Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Автоматизация и управление технологическими процессами
и производствами»

МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ

Методические указания и задания
к выполнению контрольной работы
ПО КУРСУ «МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»
ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ 220700.62
ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Одобрено
УМКН 220700.62
Саратовского государственного
технического университета
имени Гагарина Ю.А.

Саратов 2012

Цель работы: изучение методик и получение практических навыков обработки результатов измерений и исключения, помощью статистических методов теории вероятности, погрешностей измерений.

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания рассчитаны на студентов заочной формы обучения, изучающих дисциплину «Метрология, стандартизация, сертификация». В методических указаниях приведены примеры решения задач и задания контрольной работы. К выполнению работы студент может приступить при условии полного усвоения соответствующих разделов курса. Номер варианта задания студент получает на занятии.

Контрольная работа оформляется в виде расчетно-пояснительной записки. Текст в расчетно-пояснительной записке разрешается писать на двух сторонах листа белой бумаги форматом 210×297 с полями: слева – 25 мм, справа – 10 мм, сверху – 20 мм, снизу – 25 мм. На титульном листе необходимо указать название работы, номер группы, специальность, фамилию, номер варианта, год выполнения работы.

1. ВЫБОР СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Технические средства, используемые при измерениях и имеющие нормированные метрологические характеристики, называются средствами измерения (СИ).

Расчет погрешности при выборе методов и средств измерений выполняют в соответствии с требованиями ГОСТ 26433.0–85.

Методы и средства измерений принимают в соответствии с характером объекта и измеряемых параметров из условия

$$\delta x_{\sum MET} \leq \delta x_{MET},$$

где $\delta x_{\sum MET}$ – расчетная суммарная погрешность принимаемого метода и средства измерения; δx_{MET} – предельная погрешность измерения.

Вычисляют расчетную погрешность измерения по одной из формул:

$$\delta x_{\sum MET} = \sqrt{\sum_{p=1}^{r} K_p^2 \delta x_p^2 + \left(\sum_{q=1}^{u} K_q \theta x_q \right)^2}$$

или

$$\delta x_{\sum MET} = 2{,}5 \sigma x_{\sum MET} = 2{,}5 \sqrt{\sum_{p=1}^{r} K_p^2 \sigma^2 x_p + \left(\sum_{q=1}^{u} K_q \sigma x_q \right)^2},$$

где δx_p – случайные составляющие погрешности; θx_q – систематические составляющие погрешности; σx_p – средние квадратические случайные составляющие погрешности; σx_q – средние квадратические систематические составляющие погрешности; p = 1, 2…r – число случайных составляющих погрешностей; q = 1, 2…u – число систематических составляющих погрешностей; K_p, K_q – коэффициенты, учитывающие характер зависимости между суммарной и каждой из составляющих погрешностей измерения.

При расчете по указанным формулам принимают, что составляющие погрешности независимы между собой или слабо коррелированны.

Предельную погрешность $\boldsymbol{\delta x_{MET}}$ определяют из условия

$$\boldsymbol{\delta x_{\sum MET}} \le \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\Delta x},$$

где $\boldsymbol{\Delta x}$ – допуск измеряемого геометрического параметра, установленный нормативно-технической документацией на объект измерения; $\boldsymbol{K}$ – коэффициент, зависящий от цели измерений и характера объекта.

Для измерений, выполняемых в процессе и при контроле точности изготовления и установки элементов, а также при контроле точности разбивочных работ принимают $\boldsymbol{K} = 0{,}2$. Для измерений, выполняемых в процессе производства разбивочных работ, $\boldsymbol{K} = 0{,}4$.

Действительная погрешность $\boldsymbol{\delta x_{SMET}}$ выполненных измерений не должна превышать ее предельного значения.

Для случаев, когда процесс измерения состоит из большого числа отдельных операций, на основе принципа равных влияний определяем среднее значение составляющих погрешностей $\boldsymbol{\delta x_{p,q}}$ по формуле:

$$\boldsymbol{\delta_{p,q}} = \frac{\boldsymbol{\delta x_{MET}}}{\sqrt{\boldsymbol{r} + \boldsymbol{u}^2}},$$

где $\boldsymbol{r}$ – число случайных составляющих погрешностей; $\boldsymbol{u}$ – число систематических составляющих погрешностей.

Выделяют те составляющие погрешности, которые легко могут быть уменьшены, увеличивая соответственно значения тех составляющих погрешностей, которые трудно обеспечить имеющимися методами и средствами.

Проверяют соблюдение условия, и в случае несоблюдения этого условия назначаются более точные средства или принимается другой метод измерения.

Пример

Выбрать средство измерения для контроля длины изделия,

$$\boldsymbol{L} = (3600 \pm 2{,}0) \text{ мм } (\boldsymbol{\Delta x} = 4 \text{ мм, ГОСТ 21779–82}).$$

Решение

1. Определяем предельную погрешность измерения $\boldsymbol{\delta x_{MET}}$:

$$\boldsymbol{\delta x_{MET}} = \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\Delta} x = 0{,}2 \cdot 4{,}0 = 0{,}8 \text{ мм.}$$

2. Для выполнения измерений применяем, например, 10-метровую металлическую рулетку 3-го класса точности ЗПКЗ-10АУТ/10 ГОСТ 7502–80.

3. В суммарную погрешность измерения длины изделия рулеткой входят составляющие погрешности: $\boldsymbol{\theta x_1}$ – поверки рулетки; $\boldsymbol{\theta x_2}$ – от погрешности изменения температуры окружающей среды; $\boldsymbol{\theta x_3}$ – от колебания силы натяжения рулетки; $\boldsymbol{\theta x_4}$ – снятия отсчетов по шкале рулетки на левом и правом краях изделия.

Определяем значения этих погрешностей.

3.1. Погрешность $\boldsymbol{\theta x_1}$ поверки рулетки в соответствии с ГОСТ 8.301–78 принимаем равной 0,2 мм.

3.2. Погрешность θx_2 от изменения температуры окружающей среды термометром с ценой деления 1°С (погрешность измерения равна 0,5°С) составляет

$$\theta x_2 = L \cdot \alpha \cdot \Delta t = 3600 \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}5 \approx 0{,}22 \text{ мм.}$$

3.3. Погрешность θx_3 от колебания силы натяжения рулетки составляет

$$\theta x_3 = \frac{L \cdot \Delta P}{F \cdot E} = \frac{3600 \cdot 10}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0{,}09 \approx 0{,}1,$$

где ΔP = 10Н – погрешность натяжения рулетки вручную; F = 2 мм^2 – площадь поперечного сечения рулетки; $E = 2 \cdot 10^5$ Н/мм – модуль упругости материала рулетки.

3.4. Экспериментально установлено, что погрешность снятия отсчета по шкале рулетки не превышает 0,3 мм, при этом погрешность θx_4 снятия отсчетов на левом и правом краях изделия составит

$$\theta x_4 = 0{,}3\ \sqrt{2} \approx 0{,}4 \text{ мм.}$$

4. Определяем расчетную суммарную погрешность измерения по формуле, учитывая, что θx_1 – систематическая погрешность, а θx_2, θx_3 и θx_4 – случайные:

$$\delta x_{\sum MET} = \sqrt{\delta x_1^2 + \delta x_2^2 + \delta x_3^2 + \delta x_4^2} = \sqrt{0{,}26} \approx 0{,}5 \text{ мм.}$$

5. Данные метод и средство измерения могут быть приняты для выполнения измерений, так как расчетная суммарная погрешность измерения $\delta x_{\sum MET}$ = 0,5 мм меньше предельной δx_{MET} = 0,8 мм, что соответствует требованию.

