

Расчетно-графическая работа № 7

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

7.1. Задание

1. На отдельном листе изобразить электрическую цепь, подлежащую расчету, привести численные значения параметров и задающих источников тока и напряжения.

2. Рассчитать указанный преподавателем ток или напряжение в одной из ветвей классическим методом.

3. Составить эквивалентную операторную схему и записать для нее систему уравнений по законам Кирхгофа. Рассчитать искомый ток операторным методом.

4. Построить графики изменения во времени найденных величин.

7.2. Выбор варианта и расчет параметров элементов цепи

1. Расчетная цепь выбирается в соответствии с номером варианта с помощью табл. 7.1. Графы расчетных цепей изображены на рис. 7.1.

2. Параметры пассивных элементов цепи и задающих источников цепей во всех вариантах определяются следующим образом:

$$L = 0,5 \cdot M \text{ Гн}, C = 100 \cdot N \text{ мкФ};$$

– величина сопротивлений для четных ветвей $R = 100 \cdot A_r \text{ Ом}$,

– для нечетных ветвей $R = 20 \cdot (A_r + N) \text{ Ом}$;

– параметры источников: $E_1 = 20 \cdot (N + M) \text{ В}$, $E_2 = 20 \cdot N \text{ В}$,

$$J = 0,1 \cdot (N + 2M) A,$$

где N – номер группы (для студентов заочного отделения: 1 – для студентов, обучающихся в нормативные сроки, 2 – для студентов, обучающихся в сокращенные сроки);

M – шифр специальности, для АТ (МЭ) – 1; АСУ, КОБ – 2; ЭС – 1,5; ТК – 2,5; КТЭИ, ПОВТ – 3; АЭП (АТПП) – 3,5; АТП – 4; АУЦ – 4,5; ЭВТ – 5; РИС – 5,5; КЗИ – 6; КСК – 6,5; ИН – 7;

A_r – сумма цифр номера варианта.

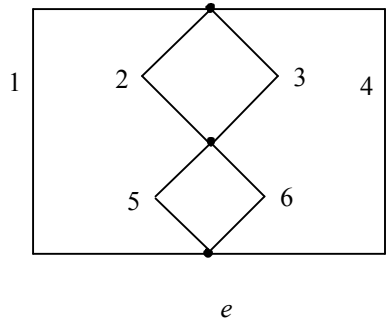
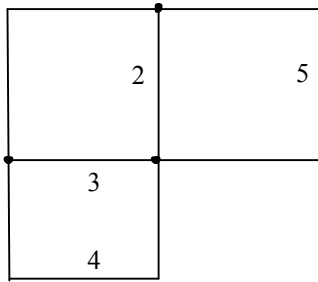
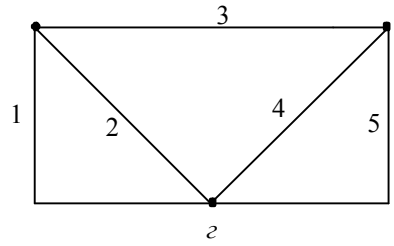
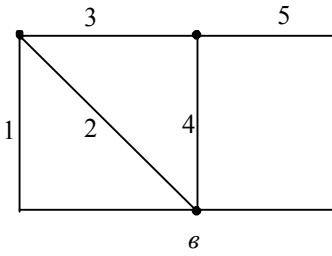
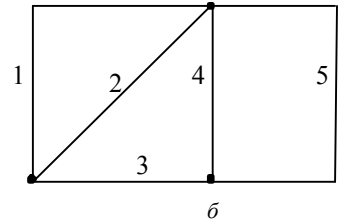
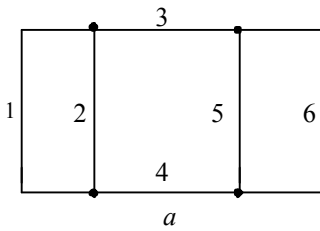


