/R_{max} K_H = 0.$$

Рассчитаем теперь нижнюю и верхнюю границы суммарной погрешности $\Delta_{ВЗ} = \Delta_{ВЗ,1} + \Delta_{ВЗ,2}$:

$$\Delta_{ВЗ,Н} = \Delta_{ВЗ,1,Н} + \Delta_{ВЗ,2,Н} = -0,001793 \text{ В};$$

$$\Delta_{ВЗ,В} = \Delta_{ВЗ,1,В} + \Delta_{ВЗ,2,В} = 0.$$

Заметим, что для условий данной задачи погрешность от взаимодействия измерительного усилителя и цифрового вольтметра пренебрежимо мала по сравнению с погрешностью от взаимодействия объекта измерения и измерительного усилителя.

Поправку η найдем по формуле:

$$\eta = -(\Delta_{ВЗ,Н} + \Delta_{ВЗ,В})/2 = 0,0008965 \text{ В} \approx 0,0009 \text{ В}.$$

Теперь найдем исправленное значение результата измерения напряжения холостого хода активного двухполюсника:

$$U_{ХХ} = U_{ВХ} + \eta = 0,7939 \text{ В}.$$

Найдем теперь составляющие погрешности полученного результата измерения.

Предел неисключенного остатка погрешности от взаимодействия определим по формуле:

$$\Delta_{ВЗ,П} = (\Delta_{ВЗ,В} - \Delta_{ВЗ,Н})/2 = 0,0008965 \text{ В}.$$

Определим составляющие погрешности результата измерения, вносимые погрешностями измерительного усилителя.

Определим предел основной абсолютной погрешности $\Delta_{о,п,иу}$ ИУ. Для данной задачи $U_{ВХ,Н} = 1 \text{ В}$ – нормирующее значение напряжения на входе ИУ; $c = 0,2$ – класс точности ИУ.

Тогда

$$\Delta_{o,п,иу} = 0,01cU_{вх,н} = 0,002 \text{ В.}$$

Предел дополнительной абсолютной погрешности $\Delta_{д,п,иу}$ ИУ, вызванной отклонением температуры окружающего воздуха от нормального значения (20°C), определим по формуле, приводимой в технической документации на ИУ:

$$\Delta_{д,п,иу} = 0,1 \cdot \Delta_{o,п,иу} \cdot |\Theta - 20| = 0,0024 \text{ В.}$$

Отметим, что все составляющие погрешности результата измерения, вносимые ИУ приведены к его входу. Погрешности, вносимые цифровым вольтметром, измеряющим напряжение на выходе ИУ, также необходимо привести к входу усилителя. Для этого необходимо погрешности, вносимые вольтметром, делить на номинальный коэффициент усиления $K_H = 10$.

Предел основной абсолютной погрешности $\Delta_{o,п,цв}$, вносимой ЦВ и приведенной ко входу ИУ, определим с учетом значения K_H . Для данной задачи $U = 7,93 \text{ В}$ – напряжение на входе ЦВ, $U_K = 20,00 \text{ В}$ – конечное значение диапазона измерений ЦВ; $c = 0,2$ и $d = 0,1$ определены классом точности вольтметра. Тогда

$$\Delta_{o,п,цв} = 0,01[(c - d)|U| + dU_K]/K_H = 0,002793 \text{ В.}$$

Предел дополнительной абсолютной погрешности $\Delta_{д,п,цв}$, вносимой ЦВ и приведенной ко входу ИУ, вызванной отклонением температуры окружающего воздуха от нормального значения (20°C), определим с учетом значения $K_H = 10$:

$$\Delta_{д,п,цв} = 0,1 \cdot \Delta_{o,п,цв} \cdot |\Theta - 20|/K_H = 0,0033516 \text{ В.}$$