Задание №1

По вышеописанному алгоритму произвести выбор средства измерения с учетом погрешности, используя данные приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для задания №1

Вариант	L, мм	Δx, мм	α	Δt, °С	ΔP, Н	F, мм^2	E, Н/мм
1	3150±2,0	4	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,2	7	2	$2 \cdot 10^5$
2	6000±4,0	8	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,5	12	1,6	$2 \cdot 10^5$
3	4000±6,0	12	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	1,0	10	3	$2 \cdot 10^5$
4	2800±1,0	2	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,7	9	2,5	$2 \cdot 10^5$
5	4500±3,0	6	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,3	11	1	$2 \cdot 10^5$
6	6700±5,0	10	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	2,0	8	2	$2 \cdot 10^5$
7	3150±4,0	8	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,4	12	1,6	$2 \cdot 10^5$
8	6000±6,0	12	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	1,5	10	3	$2 \cdot 10^5$
9	4000±1,0	2	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,7	9	2	$2 \cdot 10^5$
10	2800±3,0	6	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,3	11	1,6	$2 \cdot 10^5$
11	4500±2,0	4	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	2,0	7	3	$2 \cdot 10^5$
12	3150±4,0	8	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,4	12	2,5	$2 \cdot 10^5$
13	6700±6,0	12	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	1,5	8	1	$2 \cdot 10^5$
14	3150±1,0	2	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,2	12	2	$2 \cdot 10^5$

Окончание таблицы 1

Вариант	L, мм	Δx, мм	α	Δt, °C	ΔP, Н	F, мм^2	E, Н/мм
15	4000±3,0	6	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,5	10	1,6	$2\cdot10^5$
16	2800±5,0	10	$12{,}5\cdot10^{-6}$	1,0	9	3	$2\cdot10^5$
17	6700±4,0	8	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,7	11	2	$2\cdot10^5$
18	4500±6,0	12	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,3	7	1,6	$2\cdot10^5$
19	4000±1,0	2	$12{,}5\cdot10^{-6}$	2,0	12	3	$2\cdot10^5$
20	6000±3,0	6	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,4	7	2,5	$2\cdot10^5$
21	6700±2,0	4	$12{,}5\cdot10^{-6}$	1,5	12	1	$2\cdot10^5$
22	4000±4,0	8	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,7	10	2	$2\cdot10^5$
23	3150±6,0	12	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,3	9	1,6	$2\cdot10^5$
24	6700±1,0	2	$12{,}5\cdot10^{-6}$	2,0	11	3	$2\cdot10^5$
25	4000±3,0	6	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,4	8	2	$2\cdot10^5$
26	6000±5,0	10	$12{,}5\cdot10^{-6}$	1,5	12	1,6	$2\cdot10^5$
27	2800±4,0	8	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,3	10	3	$2\cdot10^5$
28	4500±6,0	12	$12{,}5\cdot10^{-6}$	2,0	9	2,5	$2\cdot10^5$
29	6700±1,0	2	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,4	11	1	$2\cdot10^5$
30	6700±3,0	6	$12{,}5\cdot10^{-6}$	1,5	12	2	$2\cdot10^5$
31	2800±2,0	4	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,7	7	1,6	$2\cdot10^5$
32	4000±4,0	8	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,3	12	3	$2\cdot10^5$
33	6000±1,0	2	$12{,}5\cdot10^{-6}$	2,0	10	3	$2\cdot10^5$
34	4500±3,0	6	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,7	9	2,5	$2\cdot10^5$
35	3150±1,0	2	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,3	9	1,6	$2\cdot10^5$
36	6500±6,0	12	$12{,}5\cdot10^{-6}$	1,5	10	3	$2\cdot10^5$
37	4200±1,0	2	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,7	9	2	$2\cdot10^5$
38	3800±3,0	6	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,3	11	1,6	$2\cdot10^5$
39	2500±2,0	4	$12{,}5\cdot10^{-6}$	2,0	7	3	$2\cdot10^5$
40	5150±4,0	8	$12{,}5\cdot10^{-6}$	0,4	12	2,5	$2\cdot10^5$

2. ОБРАБОТКА ОДНОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Прямые однократные измерения являются самыми массовыми. Они проводятся, если при измерении происходит разрушение объекта измерения, отсутствует возможность повторных измерений, существует экономическая целесообразность. Прямые однократные измерения возможны лишь при определенных условиях: достаточный объем априорной информации об объекте измерения, чтобы определение измеряемой величины не вызывало сомнений; изученный метод измерения, его погрешность либо заранее устранена, либо оценена; исправные средства измерений, а их метрологические характеристики соответствуют установленным нормам.

За результат прямого однократного измерения принимается полученная величина. До измерения должна быть проведена априорная оценка составляющих погрешности. При определении доверительных границ погрешности результата измерений доверительная вероятность принимается, как правило, равной 0,95.

Методика обработки результатов прямых однократных измерений приведена в рекомендациях МИ 1552–86 «ГСИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей результатов измерений». Данная методика применима при выполнении следующих условий: составляющие погрешности известны, случайные составляющие распределены по нормальному закону, а неисключенные систематические, заданные своими границами $\boldsymbol{\theta}$, – равномерно.

Составляющими погрешности прямых однократных измерений являются: погрешности средства измерений (СИ), рассчитываемые по их метрологическим характеристикам; погрешность используемого метода измерений; погрешность оператора.

Названные составляющие могут состоять из неисключенных систематических и случайных погрешностей. При наличии нескольких систематических погрешностей доверительная граница результата измерения рассчитывается по формуле:

$$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{k}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\theta}_i^2}\ ,$$

где $\boldsymbol{k}$ – коэффициент, зависящий от $\boldsymbol{P}$, равный 0,95 при $\boldsymbol{P}$ = 0,9 и 1,1 при $\boldsymbol{P}$ = 0,95.

Случайные составляющие погрешности результата измерения выражаются либо СКО $\boldsymbol{S_x}$, либо доверительными границами. В первом случае доверительная граница случайной составляющей погрешности результата прямого однократного измерения определяется через его СКО:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{P}) = z_p \boldsymbol{S}_x\ ,$$

где z_p – точка нормированной функции Лапласа при вероятности P.

Если СКО определены экспериментально при небольшом числе измерений ($\boldsymbol{n}$ < 30), то в данной формуле вместо коэффициента z_p следует использовать коэффициент Стьюдента, соответствующий наименьшему числу измерений.

Найденные значения $\boldsymbol{\theta}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{P})$ используются для оценки погрешности результата прямого однократного измерения. Суммарная погрешность результата измерения определяется в зависимости от соотношения $\boldsymbol{\theta}$ и $\boldsymbol{S_x}$.

Пример. При однократном измерении физической величины получено показание средства измерения $\boldsymbol{x}$ = 10. Определить, чему равно значение измеряемой величины, если экспериментатор обладает следующей априорной информацией о средстве измерений и условиях выполнения измерений: класс точности средства измерений 4,0; пределы измерений 0…50; значение аддитивной поправки $\boldsymbol{\theta_a}$ = 0,5, СКО $\boldsymbol{S_x}$ = 0,1.

Решение.

1.1. Анализируем имеющуюся априорную информацию: класс точности средства измерения, аддитивная поправка, СКО.

1.2. При измерении получено значение: $\boldsymbol{x}$ = 10.

1.3. За пределы неисключенной систематической погрешности принимаем пределы наибольшей абсолютной погрешности прибора, которые находим

$$\Delta = \frac{x_N \gamma}{100} = \frac{50 \cdot 4{,}0}{100} = \pm 2,$$

где x_N – нормирующее значение, в данном случае равное диапазону измерения средства измерения $x_N = 50$; γ – нормируемый предел допускаемой приведенной погрешности, которая определяется из класса точности средства измерения γ = 4,0 %.

Таким образом, $\theta = \pm 2$.

1.4. Находим границы случайной составляющей погрешности измерения $\varepsilon(P) = t_p S_x = 12{,}7 \cdot 0{,}1 = 1{,}27$.

1.5. Определяем суммарную погрешность результата измерения. Так как $\theta > 8S_x$, то за границы суммарной погрешности принимаем границы неисключенной систематической погрешности.

1.6. Определяем предельные значения измерения:

$$x_1 = x - \Delta = 10 - 2 = 8,\ x_2 = x + \Delta = 10 + 2 = 12.$$

1.7. Вносим в результат измерения поправку:

$$X_1 = x_1 + \theta_a = 8 + 0{,}5 = 8{,}5,\ X_2 = x_2 + \theta_a = 12 + 0{,}5 = 12{,}5.$$

1.8. Записываем результат измерения: $X_1 \le X \le X_2$, $8{,}5 \le X \le 12{,}5$.

Задание №2

Определить, чему равно значение измеряемой величины при однократном измерении, используя данные в табл. 2.