Рис. 7.1

Таблица 7.1

Вариант	Граф	Ключ	Расположение элементов в ветвях цепи					
			E_1	E_2	J	R	L	C
1, 26, 51	a	3	1	–	6	1, 4, 5, 6	3	2
2, 27, 52	b	5	1	5	–	3, 4, 5	1	2
3, 28, 53	v	2	3	–	5	1, 2, 3, 5	3	4
4, 29, 54	z	3	1	–	5	1, 4, 3	1	2
5, 30, 55	d	4	1	5	–	2, 4, 5	1	3
6, 31, 56	e	4	1	4	–	1, 3, 4, 5, 6	5	2
7, 32, 57	a	6	6	–	1	2, 3, 5, 6	2	5
8, 33, 58	b	2	5	3	–	1, 2, 3, 5	4	1
9, 34, 59	v	2	1	–	4	1, 4, 3, 5	2	5
10, 35, 60	z	4	3	1	–	2, 3, 4, 5	5	1
11, 36, 61	d	4	1	4	–	1, 2, 3, 4, 5	1	2
12, 37, 62	e	6	4	–	2	3, 4, 5, 6	4	1
13,38,63	a	4	1	–	6	1, 4, 5	3	2
14, 39, 64	b	4	4	–	5	1, 3, 4	1	2
15, 40, 65	v	5	4	5	–	1, 3, 4, 5	1	2
16, 41, 66	z	5	5	–	2	1, 3, 4, 5	4	1
17, 42, 67	d	4	1	4	–	1, 3, 4, 5	5	2
18, 43, 68	e	2	3	–	1	2, 3, 4, 6	5	3
19, 44, 69	a	6	2	5	–	1, 5, 3, 5, 6	4	2
20, 45, 70	b	5	3	5	–	2, 4, 5	4	1
21, 46, 71	v	2	4	–	5	1, 2, 3, 4	1	3
22, 47, 72	z	5	3	–	1	2, 3, 5	3	4
23, 48, 73	d	4	1	–	2	1, 3, 4	3	5
24, 49, 74	e	1	6	–	4	1, 2, 3, 6	3	5
25, 50, 75	a	5	3	–	2	1, 3, 5, 6	1	4

7.3. Основные теоретические сведения

Классический метод расчета

Переходный процесс можно рассчитать классическим методом в следующей последовательности:

1. Расчет докоммутационного установившегося режима с целью получения независимых начальных условий – правил (законов) коммутации

$$i_L(0^-) = i_L(0^+), \quad u_C(0^-) = u_C(0^+)$$

и значения искомой величины тока или напряжения $x(0^-)$.

2. Составление характеристического уравнения цепи и определение его корней следующими методами:

- алгебраизации дифференциального уравнения цепи;
- входного сопротивления (проводимости);
- главного определителя.

3. Запись полного решения в виде суммы принужденной и свободной составляющих.

$$x(t) = x_{\text{пр}} + x_{\text{св}}.$$

Вид свободной составляющей и характер переходного процесса определяются видом корней характеристического уравнения, зависящим от соотношения между параметрами пассивных элементов цепи, влияющего на знак дискриминанта (D) характеристического уравнения. Здесь возможны три варианта:

1) $D > 0$, при этом корни p_1 и p_2 – вещественные отрицательные разные, аperiodический характер переходного процесса: $x_{\text{св}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$;

2) $D = 0$, корни $p_1 = p_2 = p$ – вещественные отрицательные равные, предельный аperiodический характер переходного процесса: $x_{\text{св}} = (A_1 + A_2 t)e^{pt}$;

3) $D < 0$, корни p_1 и p_2 – комплексные сопряженные с отрицательной действительной частью $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{\text{св}}$, колебательный характер переходного процесса: $x_{\text{св}} = e^{-\delta t} (A_1 \cos \omega_{\text{св}} t + A_2 \sin \omega_{\text{св}} t)$ или $x_{\text{св}} = Ae^{-\delta t} \sin(\omega_{\text{св}} t + \varphi)$.

4. Расчет послекоммутационного установившегося режима ($t = \infty$) с целью получения принужденной составляющей $x_{\text{пр}}$.

5. Определение постоянных интегрирования свободной составляющей двумя методами: на основе системы уравнений Кирхгофа с использованием определенных в п.1 независимых начальных условий или схем замещения в момент $t = 0^+$.