Определим предел абсолютной погрешности результата измерения $\Delta_{п}$ для доверительной вероятности $P = 1$:

$$\Delta_{п} = \Delta_{o,п,иу} + \Delta_{o,п,цв} + \Delta_{д,п,иу} + \Delta_{д,п,цв} + \Delta_{вз,п} = 0,0105446 \text{ В.}$$

Для доверительной вероятности $P = 1$ результат измерения можно записать в следующем виде:

$$U_{xx} = 0,794 \pm 0,011 \text{ В, } P = 1.$$

Определим граничное значение абсолютной погрешности результата измерения $\Delta_{г}$ для доверительной вероятности $P = 0,95$:

$$\Delta_{\Gamma} = 1,1 \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta_{i\Pi}^2} = 1,1 \sqrt{\Delta_{0,\text{п,иу}}^2 + \Delta_{\text{д,п,иу}}^2 + \Delta_{0,\text{п,цв}}^2 + \Delta_{\text{д,п,цв}}^2 + \Delta_{\text{вз,п}}^2} = 0,005367 \text{ В.}$$

Для доверительной вероятности $P = 0,95$ результат измерения можно записать в следующем виде:

$$U_{\text{xx}} = 0,7939 \pm 0,0054 \text{ В, } P = 0,95.$$

3. РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

Тема: «Преобразование аналогового стационарного случайного процесса в цифровую форму»

Исследуемый сигнал – электрическое напряжение – представляет собой аналоговый стационарный случайный процесс $X(t)$, математическое ожидание которого $m_x = 0$. Известны его корреляционная функция $K_x(\tau)$ (задание 1) или спектральная плотность мощности $S_x(\omega)$ (задание 2).

Необходимо преобразовать $X(t)$ в цифровую форму так, чтобы относительная среднеквадратическая погрешность δ восстановления этого процесса с помощью линейной интерполяции (задание 1) или ступенчатой экстраполяции (задание 2) не превышала заданного предельного значения $\delta_{\text{п}}$.

Требуется:

1. Выявить технические требования к аналого-цифровому преобразователю (АЦП), позволяющему решить поставленную задачу. Обосновать выбор

- диапазона преобразования АЦП,
- разрядности,
- значения единицы младшего разряда,
- пределов приведенной погрешности,
- времени преобразования.

2. Определить минимальную частоту запуска АЦП (частоту дискретизации).

3. Выбрать микросхему, на базе которой возможно создание АЦП с требуемыми характеристиками.

Исходные данные.