Таблица 2

Исходные данные к заданию №2

Результаты измерений и характеристики средств измерений

1	15	0…40	0,1	– 0,5	21	75	0…100	1	0,1
2	25	0…30	1	0,5	22	19	0…50	0,4	– 0,2
3	31	0…50	4	0,5	23	45	0…60	5	0,3
4	24	0…90	2	0,5	24	5	0…20	0,1	– 0,3
5	27	0…40	0,2	– 0,1	25	14	0…30	2	– 0,5
6	85	0…90	5	0,4	26	26	0…40	4	0,3
7	68	0…100	3	0,6	27	18	0…20	0,2	0,1
8	59	0…90	0,4	– 0,5	28	5	0…10	3	0,6
9	35	0…60	3	– 0,6	29	16	0…30	0,5	– 0,1
10	45	0…100	0,1	0,1	30	33	0…50	0,2	0,3
11	64	0…90	1	– 0,4	31	25	0…40	5	– 0,4
12	86	0…100	0,5	0,5	32	56	0…60	1	0,5
13	28	0…50	2	– 0,4	33	82	0…90	0,1	– 0,3
14	55	0…100	0,2	– 0,1	34	27	0…50	3	– 0,6
15	52	0…60	5	– 0,6	35	11	0…15	2	0,3
16	12	0…50	4	– 0,4	36	14	0…30	0,4	– 0,2
17	8	0…40	0,4	– 0,2	37	21	0…40	5	– 0,5
18	4	0…10	5	– 0,5	38	27	0…50	0,2	– 0,2
19	7	0…30	0,1	0,5	39	35	0…50	4	0,3
20	5	0…15	0,2	– 0,1	40	44	0…60	0,5	– 0,5

3. ГРУБЫЕ ПОГРЕШНОСТИ И МЕТОДЫ ИХ ИСКЛЮЧЕНИЯ

Грубая погрешность, «выброс» или «промах» – это погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд отдельных измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда. Источником грубых погрешностей бывают резкие изменения условий измерения и ошибки, допущенные оператором:

- неправильный отсчет по шкале измерительного прибора, происходящий из-за неверного учета цены малых делений шкалы;
- неправильная запись результата наблюдений, отдельных мер использованного набора магазина мер, например гирь;
- хаотические изменения параметров питающего средство измерения напряжения, например его частоты или амплитуды.

Грубые погрешности, как правило, возникают при однократных измерениях и обычно устраняются путем повторных измерений. Их причинами могут быть внезапные и кратковременные изменения условий измерения или оставшиеся незамеченными неисправности в аппаратуре.

Корректная статистическая обработка выборки возможна только при ее однородности, то есть в том случае, когда все ее члены принадлежат к одной и той же генеральной совокупности. В противном случае обработка данных бессмысленна. «Чужие» отсчеты по своим значениям могут существенно не отличаться от «своих» отсчетов. Их можно обнаружить только по виду гистограмм или дифференциальных законов распределения. Наличие таких аномальных отсчетов принято называть **загрязнениями** выборки, однако выделить члены выборки, принадлежащие каждой из генеральных совокупностей, практически невозможно.

Если «свои» и «чужие» отсчеты различаются по значениям, то их исключают из выборки. Особую неприятность доставляют отсчеты, которые хотя и не входят в компактную группу основной массы отсчетов выборки, но и не удалены от нее на значительное расстояние, так называемые предполагаемые. Отбрасывание «слишком» удаленных от центра выборки отсчетов называется **цензурированием** выборки. Это осуществляется с помощью специальных критериев.

Критерии исключения грубых погрешностей

При однократных измерениях обнаружить промах не представляется возможным. Для уменьшения вероятности появления промахов, измерения проводят два-три раза и за результат принимают среднее арифметическое полученных отсчетов. При многократных измерениях для обнаружения промахов используют статистические критерии, предварительно определив, какому виду распределения соответствует результат измерений.

Вопрос о том, содержит ли результат наблюдений грубую погрешность, решается общими методами проверки статистических гипотез. Проверяемая гипотеза состоит в утверждении, что результат x_i не содержит грубой погрешности, то есть является одним из значений измеряемой величины. Пользуясь определенными статистическими критериями, пытаются опровергнуть выдвинутую гипотезу. Если это удается, то результат наблюдений, рассматривается как содержащий грубую погрешность, и его исключают.

Для выявления грубых погрешностей задаются доверительной вероятностью $\boldsymbol{p}$ (уровнем значимости $\boldsymbol{q} = 1 - \boldsymbol{p}$) того, что сомнительный результат действительно мог иметь место в данной совокупности результатов измерений. На практике обычно используют уровень значимости $\boldsymbol{q} = 0{,}05$ (результат получается с 95% доверительной вероятностью.

Критерий «трех сигм» применяется для результатов измерений, распределенных по нормальному закону. По этому критерию считается, что результат, возникающий с вероятностью $p \le 0{,}003$, маловероятен и его можно считать промахом, если

$$\left| \overline{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{x}_1 \right| > 3\,\boldsymbol{S}_x ,$$

где $\overline{\boldsymbol{x}} = \dfrac{1}{\boldsymbol{n}} \sum\limits_{i=1}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{x}_i$ – среднее арифметическое значение измеряемой величины, $\boldsymbol{S}_x = \overline{\boldsymbol{\sigma}} = \sqrt{\dfrac{1}{\boldsymbol{n}-1} \sum\limits_{i=1}^{\boldsymbol{n}} \left(\boldsymbol{x}_i - \overline{\boldsymbol{x}}\right)^2}$ – оценка **среднеквадратического отклонения** (СКО) измерений.

Величины $\overline{\boldsymbol{x}}$ и $\boldsymbol{S}_x$ вычисляют без учета экстремальных значений $\boldsymbol{x}_i$. Данный критерий надежен при числе измерений $\boldsymbol{n} \ge 20 \ldots 50$.

Это правило считается слишком жестким, поэтому рекомендуется назначать границу цензурирования в зависимости от объема выборки: при $6 < \boldsymbol{n} \le 100$ она равна $4\boldsymbol{S}_x$; при $100 < \boldsymbol{n} \le 1000$ – $4{,}5\boldsymbol{S}_x$; при $1000 < \boldsymbol{n} \le 10000$ – $5\boldsymbol{S}_x$. Данное правило применимо только для нормального закона распределения. В общем случае границы цензурирования $\boldsymbol{t}_{ГР}$ при уровне значимости $\boldsymbol{q} < 1/(\boldsymbol{n}+1)$ определяются уравнением:

$$\boldsymbol{t}_{ГР} = 1{,}55 + 0{,}8\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon} - 1}\,\boldsymbol{lg}(\boldsymbol{n}/10),$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – эксцесс распределения. Данные выражения применимы для:

- кругловершинных двухмодальных распределений с $\boldsymbol{\varepsilon} = 1{,}5;\ldots;3$, являющихся композицией дискретного двузначного и нормального распределений;
- островершинных и двухмодальных распределений с $\boldsymbol{\varepsilon} = 1{,}5;\ldots;6$, являющихся композицией дискретного двузначного распределения и распределения Лапласа;
- композиций равномерного и экспоненциальных распределений с показателем степени $\boldsymbol{\alpha} = 1/2$ при $\boldsymbol{\varepsilon} = 1{,}8;\ldots;6$,
- экспоненциальных распределений с $\boldsymbol{\varepsilon} = 1{,}5;\ldots;6$.

Критерий максимального относительного отклонения применяется, если имеется выборка небольшого объема: $\boldsymbol{n} \le 25$. При этом вычисляется максимальное относительное отклонение:

$$\frac{\left|x_i - \overline{x}\right|}{S_x} \le \nu_{1-P},$$

где x_i – крайний (наибольший или наименьший) элемент выборки, по которой подсчитывались среднее арифметическое $\overline{x}$ и оценка **среднего квадратического отклонения** (СКО) S_x; ν_{1-P} – табличное значение статистики ν (табл.3), вычисленной при доверительной вероятности $q = 1 - p$.

Для выделения аномального значения необходимо вычислить

$$\nu = \frac{\left|x_i - \overline{x}\right|}{S_x},$$

которое затем сравнить с табличным значением ν_{1-P} (табл. 1): $\nu \le \nu_{1-p}$.

Если это неравенство соблюдается, то наблюдение не отсеивают; если не соблюдается, то наблюдение исключают. После исключения того или иного наблюдения или нескольких наблюдений характеристики эмпирического распределения должны быть пересчитаны по данным сокращенной выборки.

Таблица 3

Квантили распределения максимального относительного отклонения ν_{1-P}

n	Уровни значимости q				n	Уровни значимости q			
	0,10	0,05	0,025	0,01		0,10	0,05	0,025	0,01
3	1,406	1,412	1,414	1,414	15	2,326	2,493	2,638	2,808
4	1,645	1,689	1,710	1,723	16	2,354	2,523	2,670	2,837
5	1,791	1,869	1,917	1,955	17	2,383	2,551	2,703	2,874
6	1,894	1,996	2,067	2,130	18	2,404	2,577	2,728	2,903
7	1,974	2,093	2,182	2,265	19	2,432	2,604	2,750	2,931
8	2,041	2,172	2,273	2,374	20	2,447	2,623	2,779	2,959
9	2,097	2,237	2,349	2,464	21	2,470	2,640	2,800	2,980
10	2,146	2,294	2,414	2,540	22	2,486	2,664	2,823	3,008
11	2,190	2,343	2,470	2,606	23	2,504	2,680	2,841	3,032
12	2,229	2,387	2,519	2,663	24	2,521	2,701	2,862	3,051
13	2,264	2,426	2,563	2,714	25	2,540	2,720	2,880	3,070
14	2,297	2,461	2,602	2,759	26	2,553	2,734	2,897	3,089

Критерий Романовского применяется, если число измерений $n < 20$. При этом вычисляется отношение:

$$\left|\left(\overline{x} - x_i\right)/S_x\right| = \beta$$

и сравнивается с критерием β_T, выбранным из табл. 4. Если $\beta \ge \beta_T$, то результат x_i считается промахом и отбрасывается.