Общий вид системы уравнений для определения постоянных интегрирования для случая:

1) аperiodического процесса

$$\begin{cases} x(0^+) = x_{\text{пр}}(0^+) + A_1 + A_2, \\ x'(0^+) = x'_{\text{пр}}(0^+) + p_1 A_1 + p_2 A_2, \end{cases} \quad (7.1)$$

2) предельного аperiodического процесса

$$\begin{cases} x(0^+) = x_{\text{пр}}(0^+) + A_1, \\ x'(0^+) = x'_{\text{пр}}(0^+) + pA_1 + A_2, \end{cases} \quad (7.2)$$

3) колебательного процесса

$$\begin{cases} x(0^+) = x_{\text{пр}}(0^+) + A_1, \\ x'(0^+) = x'_{\text{пр}}(0^+) + \delta A_1 + \omega_{\text{св}} A_2, \end{cases} \quad (7.3)$$

или

$$\begin{cases} x(0^+) = x_{\text{пр}}(0^+) + A \sin \varphi, \\ x'(0^+) = x'_{\text{пр}}(0^+) + A\delta \sin \varphi + A\omega_{\text{св}} \cos \varphi. \end{cases} \quad (7.4)$$

6. Запись окончательного полного решения $x(t)$;

7. Построение графика.

Операторный метод расчета

При расчете переходных процессов операторным методом необходимо составить *операторную схему замещения*. В каждой ветви с параметрами L, C должны быть при ненулевых начальных условиях учтены две дополнительные внутренние ЭДС $Li(0)$ и $u_C(0)/p$. На рис. 7.2 показаны переходы от элементов с мгновенными значениями токов и напряжений к элементам операторной схемы.

Далее для операторной схемы замещения составляется система уравнений Кирхгофа в операторной форме или ведется расчет любым другим известным расчетным методом. В результате решения должно быть получено изображение по Лапласу искомой величины, которому с применением теоремы разложения (таблиц, связывающих оригиналы и их изображения, или при помощи других методов) ставится в соответствие оригинал в виде функции времени

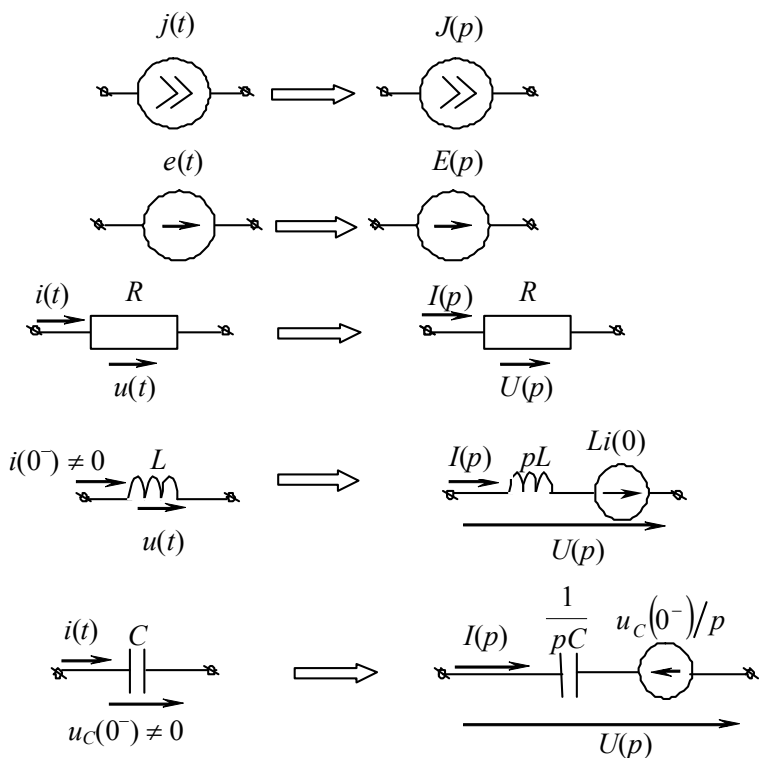


Рис. 7.2

Порядок расчета переходных процессов операторным методом

1. Анализ независимых начальных условий (для этого необходимо рассчитать докоммутированную цепь в момент времени $t = 0^-$).
2. Составление эквивалентной операторной схемы замещения.

3. Расчет операторной схемы любым известным расчетным методом в операторной форме, преобразование изображения $X(p)$ искомой величины к виду рациональной дроби.

4. Определение оригинала $x(t)$ по найденному изображению $X(p)$, т.е. обратный переход.

Определение оригинала $x(t)$ по изображению $X(p)$

Оригинал можно определить описанными ниже способами.

1. Использование обратного преобразования Лапласа:

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(p)e^{pt} dp, \quad (7.5)$$

которое представляет собой решение интегрального уравнения относительно неизвестной функции $f(t)$ и может быть получено методами теории функций комплексного переменного. Интеграл вычисляется по прямой на плоскости комплексного переменного p , параллельной мнимой оси и расположенной правее всех особенностей (в частности, простых и кратных полюсов) функции $F(p)$. Такой способ в прикладных задачах электротехники не используется.

