

# **ПРОГРАММА КУРСА «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»**

## **РАЗДЕЛ «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН. ДЕТАЛИ МАШИН»**

### **Введение**

Предмет и задача курса. Базовые науки. Основные понятия и определения: машина, прибор, механизм, машинный агрегат. Основные характеристики и требования, предъявляемые к механизмам, машинам и машинным агрегатам. Краткий очерк о становлении и развитии прикладной механики как науки.

### **I. Структура и кинематика механизмов и машин**

Основные понятия и определения. Звенья, кинематические пары, кинематические цепи. Принципы формирования механизмов.

Структурный анализ механизмов. Структурные формулы механизмов.

Структурно-функциональная классификация механизмов, области их рационального применения, в том числе и в горной технике.

Функциональная классификация машин: машины-двигатели и рабочие машины.

Исследование кинематики механизмов. Методы кинематического исследования. Построение планов положений, траекторий точек звеньев механизма, планов скоростей и ускорений рычажных механизмов. Исследование кинематики механизмов вращательного движения аналитическими и графическими методами.

### **II. Основы динамики машин и механизмов**

Классификация сил, действующих на звенья механизмов и машин. Приведение сил, моментов и масс.

Математическое моделирование механических систем. Уравнения движения механизма в конечной и интегральной форме. Три стадии движения машины и их энергетические характеристики.

Трение в механизмах и машинах, трение в кинематических парах.

Коэффициент полезного действия систем машин и механизмов.

Контактное взаимодействие элементов машин и механизмов.

Явление неуравновешенности вращающихся масс и способы ее устранения. Вибронагруженность и виброзащита машин.

## Задача № 1

Провести структурный анализ рычажного механизма. При этом следует определить:

- количество подвижных звеньев и пар;
- класс пар;
- степень подвижности механизма;
- количество структурных групп, их класс и класс механизма.

Провести кинематический анализ рычажного механизма:

- построить план скоростей для заданного положения механизма;
- определить скорость в точке С;
- построить план ускорений механизма;
- определить ускорение в точке С.

### Пример выполнения задачи № 1

На рис. 1 приведена структурная схема шестизвенного механизма.

1. В этом механизме подвижные звенья пронумерованы арабскими

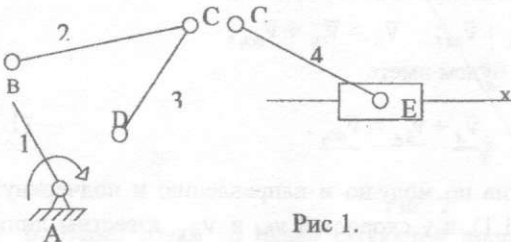
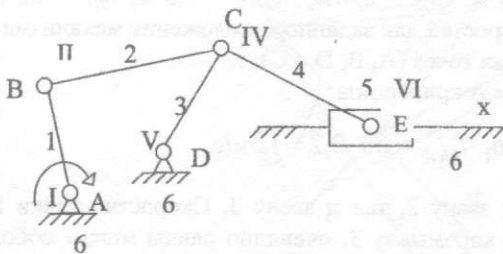


Рис 1.

цифрами (1, 2...), а кинематические пары - римскими (I, II... VII). В механизме пять подвижных звеньев  $n = 5$  и стойка 6. Звено 1 – кривошип, входное звено, совершает полное вращательное движение; звено 2 и 4 – шатуны, совершают плоское движение; звено 3 – коромысло, совершает неполное (возвратно-вращательное) движение; звено 5 – ползун, совершает

поступательное движение; звено 6 – стойка, неподвижное звено. Все неподвижные звенья пронумерованы одной цифрой.

2. Подвижные соединения звеньев образуют кинематические пары. В нашем механизме семь кинематических пар V класса ( $p_5 = 7$ ), из которых 6 пар вращательные и одна поступательная. Все пары низшие, так как соединительными элементами пар являются поверхности.

3. Степень подвижности механизма ( $W$ ):

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Таким образом, в нашем механизме одно ведущее звено и число условий связи  $S = 5$ .

4. Рассоединим механизм на структурные группы в следующем порядке: первой отсоединяется структурная группа (звенья 5 и 4), наиболее удаленная от ведущего звена 1. Эти звенья с тремя кинематическими парами представляют собой структурную группу II класса, второго порядка второй модификации [1]. Если степень подвижности оставшейся части будет равна  $W = 1$ , т.е. такая же, как у исходного механизма, то первая структурная группа отсоединена правильно. Далее отсоединяем вторую группу (звенья 2 и 3), которая является также структурной группой II класса, второго порядка первой модификации. После отделения этой группы остались кривошип 1 и стойка 6, которые являются механизмом I класса и называются также начальным механизмом.

Так как обе структурные группы II класса, к этому же классу принадлежит и весь механизм.