Таблица 4

Значения критерия Романовского $\beta = f(n)$

q	n = 4	n = 6	n = 8	n = 10	n = 12	n = 15	n = 20
0.01	1.73	2.16	2.43	2.62	2.75	2.90	3.08
0.02	1.72	2.13	2.37	2.54	2.66	2.80	2.96
0.05	1.71	2.10	2.27	2.41	2.52	2.64	2.78
0.10	1.69	2.00	2.17	2.29	2.39	2.49	2.62

Критерий Шарлье используется, если число наблюдений в ряду велико ($n > 20$). Тогда по теореме Бернули число результатов, превышающих по абсолютному значению среднее арифметическое значение на величину, $K_Ш S_x$, будет:

$$k = n[1 - \Phi(K_Ш)],$$

где $\Phi(K_Ш)$ - значение нормированной функции Лапласа для $X = K_Ш$. Если сомнительным в ряду результатов наблюдений является один результат, то есть $k = 1$, тогда $n[1 - \Phi(K_Ш)]$ = 1. Отсюда $\Phi(K_Ш) = (n - 1)/n$. Значения критерия Шарлье приведены в табл. 5.

Таблица 5

Значения критерия Шарлье

n	5	10	20	30	40	50	100
$K_Ш$	1,3	1,65	1,96	2,13	2,24	2,32	2,58

Пользуясь критерием Шарлье, отбрасывают результат, для значения которого в ряду из n наблюдений выполняется неравенство $\left| x_i - \bar{x} \right| > K_Ш S_X$.

Вариационный критерий Диксона – удобный и достаточно мощный (с малыми вероятностями ошибок). При его применении полученные результаты наблюдений записывают в вариационный возрастающий ряд $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ($x_1 < x_2 < \ldots < x_n$). Критерий Диксона определяется, как

$$K_Д = (x_n - x_{n-1})/(x_n - x_1).$$

Таблица 6

Значения критерия Диксона Z_q

q	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 10$	$n = 14$	$n = 16$	$n = 18$	$n = 20$	$n = 30$
0.10	0,68	0,56	0,48	0,43	0,40	0,35	0,29	0,28	0,26	0,24	0,22
0.05	0,76	0,64	0,56	0,51	0,47	0,41	0,35	0,33	0,31	0,30	0,26
0.02	0,85	0,73	0,64	0,59	0,54	0,48	0,41	0,39	0,37	0,36	0,31
0.01	0,89	0,78	0,70	0,64	0,59	0,53	0,45	0,43	0,41	0,39	0,34

Критическая область для этого критерия $p(K_Д > Z_q) = q$. Значения Z_q приведены в табл. 6.

Критерий Шовине можно использовать, если число измерений невилико (до 10). В этом случае промахом считается результат x_i, если разность $\left|\bar{x} - x_i\right|$ превышает значения S_x, приведенные, ниже в зависимости от числа измерений (табл. 7).

Таблица 7

Значения критерия Шовине

Число измерений n	3	6	8	10
$\left\|\bar{x} - x_i\right\|$	1,6 S_x	1,7 S_x	1,9 S_x	2,0 S_x

Критерий исключения грубых погрешностей из результатов наблюдений, рекомендуемый ГОСТ 8.207 – 76. При исключении грубых погрешностей по этому критерию необходимо провести следующие операции.

1. Результаты группы из n наблюдений, которые называют **объемом выборки**, упорядочивают по возрастанию $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_n$. Затем вычисляются оценки среднего арифметического значения $\bar{x}$ и СКО наблюдений S_x данной выборки. Для предполагаемых промахов, которыми могут быть, например результаты x_1 и x_n, проводят расчет коэффициентов:

$$t_1 = \frac{|x_1 - \bar{x}|}{S_x}, \qquad t_n = \frac{|x_n - \bar{x}|}{S_x}.$$

2. Задаются уровнем значимости критерия ошибки q, то есть наибольшей вероятностью того, что используемый критерий может дать ошибочный результат. Следовательно, этот уровень должен быть достаточно малым, чтобы вероятность ошибки была невелика. Из табл. 8 по заданным величинам q и n находят предельное (граничное) значение коэффициента:

$$t_Г = \frac{max|x_1 - \bar{x}|}{S_x}.$$

3. Выполняют сравнение определяемых коэффициентов, с табличными значениями. Если $t_1 > t_Г$ и $t_n > t_Г$, то x_1 и x_n относятся к промахам и исключаются из результатов наблюдений.

Как видно из данных табл. 8, с уменьшением уровня значимости параметра q коэффициент $t_Г$ увеличивается при данном числе наблюдений n. Это означает, что при выборе меньшей величины q все меньшее число результатов наблюдений может быть отнесено к промахам, поскольку усложняется выполнение условия $t_1 > t_Г$; поэтому слишком малые значения q не используют и они отсутствуют в табл. 8.

Таблица 8

Предельное значение коэффициента $t_Г$

Число наблю дений n	Предельное значение $t_Г$ при уровне значимости q				Число наблю дений n	Предельное значение $t_Г$ при уровне значимости q			
	0,100	0,075	0,050	0,025		0,100	0,075	0,050	0,025
3	1,15	1,15	1,15	1,15	12	2,13	2,20	2,29	2,41
4	1,42	1,44	1,46	1,48	13	2,17	2,24	2,33	2,47
5	1,60	1,64	1,67	1,72	14	2,21	2,28	2,37	2,50
6	1,73	1,77	1,82	1,89	15	2,25	2,32	2,41	2,55
7	1,83	1,88	1,94	2,02	16	2,28	2,35	2,44	2,58
8	1,91	1,96	2,03	2,13	17	2,31	2,38	2,48	2,62
9	1,98	2,04	2,11	2,21	18	2,34	2,41	2,50	2,66
10	2,03	2,10	2,18	2,29	19	2,36	2,44	2,53	2,68
11	2,09	2,14	2,23	2,36	20	2,38	2,46	2,56	2,71

Применение рассмотренных критериев требует осмотрительности и учета объективных условий измерений. Конечно, оператор должен исключить результат наблюдения с явно грубой погрешностью и выполнить новое измерение. Но он не имеет права отбрасывать более или менее резко отличающиеся от других результаты наблюдений. В сомнительных случаях лучше сделать дополнительные измерения (не взамен сомнительных, а кроме них) и затем привлекать на помощь рассмотренные выше статистические критерии. Применяют также другие критерии.

Пример 1. Статистический ряд наблюдений при измерении сопротивления тензорезистивного датчика усилия резания 9,992; 9,995; 9,997; 9,999; 10,000; 10,001; 10,003; 10,005; 10,007; 10,121 *Ом*. Подозрительным является $\boldsymbol{R}_{10}$ = 10,121 *Ом*. Проверить, не является ли он промахом по критерию, рекомендуемому ГОСТ 8.207 – 76.

Решение.

а). Среднее арифметическое $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{100{,}12}{10} = 10{,}012\,Ом$.

б). Оценка СКО $S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{0{,}0144}{9}} = 0{,}04\,Ом$.

в). $t_{10} = \frac{|x_{10} - \bar{x}|}{S_x} = \frac{|10{,}121 - 10{,}012|}{0{,}04} = 2{,}72$.

г). При n =10 и всех значениях q (табл. 8) t_{10} = 2.72 > $t_Г$, поэтому $\boldsymbol{R}_{10}$ отбрасываем, как грубую погрешность.

Пример 2. При диагностировании системы подачи смазки в направляющие станка результаты пяти измерений расхода смазки составили 22; 24; 26; 28; 30 *г* на 10 *циклов* работы. Последний результат вызывает сомнение. Проверить его по критерию Романовского, не является ли этот результат промахом.

Решение.

а). Среднее арифметическое значение расхода без учета последнего результата, то есть для четырех измерений

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{22+24+26+28}{4} = \frac{100}{4} = 25 \text{ г на 10 циклов}.$$

б). Оценка СКО $S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{9+1+1+9}{3}} \approx 2{,}6$ *г* на 10 *циклов*.

в). Так как $n < 20$, то по критерию Романовского при уровне значимости $q = 0{,}01$ и $n = 4$ табличный коэффициент $\beta_T = 1{,}73$ (табл.4).

г). Вычислим коэффициент критерия Романовского для последнего, пятого измерения: $\left|\left(\bar{x} - x_i\right)/S_x\right| = \beta = |(25-30)|/2{,}6 = 1{,}92 > 1{,}73$. Критерий Романовского свидетельствует о необходимости отбрасывания последнего результата измерения.