2. Табличный метод. Подробные таблицы оригиналов и соответствующих им изображений приводятся в математических и электротехнических справочниках. При использовании этого способа возникают трудности, связанные с распознаванием и сведением функций к табличному виду.

3. Использование теоремы о вычетах или теоремы разложения.

Для каждой функции времени, входящей в уравнение Кирхгофа, описывающего расчетную цепь, устанавливается в соответствие операторное изображение, после чего система линейных дифференциальных уравнений переписывается в виде системы алгебраических уравнений (также получаем операторную схему замещения). Система алгебраических уравнений рассчитывается относительно операторного изображения искомой величины, по которому с помощью теоремы разложения находится оригинал.

Теорема разложения имеет две модификации в зависимости от вида операторного изображения искомой величины:

$$1) \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \cdot = \cdot \sum_{i=1}^n \frac{F_1(p_i)}{F_2'(p_i)} e^{p_i t}, \quad (7.6)$$

где n – порядок цепи,

p_i – простые корни характеристического уравнения $F_2(p) = 0$;

$$F_2'(p) = \frac{dF_2(p)}{dp}.$$

$$2) \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{F_1(p)}{pF_3(p)} \cdot = \cdot \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{F_1(p_i)}{p_i F_3'(p_i)} e^{p_i t}, \quad (7.7)$$

где p_i – корни характеристического уравнения $F_3(p) = 0$.

В этом случае знаменатель имеет один нулевой корень, на это указывает наличие в составе знаменателя множителя p . Теорема разложения в форме (7.7)

соответствует сигналам, имеющим принужденную составляющую.

Если уравнение второго порядка, соответствующее цепи второго порядка, $F_2(p) = 0$ имеет комплексные сопряженные корни p_i и p_i^* , то достаточно вычислить слагаемое сумм (7.1) или (7.2) только для корня p_i , а для сопряженного корня p_i^* взять значение, сопряженное этому слагаемому. Сумма, соответствующая этим двум слагаемым, равна удвоенному значению действительной части, найденной для одного из корней:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} \cdot = \frac{F_1(p_i)}{F_2'(p_i)} e^{p_i t} + \frac{F_1(p_i^*)}{F_2'(p_i^*)} e^{p_i^* t} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{F_1(p_i)}{F_2'(p_i)} e^{p_i t} \right] \quad (7.8)$$

или

$$\frac{F_1(p)}{pF_3(p)} \cdot = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{F_1(p_i)}{p_i F_3'(p_i)} e^{p_i t} \right]. \quad (7.9)$$

7.3. Пример расчета

Дана цепь (рис. 7.3) с параметрами: $E = 30$ В, $J = 2$ А, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $C = 100$ мкФ, $L = 50$ мГн.

Определить закон изменения тока $i_1(t)$ после коммутации классическим и операторным методом.

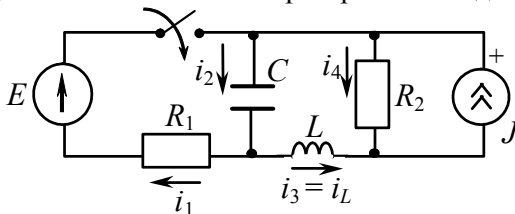


Рис. 7.3

Классический метод

1. Правила коммутации:

$$\begin{aligned}i_L(0^-) &= i_L(0^+) = 0 \text{ А,} \\ u_C(0^-) &= u_C(0^+) = JR_2 = 20 \text{ В.}\end{aligned}$$

2. Составление характеристического уравнения цепи.

Составляем систему дифференциальных уравнений для мгновенных значений токов и напряжений по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_C = i_2, & i_3 = i_L, \\ i_1 = Cu'_C + i_4 - J, \\ i_1 = Cu'_C - i_3, \\ i_1R_1 + u_C = E, \\ i_4R_2 - Li'_L - u_C = 0, \\ i_4R_2 = u_J. \end{cases}$$

Методом исключения получаем из данной системы дифференциальное неоднородное уравнение

$$u''_C LC + u'_C \left[\frac{L}{R_1} + CR_2 \right] + u_C \left[1 + \frac{R_2}{R_1} \right] = -JR_2 - E \frac{R_2}{R_1}.$$

Соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид

$$p^2 + \frac{(L + CR_1R_2)}{R_1LC} p + \frac{R_1 + R_2}{LCR_1} = 0.$$

Подставим значения параметров цепи:

$$p^2 + 700p + 300\,000 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$p_1 = -350 + j421,308, \quad p_2 = -350 - j421,308$$

являются комплексными сопряженными, следовательно, переходный процесс в цепи имеет колебательный характер.