5. Кинематический анализ рычажных механизмов методом планов покажем на примере рычажного механизма, изображенного на рис.2,а. Звено 1 – ведущее, вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = 60 \text{ с}^{-1}$ . Размеры звеньев:  $l_{O_1A} = 0,2 \text{ м}$ ;  $l_{AB} = 0,5 \text{ м}$ ;  $l_{BO_2} = 0,4 \text{ м}$ ;  $l_{O_1O_2} = 0,6 \text{ м}$ ,  $l_{BD} = 0,2 \text{ м}$ ;  $l_{DC} = 0,1 \text{ м}$ . Построим план скоростей для заданного положения механизма и определим скорости характерных точек (A, B, D и C).

Определяем скорость точки A кривошипа

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 60 \cdot 0,2 = 12 \text{ м/с}.$$

Точка B принадлежит как звену 2, так и звену 3. Скорости точки B, принадлежащей шатуну 2, и коромыслу 3, очевидно равны между собой:  $v_{B2} = v_{B3} = v_B$ . Относя точку B к звену 2 и звену 3, имеем:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}; \quad \vec{v}_B = \vec{v}_{O_2} + \vec{v}_{BO_2},$$

отсюда, учитывая, что  $v_{O_2} = 0$ , будем иметь

$$\vec{v}_A + \vec{v}_{BA} = \vec{v}_{BO_2}. \quad (1.1)$$

Скорость точки A известна по модулю и направлению и подчеркнута двумя чертами в уравнении (1.1), а у скоростей  $v_{BA}$  и  $v_{BO_2}$  известны линии действия векторов (перпендикуляры к AB и BO<sub>2</sub>). Эти скорости подчеркнуты одной чертой.

Векторное равенство (1.1) является исходным для построения плана скоростей:

А. Из произвольного полюса  $P_v$  (рис.2,б) проводим прямую, перпендикулярную кривошипу  $O_1A$  в сторону его вращения. На этой прямой откладываем отрезок  $P_v a$ , длина которого выбирается студентом произвольно (50 мм, 100 мм...). Масштаб скорости определяется по формуле

$$\mu_v = \frac{v_A}{l_{np}} = \frac{12}{80} = 0,15 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}, \quad \text{здесь } l_{np} = l_{pva} = 80 \text{ мм.}$$

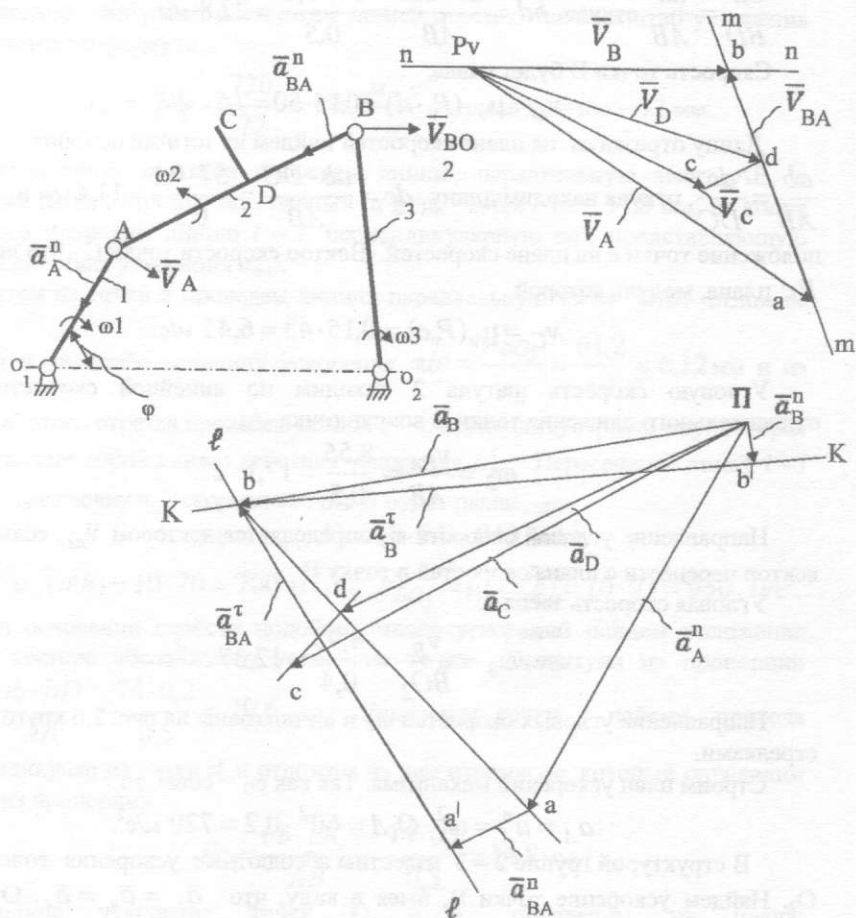


Рис. 2

Б. Через точку  $a$  плана скоростей проводим линию  $m-m$  действия вектора  $\bar{v}_{BA} \perp AB$ , а через точку  $P_v$  проводим линию  $n-n$  действия вектора  $\bar{v}_{BO2} \perp O_2B$ . Точка « $b$ » пересечения прямых  $m-m$  и  $n-n$  является концом вектора скорости точки  $B$  механизма.