Пример 3. Было проведено 5 измерений напряжения в электросети. Получены следующие результаты: 127,1; 127,2; 126,9; 127,6; 127,2 *В*. Результат

127,6 *В* (на первый взгляд) существенно отличается от остальных. Проверить, не является ли он промахом, с помощью критерия Диксона.

Решение.

а). Составим вариационный ряд из результатов измерений напряжения в электросети: 126,9; 127,1; 127,2; 127,2; 127,6 *В*.

б). Вычислим критерий Диксона для крайнего члена ряда (127,6 *В*):

$$\boldsymbol{K_{Д}} = \left(\boldsymbol{x_n} - \boldsymbol{x_{n-1}}\right) / \left(\boldsymbol{x_n} - \boldsymbol{x_1}\right) = (127{,}6 - 127{,}2/(127{,}6 - 126{,}9) = 0{,}4/0{,}7 \approx 0{,}57.$$

в). Как следует из табл. 6, по критерию Диксона при $\boldsymbol{n} = 5$ $\boldsymbol{K_{Д}} \approx 0{,}57 > \boldsymbol{Z_q} = 0{,}56$ только лишь на уровне значимости $\boldsymbol{q} = 0{,}10$. По этому критерию результат 127,6 *В* может быть отброшен как промах лишь на уровне значимости $\boldsymbol{q} = 0{,}10$.

Задание №3

С помощью критериев, подходящих по числу измерений, проверить, есть ли в приведенных данных измерения (табл. 9) грубые погрешности.

Таблица 9

Вариант	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}
1	4,3	4,4	4,6	4,2	4,3	4,6	4,5	4,3	4,6	4,9	4,3	4,6	4,5	4,7	3,8	4,5	4,6	4,3	4,6
2	3,5	3,1	3,6	3,2	3,3	3,4	3,3	3,2	3,4	3,3	3,5	3,3	3,4	3,6	3,3	3,2			
3	5,8	6,1	5,4	5,7	5,4	5,6	5,5	5,4	5,6	5,5	5,3	5,1	5,6	5,4	5,5	5,4	5,6		
4	9,5	10,6	9,4	9,2	9,5	9,3	9,2	9,2	9,3	9,3	9,4	9,1	9,2	9,5	9,2	9,4	9,3	9,4	
5	22,1	22,2	22,1	22,3	22,3	22,1	22,4	22,3	22,6	26,1	22,3	22,4	23,6	22,3	22,7	23,3	22,1	22,3	22,1
6	10,3	10,1	10,2	10,1	10,3	10,2	10,9	11,2	10,4	10,3	10,4	10,3	10,2	10,1	10,3	10,2	10,2	11,2	
7	2,3	2,3	2,1	2,4	2,3	2,6	2,1	2,3	2,4	2,6	2,3	2,7	3,3	2,1	2,3	2,1			
8	5,5	5,6	5,4	5,9	5,5	5,6	5,7	5,4	5,5	5,7	6,3	5,4	5,6	5,9	5,8				
9	124	126	122	124	115	123	125	125	125	122	124	126	122	124	115	128	123	125	122
10	282	285	282	285	284	285	285	284	285	283	292	292	283	285					
11	40,5	40,3	41,1	40,8	40,6	40,5	41,4	40,6	41,3	40,5	40,7	45,2	40,2	40,5	40,6	41,1			
12	6,5	6,4	6,7	6,6	6,5	6,4	6,2	6,1	6,4	6,7	6,5	6,4	6,7	7,4	6,6	6,4	6,5		
13	46	42	43	46	45	43	46	49	43	46	45	47	38	45	46	43	46		
14	93	94	91	92	95	92	94	93	94	95	106	94	92	95	93	92	92	93	91
15	11,2	10,2	10,3	10,1	10,2	10,1	10,3	10,2	10,9	11,2	10,4	10,3	10,4	10,3	10,2	10,1	10,3	10,2	10,2
16	23,1	23,5	23,1	23,6	23,2	23,3	23,4	23,3	23,2	23,4	23,3	23,5	23,3	23,4	23,6	23,3	23,2		
17	17,4	17,3	17,2	17,6	17,4	17,5	17,4	17,6	17,9	17,4	17,2	17,1	17,4	17,5	17,6	18,7	17,5	17,6	17,2
18	15,2	15,4	15,3	15,4	15,3	15,2	15,6	15,4	15,3	15,2	15,8	15,4	16,2	15,5	15,3	15,4			
19	4,3	4,4	4,5	4,6	4,2	4,1	4,3	4,5	4,4	4,3	4,6	4,8	4,2	4,7	4,6	5,3	4,1	4,5	4,5
20	7,2	7,6	7,4	7,5	7,4	7,6	7,9	7,4	7,2	7,1	7,4	7,5	7,6	8,7	7,5	7,6	7,2		
21	24,6	24,2	24,4	24,3	24,3	24,6	24,8	24,2	24,7	24,6	25,3	24,9	24,3	24,4	24,3	24,1			
22	11,2	11,6	12,3	11,2	11,3	11,4	11,3	11,3	11,3	11,3	11,6	12,3	11,2	11,3	11,4	11,3	11,3	11,3	11,3
23	484	485	484	485	483	485	484	485	482	481	484	494	485	484	483	492	484		
24	15,1	15,2	15,5	15,4	15,5	15,3	15,4	15,4	15,5	15,3	15,5	15,4	15,6	16,2	15,4	15,6	15,5		
25	4,8	5,1	4,7	4,6	4,4	4,5	4,4	4,6	4,5	4,3	5,1	4,6	5,2	4,5	4,4	4,6			

Окончание таблицы 9

Вариант	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}
26	46,4	46,2	46,1	46,4	46,7	46,4	46,7	46,3	46,8	46,5	46,4	46,7	46,6	46,5	46,4	46,5	46,1		
27	1,6	1,5	1,7	1,5	1,4	1,5	1,8	2,2	1,5	1,6	1,4	1,5	1,4	1,7	1,5				
28	6,6	6,5	6,5	6,8	6,9	6,5	6,6	6,5	6,7	6,5	7,3	6,4	6,5	6,5	6,6	6,4	6,5		
29	12,1	12,2	12,5	12,4	12,5	12,3	12,4	12,4	12,5	12,3	12,5	12,4	12,6	12,2	12,6	12,2	12,4	12,6	12,5
30	11,8	11,7	11,8	11,9	11,6	11,8	11,7	11,8	11,6	11,9	11,7	11,5	10,6	11,6					
31	25,6	25,5	25,8	25,3	25,5	25,4	25,9	25,5	25,6	25,7	25,4	25,5	25,7	26,3	25,4	25,6	25,8		
32	5,9	6,2	5,8	5,6	5,7	6,1	5,9	5,8	6,9	5,8	5,7	5,8	5,8	5,7	5,9	5,8	6,2	5,8	6,5
33	11,6	11,5	11,7	11,5	11,4	11,5	11,8	12,2	11,5	11,6	11,4	11,5	11,4	11,7	11,5	11,6	11,7		
34	4,8	4,6	4,7	4,8	4,6	4,9	4,6	4,8	4,7	4,8	4,6	4,8	3,9	4,7	4,5				
35	2,3	2,7	2,8	2,5	2,3	2,5	2,3	2,4	2,5	2,6	2,9	3,2	2,6	2,1	2,5	2,2	2,8		
36	4,5	4,3	4,1	4,8	4,6	4,4	4,6	4,3	4,5	4,3	4,4	4,5	4,7	5,2	4,2	4,5	4,1		
37	16,3	16,8	16,5	16,4	16,7	16,5	16,4	16,2	16,1	16,4	16,7	16,5	16,4	16,7	17,4	16,6	16,5		
38	1,7	1,5	1,4	1,6	1,5	2,2	1,5	1,4	1,7	1,5	1,5	1,7	1,5						
39	12,6	12,8	12,4	12,5	12,5	12,4	12,6	12,2	12,4	11,5	12,3	12,5	12,7	12,4	12,3	12,2			
40	11,8	10,6	10,5	10,6	10,4	10,7	10,4	10,9	10,4	10,5	10,7	10,4	10,6	10,5	10,6	10,6	10,4	10,6	10,4

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

1. Исключение известных систематических погрешностей из результатов наблюдений или измерений выполняют введением поправок к этим результатам. Поправки по абсолютному значению равны этим погрешностям и противоположны им по знаку.