3. Определение принужденной составляющей.

Рассматриваемая цепь в принужденном режиме имеет вид (рис. 7.4):

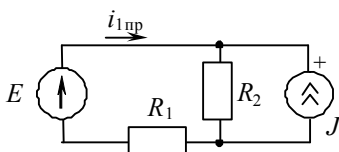


Рис. 7.4

$$i_{1пр} = \frac{E}{R_1 + R_2} - J \frac{R_2}{R_1 + R_2},$$

$$i_{1пр} = \frac{1}{3} \text{ А.}$$

4. *Определение свободной составляющей.* Для цепей, характеристические числа которых имеют комплексные сопряженные значения, свободная составляющая определяется в виде

$$i_{1св}(t) = e^{-\delta t} (A_1 \cos \omega_{св} t + A_2 \sin \omega_{св} t),$$

где δ – декремент затухания, $\omega_{св}$ – частота свободных колебаний, которые определяются через корни характеристического уравнения $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{св}$.

Таким образом, в выражении $i_{1св}$ необходимо найти постоянные интегрирования A_1 и A_2 . Вычисление их ведется с помощью системы уравнений, составленных для момента времени $t = 0^+$:

$$\begin{cases} i_1(0^+) = i_{1пр} + A_1, \\ i_1'(0^+) = -\delta A_1 + \omega_{св} A_2. \end{cases}$$

4.1. *Определение значений $i_1(0^+)$ и $i_1'(0^+)$ с использованием системы уравнений Кирхгофа.* В данном случае составляется система уравнений Кирхгофа для момента времени $t = 0^+$, и методом исключения выражается значение тока $i_1(0^+)$ через известные значения $u_C(0^+)$ и $i_L(0^+)$:

$$i_1(0^+) = \frac{E - u_C(0^+)}{R_1} = 0,5 \text{ А}.$$

Дифференцируя выражение для $i_1(t)$, получим

$$i_1'(t) = -u_C'(t)/R_1, \text{ где } u_C'(t) = i_C(t)/C, \text{ } t = (0^+, +\infty).$$

Произведя необходимые преобразования и подстановки в системе уравнений Кирхгофа, получим

$$u_C'(t) = \frac{1}{C} \left[\frac{E - u_C(t)}{R_1} + i_L(t) \right], \text{ } t = (0^+, +\infty).$$

Подставив соответствующие значения u_C и i_L в момент $t = 0^+$, рассчитаем

$$i_1'(0^+) = -250 \text{ А/с}.$$

4.2. *Определение $i_1(0^+)$ и $i_1'(0^+)$ с использованием резистивных схем замещения в момент $t = 0^+$.*

Схема замещения в $t = 0^+$ для величин токов и напряжений изображена на рис. 7.5,

$$E_C = u_C(0^+), \text{ } J = i_L(0^+).$$

По II закону Кирхгофа получим

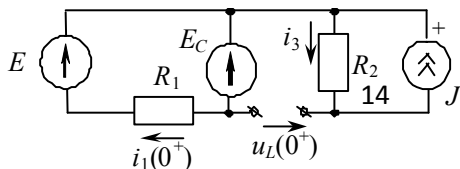


Рис. 7.5

$$i_1(0^+) = \frac{E_1 - u_C(0^+)}{R_1} = 0,5 \text{ А}.$$

Для построения схемы замещения в момент времени $t = 0^+$ для производных токов и напряжений необходимо определить начальные значения скорости изменения напряжения на емкости и тока в индуктивности:

$$u'_C(0^+) = \frac{i_C(0^+)}{C}, \quad i'_L(0^+) = \frac{u_L(0^+)}{L}.$$

Таким образом, следует определить $i_C(0^+)$ и $u_L(0^+)$ с помощью уже полученной схемы замещения (см. рис. 7.5):

а) для определения $u_L(0^+)$ составим уравнение по II закону Кирхгофа:

$$u_L(0^+) - i_{R_2}(0^+)R_2 = -u_C(0^+),$$

подставив известные $i_{R_2}(0^+) = J$ и $u_C(0^+)$ значения, получим $u_L(0^+) = 0$, следовательно, $i'_L(0^+) = 0$;

б) $i_C(0^+) = i_1(0^+) = 0,5 \text{ А}$, следовательно, $u'_C(0^+) = 5000 \text{ В/с}$.