$$v_B = \mu_v \cdot (P_v \cdot b) = 0,15 \cdot 33 = 4,95 \text{ м/с};$$

$$v_{BA} = \mu_v (ab) = 0,15 \cdot 57 = 8,55 \text{ м/с.}$$

Абсолютная скорость точки  $D$  (шатуна) при известных скоростях его точек  $B$  и  $C$  определяется на основании свойства подобия плана скоростей и



схемы механизма. На отрезке  $(ab)$  плана находим точку  $d$ , соответствующую точке  $D$  механизма, положение которой определим из подобия

$$\frac{bd}{BD} = \frac{ab}{AB} \text{ откуда } bd = \frac{ab \cdot BD}{AB} = \frac{57 \cdot 0,2}{0,5} = 22,8 \text{ мм.}$$

Скорость точки  $D$  будет равна

$$v_D = \mu_v \cdot (P_v \cdot d) = 0,15 \cdot 50 = 7,5 \text{ м/с.}$$

Длину отрезка  $cd$  на плане скоростей найдем из того же подобия

$$\frac{ab}{AB} = \frac{dc}{DC}, \text{ откуда находим длину } dc = \frac{ab \cdot DC}{AB} = \frac{57 \cdot 0,1}{0,5} = 11,4 \text{ мм и}$$

положение точки  $c$  на плане скоростей. Вектор скорости точки  $C$  - это линия  $P_v c$  плана, модуль которой

$$v_C = \mu_v (P_v c) = 0,15 \cdot 43 = 6,45 \text{ м/с.}$$

Угловую скорость шатуна 2 находим по линейной скорости  $v_{BA}$  относительного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ :

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{AB} = \frac{8,55}{0,5} = 17,1 \text{ с}^{-1}.$$

Направление угловой скорости  $\omega_2$  определяется вектором  $\bar{v}_{BA}$ , если этот вектор перенести с плана скоростей в точку  $B$ .

Угловая скорость звена 3:

$$\omega_3 = \frac{v_B}{BO_2} = \frac{4,95}{0,4} = 12,37 \text{ с}^{-1}.$$

Направление угловых скоростей  $\omega_2$  и  $\omega_3$  показаны на рис. 2,б круговыми стрелками.

Строим план ускорений механизма. Так как  $\omega_1 = \text{const}$ , то

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot O_1 A = 60^2 \cdot 0,2 = 720 \text{ м/с}^2.$$

В структурной группе 2-3 известны абсолютные ускорения точек  $A$  и  $O_2$ . Найдем ускорение точки  $B$ , имея в виду, что  $\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{B_1} = \bar{a}_B$ . Относя точку  $B$  сначала к звену 2, а затем к звену 3, имеем

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t; \quad \bar{a}_B = \bar{a}_{BO_2}^n + \bar{a}_{BO_2}^t.$$

Отсюда

$$\bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t = \bar{a}_{BO_2}^n + \bar{a}_{BO_2}^t.$$

Получилось исходное векторное уравнение для построения плана ускорений. В этом уравнении

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot AB = 17,1^2 \cdot 0,5 = 146,2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BO_2}^n = \omega_3^2 \cdot BO_2 = 12,37^2 \cdot 0,4 = 61,2 \text{ м/с}^2.$$

По полученному векторному уравнению строим план ускорений (рис.2,е).

Возьмем произвольную точку  $\pi$  за начало отсчета, проведем линию параллельно звену  $O_1A$  и отложим на ней отрезок  $\pi a$ . Масштаб ускорения выбирается по формуле

$$\mu_a = \frac{a_A}{l_{np}} = \frac{720}{72} = 10, \frac{м/с^2}{мм}; \text{здесь } l_{np} = \pi a = 72 \text{ мм.}$$

Через точку  $a$  плана проведем линию, параллельную звену  $AB$ , и отложим на ней отрезок  $aa'$ , равный  $a_{BA}^n / \mu_a = 146,2 / 10 = 14,6 \text{ мм}$ , из конца которого проводим линию  $l-l$ , перпендикулярную  $aa'$ , представляющую линию действия ускорения  $a_{BA}^{\tau}$ .