2. Введением поправок исключают: погрешность, возникающую при измерении из-за отклонений действительной температуры окружающей среды от нормальной; погрешность, возникающую при измерении из-за отклонений атмосферного давления от нормального; погрешность, возникающую при измерении из-за отклонений относительной влажности окружающего воздуха от нормальной; погрешность, возникающую при измерении из-за отклонений относительной скорости движения внешней среды от нормальной; погрешность, возникающую вследствие искривления светового луча (рефракции); погрешность шкалы средства измерения; погрешность, возникающую вследствие несовпадения направлений линии измерения и измеряемого размера.

3. Поправки по указанным погрешностям вычисляют в соответствии с указаниями табл. 10.

Таблица 10

Поправки для исключения систематических погрешностей

Наименование поправок	Указания по определению поправок
1. Поправка на температуру окружающей среды	$\boldsymbol{\theta x}_{\boldsymbol{КОР},\boldsymbol{t}} = -\boldsymbol{L}\left[\boldsymbol{\alpha}_1\left(\boldsymbol{t}_1 - 20\,°\boldsymbol{C}\right) - \boldsymbol{\alpha}_2\left(\boldsymbol{t}_2 - 20\,°\right)\right]$
2. Поправка на атмосферное давление	Определяется при применении электроннооптических средств измерений в соответствии с эксплуатационной документацией

3. Поправка на относительную влажность окружающего воздуха	$\theta x_{КОР,w}$ определяется: при применении электронно-оптических средств измерений в соответствии с эксплуатационной документацией; при измерении объектов, изменяющих размеры в зависимости от влажности воздуха в соответствии со свойствами материала
4. Поправка на относительную скорость внешней среды	$\theta x_{КОР,c} = \frac{Q^2 l}{24P^2}$
5. Поправка на длину шкалы средства измерения	$\theta x_{КОР,l} = \frac{L}{l_{НОМ}} \Delta l$
6. Поправка на несовпадение направлений линии измерения и измеряемого размера	$\theta x_{КОР,h} = \frac{h^2}{2L}$
7. Поправка на рефракцию	$\theta x_{КОР,r}$ определяется при применении оптических или электроннооптических приборов в зависимости от условий измерения по специальной методике

Обозначения, принятые в таблице: L – непосредственно измеряемый размер, мм; $l_{НОМ}$ – номинальная длина мерного прибора, мм; l_i – действительная длина мерного прибора, мм; $\Delta l = l_i - l_{НОМ}$; α_1, α_2 – коэффициенты линейного расширения средства измерения и объекта, 10^{-6} град$^{-1}$; t_1, t_2 – температура средства измерения и объекта, °С; h – величина отклонения направления измерения от направления измеряемого размера, мм; Q – предельное значение допустимой силы ветра, Н; P – сила натяжения мерного прибора (рулетки, проволоки), Н.

4. Поправки могут не вноситься, если действительная погрешность измерения не превышает предельной.

Пример. Определить систематические погрешности и записать результат с учетом различных параметров.

Получен результат измерения длины стальной фермы x_i = 24 003 мм. Измерение выполнялось трехметровой рулеткой из нержавеющей стали при t = –20 °С. При этом $\alpha_1 = 20{,}5\times10^{-6}$, $\alpha_2 = 12{,}5\times10^{-6}$, $t_1 = t_2 = -20$ °С, $l_{НОМ}$ = 3000 мм, l_i = 3002 мм, h = 35 мм, P = 9 Н, Q = 1,2 Н.

Решение.

1. Поправка на температуру окружающей среды

$$\theta x_{КОР,t} = -L[\alpha_1(t_1 - 20°C) - \alpha_2(t_2 - 20°)] =$$

$$= -24003\,[20{,}5\times10^{-6}(-20-20) - 12{,}5\times10^{-6}(-20-20)] \approx 7{,}7 \text{ мм.}$$

Действительную длину x_i фермы с учетом поправки на температуру окружающей среды принимаем равной

$$x_i + \theta x_{КОР,t} = 24003 + 7{,}7 = 24010{,}7 \text{ мм.}$$

2. Поправка на относительную скорость внешней среды

$$\theta x_{КОР,c} = \frac{Q^2 l_{НОМ}}{24P^2} = \frac{1{,}2^2 \cdot 3000}{24\cdot 9^2} = 2{,}22 \text{ мм.}$$

Действительную длину x_i фермы с учетом поправки на относительную скорость внешней среды принимаем равной

$$x_i + \theta x_{КОР,c} = 24003 + 2{,}22 = 24005{,}22 \text{ мм.}$$

3. Поправка на длину шкалы средства измерения

$$\theta x_{КОР,l} = \frac{L}{l_{НОМ}} \Delta l .$$

$$\Delta l = l_i - l_{НОМ} = 3002 - 3000 = 2 \text{ мм.}$$

$$\theta x_{КОР,l} = \frac{24003}{3000} 2 = 16{,}002 \text{ мм.}$$

Действительную длину x_i фермы с учетом поправки на длину шкалы средства измерения принимаем равной

$$x_i + \theta x_{КОР,l} = 24003 + 16{,}002 = 24019{,}002 \text{ мм.}$$

4. Поправка на несовпадение направлений линии измерения и измеряемого размера

$$\theta x_{КОР,h} = \frac{h^2}{2L} = \frac{35^2}{2 \cdot 24003} = 0{,}025 \text{ мм.}$$

Действительную длину x_i фермы с учетом поправки несовпадения направлений линии измерения и измеряемого размера принимаем равной

$$x_i + \theta x_{КОР,h} = 24003 + 0{,}025 = 24003{,}025 \text{ мм.}$$

Действительную длину x_i фермы с учетом всех поправок принимаем равной

$$x_i + \theta x_{КОР,t} + \theta x_{КОР,c} + \theta x_{КОР,l} + \theta x_{КОР,h} =$$

$$= 24003 + 7{,}7 + 2{,}22 + 16{,}002 + 0{,}025 = 24028{,}9 \text{ мм.}$$

Задание №4

Определить систематические погрешности и записать результат с учетом различных параметров. Данные результатов измерений приведены в табл. 11.

Таблица 11

Вариант	L, мм	$l_{НОМ}$, мм	l_i, мм	t, °С	$t_1 = t_2$, °С	h, мм	P, Н	Q, Н
1	17983	3000	3001	–15	–15	27	8	0,7
2	13005	3000	3002	13	13	32	12	0,3
3	24153	3000	3001	24	24	15	10	1,5
4	59670	10000	10001	–19	–19	39	9	0,9
5	40309	5000	5002	7	7	21	11	0,2
6	28012	3000	3001	9	9	24	7	1,2
7	45180	5000	5001	4	4	40	12	0,4
8	67000	10000	10002	–8	–8	11	7	1,4
9	31500	5000	5002	–12	–12	18	12	1,3
10	18021	3000	3000	–3	–3	35	10	0,6
11	12908	10000	10002	–4	–4	28	9	1,1
12	23061	5000	5001	11	11	12	11	0,8
13	60054	3000	3001	8	8	31	10	0,3

Окончание таблицы 11

Вариант	L, мм	$l_{НОМ}$, мм	l_i, мм	t, °C	$t_1 = t_2$, °C	h, мм	P, Н	Q, Н
14	40720	5000	4999	–7	–7	19	9	1,5
15	28030	10000	10001	24	24	26	11	0,9
16	45002	3000	3003	–19	–19	13	7	0,2
17	66002	10000	10004	7	7	34	12	1,2
18	31207	5000	5002	9	9	23	10	0,4
19	23948	3000	3002	4	4	17	9	1,4
20	60376	5000	5001	–8	–8	38	11	0,6
21	28012	10000	10001	–12	–12	25	8	1,1
22	45180	5000	5002	–3	–3	33	12	0,8
23	67000	3000	3002	–4	–4	16	10	0,3
24	31500	10000	10003	–15	–15	30	9	1,5
25	18021	5000	5001	13	13	22	11	0,9
26	12908	3000	3001	24	24	37	7	0,2
27	23061	5000	5002	–19	–19	29	12	1,2
28	60054	10000	10002	7	7	20	11	0,4
29	40720	5000	5001	9	9	36	7	1,4
30	28030	3000	3001	4	4	10	12	1,2
31	45002	10000	10002	–8	–8	34	10	0,4
32	66002	5000	5002	–12	–12	23	9	1,4
33	31207	3000	3001	–3	–3	17	11	1,3
34	23948	10000	10001	–4	–4	38	8	0,6
35	60376	3000	3001	–5	–5	25	10	1,1

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Последовательность обработки результатов прямых многократных измерений состоит из ряда этапов.

1. Определение точечных оценок закона распределениярезультатов измерений.

На этом этапе определяются среднее арифметическое значение $\bar{x}$ измеряемой величины, СКО результата измерений S_x.

В соответствии с критериями грубые погрешности исключаются, после чего проводится повторный расчет оценок среднего арифметического значения и его СКО.

2. Определение закона распределения результатов измерений или случайных погрешностей.