При построении схемы замещения в 0^+ для производных воспользуемся правилами, изложенными в п. 7.3.

В нашем случае, когда в цепи действуют источники постоянных воздействий, источники ЭДС заменяются короткозамкнутыми участками (так как $E' = 0$), а ветви с источниками тока размыкаются (так как $J' = 0$).

Таким образом, схема замещения в $t = 0^+$ для производных имеет вид (рис. 7.6). Определим $i_1'(0^+) = -u'_c(0^+)/R_1$, $i_1'(0^+) = -250$ А/с.

4.3. Определение постоянных интегрирования:

$$\begin{cases} 1/3 + A_1 = 0,5, \\ 421,308A_2 - 350A_1 = -250. \end{cases}$$

Решив данную систему уравнений, получим

$$A_1 = 0,1667, \quad A_2 = -0,455.$$

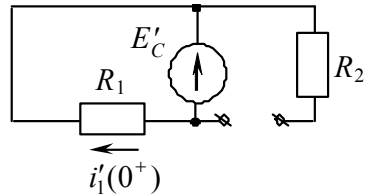


Рис. 7.6

5. *Определение полного решения.* Полное решение следует искать в виде

$$i_1(t) = i_{1пр} + i_{1св}.$$

С учетом произведенных расчетов получим

$$i_1(t) = \frac{1}{3} + e^{-350t} [0,167 \cos 421,308t - 0,455 \sin 421,308t].$$

Для удобства построения графика преобразуем полученное выражение в синусоидальную форму:

$$i_1(t) = 1/3 + e^{-350t} \sqrt{0,455^2 + 0,167^2} \sin\left(421,308t + \arctg \frac{0,167}{-0,455} \pm \pi\right)$$

. Таким образом, *искомый ток* изменяется по закону

$$i_1(t) = 1/3 + 0,485e^{-350t} \sin(421,308t + 2,788).$$

График изменения $i_1(t)$ представлен на рис. 7.7.

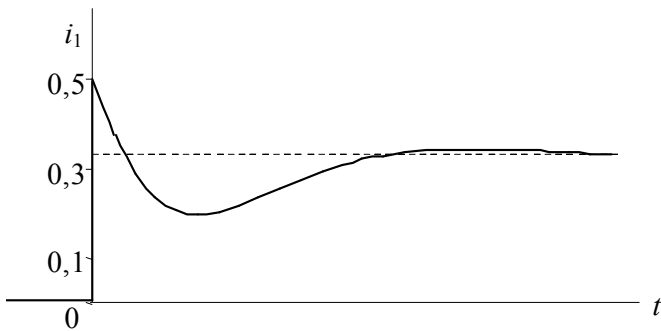


Рис. 7.7

Операторный метод

Решение. С учетом независимых начальных условий (индуктивный ток $i_L(0^-) = 0$ А, емкостное напряжение $u_C(0^-) = 20$ В) изобразим операторную схему замещения (рис. 7.8).

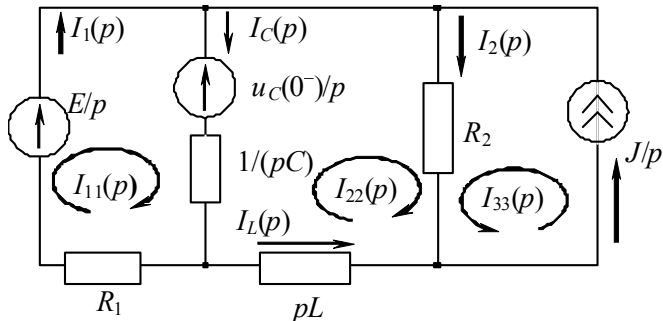


Рис. 7.8

Решение получается проще при использовании метода контурных токов. Контурные токи выберем так, как показано на рис. 7.8.