Таблица P1

| № варианта | № задания | $K_x(\tau)$ (№) | $S_x(\omega)$ (№) | σ_x , В | ω_0 , рад/с | T_0 , с | δ_n , % |
|------------|-----------|--------------------|----------------------|----------------|--------------------|-----------|----------------|
| 1 | 1 | 6 | - | 0,1N | 10N | - | 0,1N |
| 2 | 2 | - | 6 | 0,05N | 20N | - | 0,05N |
| 3 | 1 | 2 | - | 0,2N | - | 0,4N | 0,5 |
| 4 | 2 | - | 2 | 0,2N | - | 0,5N | 0,2 |
| 5 | 1 | 1 | - | 0,2N | 10N | - | 0,5 |
| 6 | 2 | - | 1 | 0,1N | 30N | - | 0,2 |
| 7 | 1 | 7 | - | 0,05N | 20N | - | 0,2N |
| 8 | 2 | - | 7 | 0,5N | 30N | - | 1 |
| 9 | 1 | 8 | - | 0,1N | - | 0,1N | 1 |
| 10 | 2 | - | 8 | 0,02N | - | 0,2N | 0,5 |
| 11 | 1 | 3 | - | 0,1N | 5N | 0,05N | 0,15N |
| 12 | 2 | - | 3 | 0,5N | 6N | 0,3N | 0,15N |
| 13 | 1 | 5 | - | 0,2N | - | 0,02N | 0,5 |
| 14 | 2 | - | 5 | 0,02N | - | 0,05N | 0,1N |
| 15 | 1 | 4 | - | 0,15N | - | 0,1N | 0,5 |
| 16 | 2 | - | 4 | 0,25N | - | 0,4N | 0,1N |
| 17 | 1 | 6 | - | 0,25N | 10N | - | 0,2 |
| 18 | 2 | - | 6 | 0,02N | 20N | - | 0,5 |
| 19 | 1 | 1 | - | 0,25N | 6N | - | 0,2 |
| 20 | 2 | - | 1 | 0,02N | 40N | - | 0,5 |
| 21 | 1 | 2 | - | 0,5N | - | 0,25N | 0,5 |
| 22 | 2 | - | 2 | 0,1N | - | 0,15N | 0,5 |
| 23 | 1 | 7 | - | 0,25N | 15N | - | 0,1N |
| 24 | 2 | - | 7 | 0,02N | 5N | - | 0,5 |
| 25 | 1 | 8 | - | 0,05N | - | 0,25N | 0,5 |
| 26 | 2 | - | 8 | 0,5N | - | 0,15N | 0,5 |
| 27 | 1 | 3 | - | 0,02N | 10N | 0,15N | 0,2 |
| 28 | 2 | - | 3 | 0,05N | 20N | 0,2N | 0,1N |
| 29 | 1 | 5 | - | 0,15N | - | 0,2N | 0,5 |
| 30 | 2 | - | 4 | 0,5N | - | 0,4N | 0,5 |
| 31 | 1 | 4 | - | 0,1N | - | 0,3N | 0,5 |
| 32 | 2 | - | 8 | 0,02N | - | 0,3N | 0,5 |
| 33 | 1 | 6 | - | 0,05N | 20N | - | 0,2 |
| 34 | 2 | - | 6 | 0,5N | 10N | - | 0,5 |
| 35 | 1 | 1 | - | 0,1N | 8N | - | 0,5 |
| 36 | 2 | - | 1 | 0,75N | 10N | - | 0,5 |

σ_x – среднеквадратическое отклонение исследуемого сигнала,

ω_0 , T_0 – параметры $K_x(\tau)$ или (и) $S_x(\omega)$,

N – номер группы.

| № в исходных данных | $K_x(\tau)$ | $S_x(\omega)$ |
|---------------------------|--|---|
| 1 | $\sigma_x^2 \cos \omega_0 \tau$ | $\frac{\sigma_x^2}{2} [\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$ |
| 2 | $\sigma_x^2 e^{-\frac{ \tau }{T_0}}$ | $\sigma_x^2 \frac{T_0}{\pi} \left[\frac{1}{1 + (\omega T_0)^2} \right]$ |
| 3 | $\sigma_x^2 e^{-\frac{ \tau }{T_0}} \cos \omega_0 \tau$ | $\frac{\sigma_x^2 T_0 (1 + (\omega_0 T_0)^2 + (\omega T_0)^2)}{\pi (1 + T_0^2 (\omega_0 - \omega)^2) (1 + T_0^2 (\omega_0 + \omega)^2)}$ |
| 4 | $\sigma_x^2 \left(1 - \frac{ \tau }{T_0} \right)$ при $ \tau \leq T_0$, 0 при $ \tau > T_0$. | $\sigma_x^2 \frac{T_0}{2\pi} \left[\frac{\sin\left(\frac{\omega T_0}{2}\right)}{\frac{\omega T_0}{2}} \right]^2$ |
| 5 | $\sigma_x^2 e^{-\frac{ \tau }{T_0}} \left(1 - \frac{ \tau }{T_0} \right)$ | $\sigma_x^2 \frac{2T_0}{\pi} \frac{1}{[1 + (\omega T_0)^2]^2}$ |
| 6 | $\sigma_x^2 \frac{\sin \omega_0 \tau}{\omega_0 \tau}$ | $\frac{\sigma_x^2}{2\omega_0}$ при $ \omega \leq \omega_0$, 0 при $ \omega > \omega_0$ |
| 7 | $\sigma_x^2 (2 \cos \omega_0 \tau - 1) \frac{\sin \omega_0 \tau}{\omega_0 \tau}$ | $\frac{\sigma_x^2}{2\omega_0}$ при $\omega_0 < \omega \leq 2\omega_0$, 0 при $0 \leq \omega \leq \omega_0$, $ \omega > 2\omega_0$ |
| 8 | $\sigma_x^2 e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2}}$ | $\sigma_x^2 \frac{T_0}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(\omega T_0)^2}{4}}$ |