Для предварительной оценки вида распределения по полученным данным строят гистограмму распределений или полигон распределения. В начале производится группирование – разделение данных от наименьшего x_{min} до наибольшего x_{max} на r интервалов. Для количества измерений от 30 до 100 рекомендуемое число интервалов – от 7 до 9.

Ширину интервала выбирают постоянной для всего ряда данных, при этом следует иметь в виду, что ширина интервала должна быть больше погрешности округления при записи данных. Ширину интервала вычисляют по формуле:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{r}$$

Вычисленное значение h обычно округляют. Например, при h = 0,0187 это значение округляют до h = 0,02. Установив границы интервалов, подсчитывают число результатов измерений, попавших в каждый интервал. При построении гистограммы или полигона распределения масштаб этих графиков рекомендуется выбирать так, чтобы соотношение высоты графика к его основанию было примерно 3 : 5.

3. Оценка закона распределения по статистическим критериям.

Обычно производится проверка на принадлежность распределения нормальному закону распределения.

Нормальный закон распределения, называемый часто распределением Гаусса, описывается зависимостью

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{\left(x-\overline{x}\right)^2}{2\sigma^2}\right],$$

где σ– параметр рассеивания распределения, равный среднему квадратическому отклонению.

Широкое использование нормального распределения на практике объясняется теоремой теории вероятностей, утверждающей, что распределение случайных погрешностей будет близко к нормальному всякий раз, когда результаты наблюдений формируются под действием большого числа независимо действующих факторов, каждый из которых оказывает лишь незначительное действие по сравнению с суммарным действием всех остальных.

При количестве измерений n < 15 проверить гипотезу о виде распределения результатов измерения невозможно.

При числе данных 15 < n < 50 также трудно судить о виде распределения. Поэтому для проверки соответствия распределения данных нормальному распределению используют составной критерий. Если гипотеза о нормальности отвергается хотя бы по одному из критериев, считают, что распределение результатов измерения отлично от нормального.

Критерий 1. Вычисляют значение d по формуле:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \overline{x}\right|}{n \cdot S^*},$$

где S^* – смещенное СКО;

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}}.$$

Гипотеза о нормальности подтверждается, если

$$d_{1-q} \lesssim d \lesssim d_q,$$

где d_{1-q} и d_q – процентные точки распределения значений d, которые находятся по табл. 12.

Таблица 12

Значения процентных точек q для распределения d

Уровень значимости q, %		Число результатов измерений							
		11	16	21	26	31	36	41	46
$1-q/2$	99,0	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,72	0,72
	95,0	0,72	0,72	0,73	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75
	90,0	0,74	0,74	0,75	0,75	0,76	0,76	0,76	0,76
$q/2$	10,0	0,89	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84
	5,0	0,91	0,89	0,88	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85

***Критерий* 2.** Гипотеза о нормальности распределения результатов измерения подтверждается, если не более m разностей $\left(x_i - \overline{x}\right)$ превзошли значения $S \cdot z_{p/2}$. Здесь $S = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}}$; $z_{p/2}$ верхняя $100 \cdot P/2$ – процентная точка нормированной функции Лапласа. Значения доверительной вероятности P выбирают из табл. 13.

Таблица 13

Значения доверительной вероятности P

n		10	11–14	15–20	21–22	23	24–27	28–32	33–35	36–49
m		1	1	1	2	2	2	2	2	2
$q/2 \cdot 100\%$	1,00	0,98	0,99	0,99	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99
	2,00	0,98	0,98	0,99	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98	0,99
	5,00	0,96	0,97	0,98	0,96	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98

При числе измерений $n > 50$ для идентификации закона распределения используется критерий Пирсона. При $50 > n > 15$ для проверки нормальности закона распределения применяется составной критерий.

При $n < 15$ принадлежность экспериментального распределения к нормальному не проверяется.

4. Определение доверительных границ случайной погрешности

Если удалось идентифицировать закон распределения результатов измерений, то с его использованием находят квантильный множитель z_p при заданном значении доверительной вероятности P. В этом случае доверительные границы случайной погрешности $\Delta = \pm z_p \cdot S_{\overline{x}}$. Здесь $S_{\overline{x}}$ – СКО среднего арифметического значения. При $n < 30$ часто используют распределение Стьюдента, при этом доверительные границы случайной погрешности $\Delta p = \pm t_p \cdot S_x \big/ \sqrt{n}$.

Здесь t_p – коэффициент Стьюдента, приведенный в табл. 14, n – количество измерений.

Таблица 14

Величина t_p при различных уровнях значимости

n	Уровень значимости							
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
2	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	127,32	318,30	636,61
3	1,84	2,92	4,30	6,96	9,99	14,09	22,33	31,60
4	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	7,45	10,21	12,92
5	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	5,60	7,17	8,61
6	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	4,77	5,89	6,87
7	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,21	5,96
8	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,03	4,74	5,41
9	1,40	1,80	2,31	2,90	3,36	3,83	4,50	5,04
10	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	3,64	4,30	4,78
11	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	3,50	4,14	4,59

5. Определение границ неисключенной систематической погрешности результата измерения

Под этими границами понимают найденные нестатистическими методами границы интервала, внутри которого находится неисключенная систематическая погрешность. Границы неисключенной систематической погрешности принимаются равными пределам допускаемых основных и дополнительных погрешностей средств измерений, если их случайные составляющие пренебрежимо малы.

6. Определение доверительных границ погрешности результата измерения.

Данная операция осуществляется путем суммирования СКО случайной составляющей $S_{\bar{x}}$ и границ неисключенной систематической составляющей θ в зависимости от соотношения $\theta / S_{\bar{x}}$.

7. Запись результата измерения.

Результат измерения записывается в виде $x = \bar{x} \pm \Delta_p$ при доверительной вероятности $P = P_Д$.

Пример.

Произвести обработку результатов измерений, данные которых представлены в табл. 15.

Таблица 15

Результаты измерений

№ п/п	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	36,008	– 0,001	0,000001
2	36,008	– 0,001	0,000001
3	36,008	– 0,001	0,000001
4	36,008	– 0,001	0,000001
5	36,010	0,001	0,000001
6	36,009	0	0
7	36,012	0,003	0,000009

№ п/п	x_i	$x_i - \overline{x}$	$\left(x_i - \overline{x}\right)^2$
8	36,009	0	0
9	36,011	0,002	0,000004
10	36,007	– 0,002	0,000004
11	36,012	0,003	0,000009
12	$\overline{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{11} x_i = 36{,}009$		$\sum_{i=1}^{11}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = 0{,}000031$

1. Определение точечных оценок закона распределения результатов измерений.

Определяем среднее арифметическое значение результатов измерений:

$$\overline{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{11} x_i = 36{,}009.$$

Среднее квадратическое отклонение результатов измерения

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{11-1}\cdot 0{,}000031} = 0{,}00194.$$

Производим проверку на наличие грубых погрешностей в результатах измерения по критерию Диксона.

Составляется вариационный возрастающий ряд из результатов измерений: 36,007; 36,008; 36,009; 36,010; 36,011; 36,012.

Находится расчетное значение критерия для значения 36,012

Составим вариационный возрастающий ряд из результатов измерений: 36,007; 36,008; 36,009; 36,010; 36,011; 36,012.

Найдем расчетное значение критерия для значения 36,012:

$$K_Д = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1} = \frac{36{,}012 - 36{,}011}{36{,}012 - 36{,}007} = 0{,}2\,.$$

Как следует из табл. 6, по этому критерию результат 36,012 не является промахом при всех уровнях значимости.

2. Предварительная оценка вида распределения результатов измерений или случайных погрешностей.

При числе измерений меньше 15 предварительная оценка вида распределения результатов наблюдений не производится.

3. Оценка закона распределения по статистическим критериям.

При n < 15 принадлежность экспериментального распределения к нормальному не проверяется.

4. Определение доверительных границ случайной погрешности.

При числе измерений n = 11 используем распределение Стьюдента, при этом доверительные границы случайной погрешности

$$\Delta p = \pm t_p \cdot S_x \big/ \sqrt{n}\,.$$

Коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности $P_Д$ = 0,95 и при n = 11 равен 2,23.

Тогда доверительные границы случайной погрешности

$$\Delta_p = \pm 2{,}23\frac{0{,}00194}{\sqrt{11}} = \pm 0{,}0012$$

5. Определение границ неисключенной систематической погрешности результата измерения.

Границы неисключенной систематической погрешности $\boldsymbol{\theta}$ принимаются равными пределам допускаемых основных и дополнительных погрешностей средства измерения. Для рычажного микрометра допускаемая погрешность равна ± 0,7 мкм.

6. Определение доверительных границ погрешности результата измерения.