Ток $I_{33}(p) = \frac{J}{p}$, тогда система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} I_{11}(p)\underline{Z}_{11} + I_{22}(p)\underline{Z}_{12} + \frac{J}{p}\underline{Z}_{13} = E_{11}(p), \\ I_{11}(p)\underline{Z}_{21} + I_{22}(p)\underline{Z}_{22} + \frac{J}{p}\underline{Z}_{23} = E_{22}(p). \end{cases}$$

Определим собственные и общие сопротивления, а также контурные ЭДС, полученные выражения подставим в систему уравнений:

$$\begin{cases} I_{11}(p)\left(R_1 + \frac{1}{pC}\right) - I_{22}(p)\frac{1}{pC} + \frac{J}{p} \cdot 0 = \frac{E}{p} - \frac{u_C(0^-)}{p}, \\ -I_{11}(p)\frac{1}{pC} + I_{22}(p)\left(R_2 + \frac{1}{pC} + pL\right) + \frac{J}{p}R_2 = \frac{u_C(0^-)}{p}. \end{cases}$$

После преобразований

$$\begin{cases} I_{11}(p)\left(R_1 + \frac{1}{pC}\right) - I_{22}(p)\frac{1}{pC} = \frac{E}{p} - \frac{u_C(0^-)}{p}, \\ -I_{11}(p)\frac{1}{pC} + I_{22}(p)\left(R_2 + \frac{1}{pC} + pL\right) = -\frac{J}{p}R_2 + \frac{u_C(0^-)}{p}. \end{cases}$$

Подставим значения

$$\begin{cases} I_{11}(p)\left(20 + \frac{1}{10^{-4}p}\right) - I_{22}(p)\frac{1}{10^{-4}p} = \frac{30}{p} - \frac{20}{p}, \\ -I_{11}(p)\frac{1}{10^{-4}p} + I_{22}(p)\left(10 + \frac{1}{10^{-4}p} + 50 \cdot 10^{-3}p\right) = -\frac{10 \cdot 2}{p} + \frac{20}{p}. \end{cases}$$

Решим систему уравнений при помощи метода определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 + \frac{10^3}{p} & -\frac{10^3}{p} \\ -\frac{10^4}{p} & 10 + \frac{10^4}{p} + 0,05p \end{vmatrix} = \frac{0,1p^2 + 70p + 3 \cdot 10^4}{p},$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{10^3}{p} \\ 0 & 10 + \frac{10^4}{p} + 0,05p \end{vmatrix} = \frac{0,05p^2 + 10p + 1 \cdot 10^4}{p^2}.$$

Изображение тока в первой ветви определится по формуле

$$I_1(p) = I_{11}(p) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{0,05p^2 + 10p + 1 \cdot 10^4}{p(0,1p^2 + 70p + 3 \cdot 10^4)} = \frac{F_1(p)}{pF_3(p)}.$$

Определим оригинал искомого тока с помощью теоремы разложения. Многочлен второй степени знаменателя приравняем нулю и получим характеристическое уравнение цепи $F_3(p) = 0,1p^2 + 70p + 3 \cdot 10^4 = 0$, решением которого являются комплексные сопряженные корни:

$$p_{1,2} = -350 \pm j421,31,$$

которые совпадают с полученными при решении классическим методом.

Оригинал тока определяем по формуле (7.9). Вычислим производную $F_3'(p)$ и значение производной, а

также значение многочлена $F_1(p)$ при корне $p_1 = -350 + j421,31$, подставим в (7.9):

$$F_3'(p) = 0,2p + 70,$$

$$F_3'(p_1) = 0,2(-350 + j421,31) + 70 = j84,262;$$

$$F_1(p_1) = 1 \cdot 10^4 + 10(-350 + j421,31) + 0,05(-350 + j421,31)^2 = \\ = 3749,894 - j10532,75;$$

$$i_1(t) = \frac{1 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^4} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{3749,894 - j10532,75}{-35500,42 - j29491,7} e^{-350t} e^{j421,31t} \right] = \\ = \frac{1}{3} + 2e^{-350t} \operatorname{Re} \left[\frac{11180,36e^{-j70,4}}{46152,36e^{-j140,28}} e^{j421,31t} \right] = \\ = \frac{1}{3} + 2 \cdot 0,242e^{-350t} \operatorname{Re} \left[e^{j69,88} e^{j421,31t} \right] = \\ = \frac{1}{3} + 0,484e^{-350t} \cos(421,31t + 69,88^\circ) = \\ = \frac{1}{3} + 0,484e^{-350t} \sin(421,31t + 159,88^\circ) = \\ = \frac{1}{3} + 0,484e^{-350t} \sin(421,31t + 2,79).$$

Данное решение совпадает с решением, полученным классическим методом.