Методические указания к расчетным заданиям.

1). Диапазон преобразования АЦП целесообразно выбирать несколько шире, чем $\pm 3\sigma_x$.

2) Относительная среднеквадратическая погрешность δ восстановления процесса зависит от двух составляющих: погрешности АЦП и погрешности из-за дискретизации и последующего восстановления. Целесообразно выбирать пределы допускаемых значений этих составляющих одинаковыми.

3) При выполнении задания 2 необходимо найти корреляционную функцию $K_x(\tau)$ процесса $X(t)$ по его спектральной плотности $S_x(\omega)$. Правильность решения можно проверить по табл. P2, в которой каждому номеру № в исходных данных поставлены в соответствие аналитические выражения $K_x(\tau)$ и $S_x(\omega)$.

4) Правильность выбора шага дискретизации при дальнейшем восстановлении при помощи линейной интерполяции $T_{ли}$ или ступенчатой экстраполяции $T_{сэ}$ при заданных допускаемых значениях погрешностей восстановления ($\delta_{ли,п}$ или $\delta_{сэ,п}$) и виде нормированной корреляционной функции $r_x(\tau)$ процесса $X(t)$ можно проверить по приближенным формулам, приведенным в табл. P3.

Таблица P3

| № | $r_x(\tau)$ | $T_{ли}$ | $T_{сэ}$ |
|---|---|--|--------------------------------------|
| 1 | $\cos \omega_0 \tau$ | $\frac{\sqrt{8\delta_{ли,п}}}{\omega_0}$ | $\frac{\delta_{сэ,п}}{\omega_0}$ |
| 2 | $e^{-\frac{ \tau }{T_0}}$ | $2T_0\delta_{ли,п}^2$ | $0,5T_0\delta_{сэ,п}^2$ |
| 3 | $e^{-\frac{ \tau }{T_0}} \cos \omega_0 \tau$ | $2T_0\delta_{ли,п}^2$ | $0,5T_0\delta_{сэ,п}^2$ |
| 4 | $1 - \frac{ \tau }{T_0}$ | $2T_0\delta_{ли,п}^2$ | $0,5T_0\delta_{сэ,п}^2$ |
| 5 | $e^{-\frac{\tau}{T_0}} \left(1 - \frac{\tau}{T_0}\right)$ | $T_0\delta_{ли,п}^2$ | $0,25T_0\delta_{сэ,п}^2$ |
| 6 | $\frac{\sin \omega_0 \tau}{\omega_0 \tau}$ | $\frac{4,2\sqrt{\delta_{ли,п}}}{\omega_0}$ | $\frac{1,7\delta_{сэ,п}}{\omega_0}$ |
| 7 | $(2 \cos \omega_0 \tau - 1) \frac{\sin \omega_0 \tau}{\omega_0 \tau}$ | $\frac{1,8\sqrt{\delta_{ли,п}}}{\omega_0}$ | $\frac{0,65\delta_{сэ,п}}{\omega_0}$ |
| 8 | $e^{-\frac{\tau^2}{T_0^2}}$ | $1,5T_0\sqrt{\delta_{ли,п}}$ | $0,7\delta_{сэ,п}T_0$ |

Литература.

1. Конспект лекций по дисциплине «Метрология, стандартизация, сертификация».
2. Конспект лекций по дисциплине «Электрические и компьютерные измерения».