Согласно ГОСТ 8.207–76 погрешность результата измерения определяется по следующему правилу. Если границы неисключенной систематической погрешности $\boldsymbol{\theta} < 0{,}8\ \boldsymbol{S}_{\bar{x}}$, то следует пренебречь систематической составляющей погрешности и учитывать только случайную погрешность результата. В нашем случае $\boldsymbol{\theta} = 1{,}4$ мкм, а $\boldsymbol{S_x} = 2$ мкм, т.е. соотношение $\boldsymbol{\theta} < 0{,}8\ \boldsymbol{S_x}$ выполняется, поэтому систематической погрешностью пренебрегаем.

7. Запись результата измерения.

Результат измерения: $\boldsymbol{x} = \bar{\boldsymbol{x}} \pm \boldsymbol{\Delta_p} = 36{,}009 \pm 0{,}001$ при доверительной вероятности $\boldsymbol{P} = 0{,}95$.

Задание №5

Используя данные в табл. 16, произвести обработку результатов прямых многократных измерений и определить, чему равно значение измеряемой величины.

Таблица 16

Вариант	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	θ
1	40,5	40,3	41,1	40,8	40,6	40,5	41,4	40,6	41,3	40,5	40,3	41,4	40,5	40,7	45,2	40,2	0,32
2	23,1	23,4	23,2	23,5	23,1	23,6	23,2	23,3	23,4	23,3	23,2	23,4	23,3	23,5	23,3	23,4	0,14
3	5,8	6,1	5,7	5,6	5,4	5,6	5,5	5,4	5,6	5,5	5,3	5,1	5,6	5,4	5,5	5,4	0,52
4	17,4	17,3	17,2	17,6	17,4	17,5	17,4	17,6	17,9	17,4	17,2	17,1	17,4	17,5	17,6	18,7	0,39
5	93	94	91	92	95	92	94	93	94	95	106	94	92	95	93	92	0,17
6	10,3	10,1	10,2	10,1	10,3	10,2	10,9	11,2	10,4	10,3	10,4	10,3	10,2	10,1	10,3	10,2	0,47
7	15,5	15,3	15,3	15,4	15,3	15,2	15,6	15,4	15,3	15,2	15,8	15,4	16,2	15,5	15,3	15,4	0,31
8	5,6	5,5	5,8	5,3	5,5	5,6	5,4	5,9	5,5	5,6	5,7	5,4	5,5	5,7	6,3	5,4	0,24
9	43	44	46	42	43	46	45	43	46	49	43	46	45	47	38	45	0,49
10	284	285	282	281	285	283	292	285	284	285	285	284	285	283	292	292	0,57
11	124	126	122	124	115	123	125	125	125	122	124	126	122	124	115	128	0,19
12	1,7	1,5	1,4	1,6	1,5	1,8	2,2	1,5	1,4	1,7	1,5	1,5	1,7	1,5	1,4	2,2	0,36
13	12,6	12,8	12,4	12,5	12,5	12,2	12,4	12,6	12,2	12,4	11,5	12,3	12,5	12,7	12,4	12,3	0,21

Окончание таблицы 16

Вариант	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	θ
14	9,3	9,4	9,1	9,2	9,5	9,2	9,4	9,3	9,4	9,5	10,6	9,4	9,2	9,5	9,3	9,2	0,28
15	22,1	22,2	22,1	22,3	22,3	22,1	22,4	22,3	22,6	26,1	22,3	22,4	23,6	22,3	22,7	23,3	0,31
16	4,3	4,4	4,6	4,2	4,3	4,6	4,5	4,3	4,6	4,9	4,3	4,6	4,5	4,7	3,8	4,5	0,24
17	3,1	3,4	3,2	3,5	3,1	3,6	3,2	3,3	3,4	3,3	3,2	3,4	3,3	3,5	3,3	3,4	0,49
18	10,3	10,1	10,2	10,1	10,3	10,2	10,9	11,2	10,4	10,3	10,4	10,3	10,2	10,1	10,3	10,2	0,57
19	4,3	4,4	4,5	4,6	4,2	4,1	4,3	4,5	4,4	4,3	4,6	4,8	4,2	4,7	4,6	5,3	0,19
20	6,3	6,8	6,5	6,4	6,7	6,6	6,5	6,4	6,2	6,1	6,4	6,7	6,5	6,4	6,7	7,4	0,36
21	2,1	2,2	2,1	2,3	2,3	2,1	2,4	2,3	2,6	2,1	2,3	2,4	2,6	2,3	2,7	3,3	0,28
22	7,4	7,3	7,2	7,6	7,4	7,5	7,4	7,6	7,9	7,4	7,2	7,1	7,4	7,5	7,6	8,7	0,21
23	24,6	24,2	24,1	24,3	24,5	24,4	24,3	24,3	24,6	24,8	24,2	24,7	24,6	25,3	24,9	24,3	0,32
24	11,1	11,3	11,3	11,2	11,5	11,3	11,1	11,3	11,5	11,2	11,6	12,3	11,2	11,3	11,4	11,3	0,14
25	10,6	10,7	10,4	10,9	11,8	10,6	10,5	10,6	10,4	10,6	10,4	10,5	10,7	10,4	10,6	10,5	0,52
26	484	485	484	485	483	492	485	484	485	482	481	484	494	485	484	483	0,39
27	15,1	15,2	15,5	15,4	15,5	15,6	15,3	15,4	15,4	15,5	15,3	15,5	15,4	15,6	16,2	15,4	0,17
28	4,8	5,1	4,7	4,6	4,4	4,6	4,5	4,4	4,6	4,5	4,3	5,1	4,6	5,2	4,5	4,4	0,57
29	46,4	46,2	46,1	46,4	46,7	46,5	46,4	46,7	46,3	46,8	46,5	46,4	46,7	46,6	46,5	46,4	0,19
30	1,6	1,5	1,7	1,5	1,4	1,6	1,5	1,8	2,2	1,5	1,6	1,4	1,5	1,4	1,7	1,5	0,36
31	6,6	6,5	6,5	6,8	6,9	6,4	6,5	6,6	6,5	6,7	6,5	7,3	6,4	6,5	6,5	6,6	0,28
32	12,1	12,2	12,5	12,4	12,5	12,6	12,3	12,4	12,4	12,5	12,3	12,5	12,4	12,6	12,2	12,4	0,21
33	11,8	11,7	11,8	11,9	11,6	11,5	11,8	11,7	11,8	11,6	11,9	11,7	11,5	10,6	11,6	11,9	0,31
34	25,6	25,5	25,8	25,3	25,5	25,6	25,4	25,9	25,5	25,6	25,7	25,4	25,5	25,7	26,3	25,4	0,36
35	5,8	5,9	6,2	5,8	5,6	5,8	5,7	6,1	5,9	5,8	6,9	5,8	5,7	5,8	5,7	5,9	0,28
36	11,6	11,5	11,7	11,5	11,4	11,6	11,5	11,8	12,2	11,5	11,6	11,4	11,5	11,4	11,7	11,5	0,21
37	4,8	4,6	4,7	4,8	4,6	4,8	4,9	4,6	4,8	4,7	4,8	4,6	4,8	3,9	4,7	4,5	0,32
38	2,3	2,7	2,8	2,5	2,3	2,2	2,5	2,3	2,4	2,5	2,6	2,9	3,2	2,6	2,1	2,5	0,14
39	4,5	4,3	4,1	4,8	4,6	4,5	4,4	4,6	4,3	4,5	4,3	4,4	4,5	4,7	5,2	4,2	0,39
40	16,3	16,8	16,5	16,4	16,7	16,6	16,5	16,4	16,2	16,1	16,4	16,7	16,5	16,4	16,7	17,4	0,17

Рекомендуемая литература:

1. Метрология, стандартизация и сертификация: учебник / Под редакцией В.В. Алексеева. М: ИЦ «Академия», 2008 г. 384 с.
2. Метрология и радиоизмерения: учебник / Под редакцией В.И Нефедова. М.: Высшая шк. 2006 г. 526 с.
3. Яблонский О.П., Иванова В.А. Основы стандартизации, метрологии и сертификации. Феникс 2004 г. 335 с.
4. Сергеев А.Г., Латышев М.В., Терегеря В.В. Метрология стандартизация и сертификация. М.: Логос, 2001 г. 536 с.
5. Лифиц И.М. Стандартизация метрология сертификация. Учебник. Юрайт, 2004 г.
6. Метрология, стандартизация, сертификация и электро-измерительная техника: Учебное пособ. / К.К. Ким, Г.Н. Анисимов, В.Ю. Барбарович и др. СПб: Питер, 2008 г. 368 с.
7. Основы стандартизации, метрологии и сертификации: учебник для студентов вузов/Под ред. В.М. Мишина. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007 г. 447 с.