Затем из точки  $\pi$  проведем линию, параллельную звену  $O_2B$ , отложим на ней в масштабе величину ускорения  $\pi b' = \frac{a_{BO_2}^{\tau}}{\mu_a} = \frac{61,2}{10} = 6,12 \text{ мм}$  и из

конца  $b'$  этого отрезка проведем линию  $k-k$ , перпендикулярную ему, которая представляет собой линию действия ускорения  $a_{BO_2}^{\tau}$ . Пересечение линий  $l-l$  и  $k-k$  даст точку  $b$ . Ускорение точки  $B$  будет равно

$$a_B = \mu_a(\pi b) = 10 \cdot 94 = 940, \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^{\tau} = \mu_a(a'b) = 10 \cdot 70 = 700 \text{ м/с}^2; a_{BO_2}^{\tau} = \mu_a(b'b) = 10 \cdot 93 = 930, \text{ м/с}^2.$$

На основании свойств подобия плана ускорений найдем положение конца вектора абсолютного ускорения точки  $D$  шатуна из пропорции  $bd = \frac{ab \cdot BD}{AB} = \frac{74 \cdot 0,2}{0,5} = 29,6 \text{ мм}$ . Ускорение точки  $c$  найдем, проводя

перпендикуляр из точки  $d$ , и отложим на нем отрезок  $dc$ , который определим также из пропорции

$$dc = \frac{ab \cdot DC}{AB} = \frac{74 \cdot 0,1}{0,5} = 14,8 \text{ мм.}$$

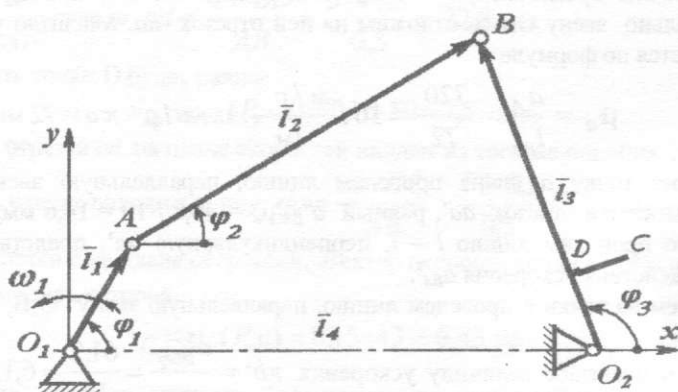
Полное ускорение точек  $D$  и  $C$  определим из плана:  $a_D = \mu_a(\pi d) = 10 \cdot 76 = 760 \text{ м/с}^2$ ;  $a_C = \mu_a(\pi c) = 10 \cdot 90 = 900 \text{ м/с}^2$ .

Угловые ускорения  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  шатуна и коромысла определим по найденным касательным ускорениям

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^{\tau}}{AB} = \frac{700}{0,5} = 1400 \text{ с}^{-2}; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{BO_2}^{\tau}}{BO_2} = \frac{930}{0,4} = 2325 \text{ с}^{-2}.$$

Ниже приведены варианты заданий задачи № 1.

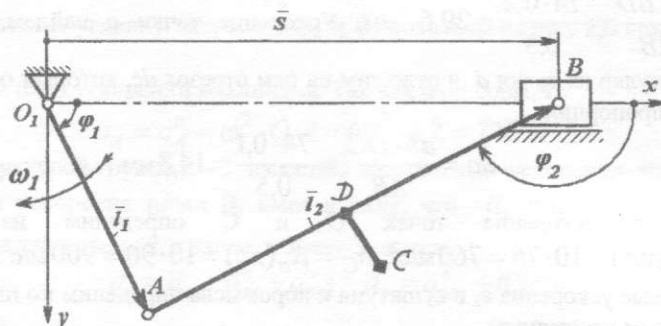
# Задача 1.0



Параметр	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{O_1A} \cdot \text{м}$	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38
$\omega_1, \text{с}^{-1}$	60	55	50	45	40	35	30	25	40	16
$\varphi_1, ^\circ$	30	60	90	120	150	210	240	270	300	330

$$l_{AB} = 3l_{O_1A}; \quad l_{BO_2} = 1,5l_{O_1A}; \quad l_{O_1O_2} = 1,2l_{AB}; \quad l_{O_2D} = 0,2l_{BO_2}; \quad l_{CD} = 0,5l_{O_1A}$$

# Задача 1.1



Параметр	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{O_1A} \cdot \text{м}$	0,40	0,42	0,44	0,46	0,48	0,38	0,36	0,34	0,32	0,30
$\omega_1, \text{с}^{-1}$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
$\varphi_1, ^\circ$	90	30	150	300	240	210	120	270	30	60

$$l_{AB} = 5l_{O_1A}; \quad l_{AD} = 0,4l_{AB}; \quad l_{CD} = 0,5l_{AD}$$