

Расчетно-графическая работа № 1

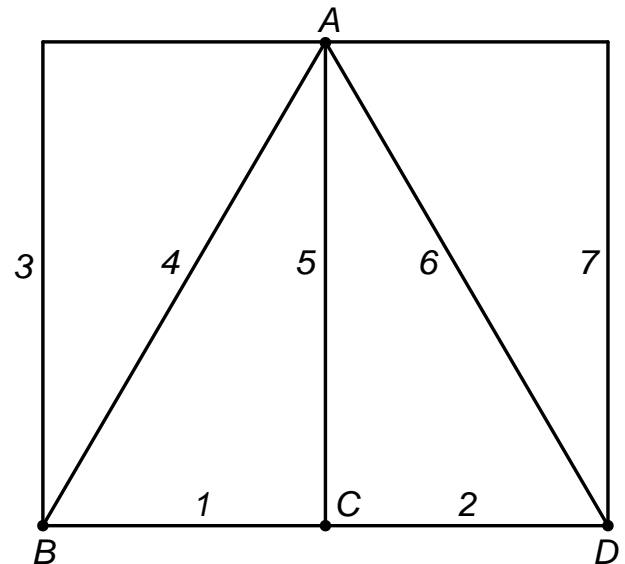
Расчет цепей с источниками постоянных воздействий

Пример решения:

Дано:

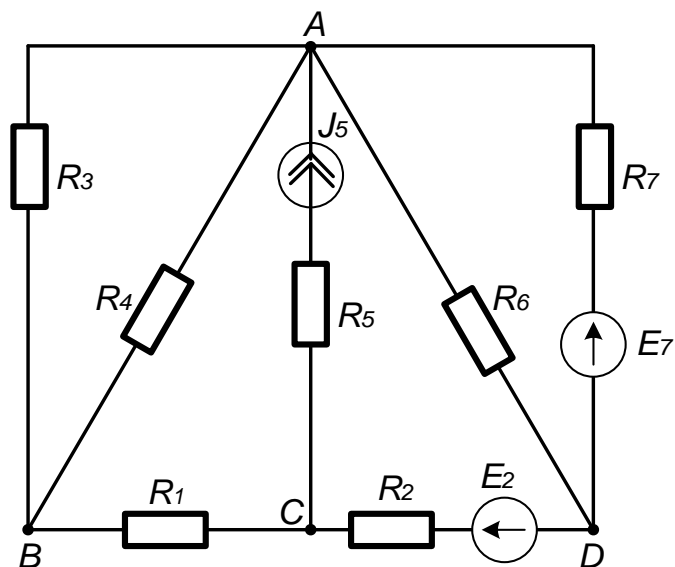
N

M



Решение:

1) По заданному номеру варианта изобразим цепь, подлежащую расчету, выпишем значения параметров элементов.



$$R_1 = R_3 = R_5 = 3,2 \text{ Ом}$$

$$R_2 = R_4 = R_6 = 4 \text{ Ом}$$

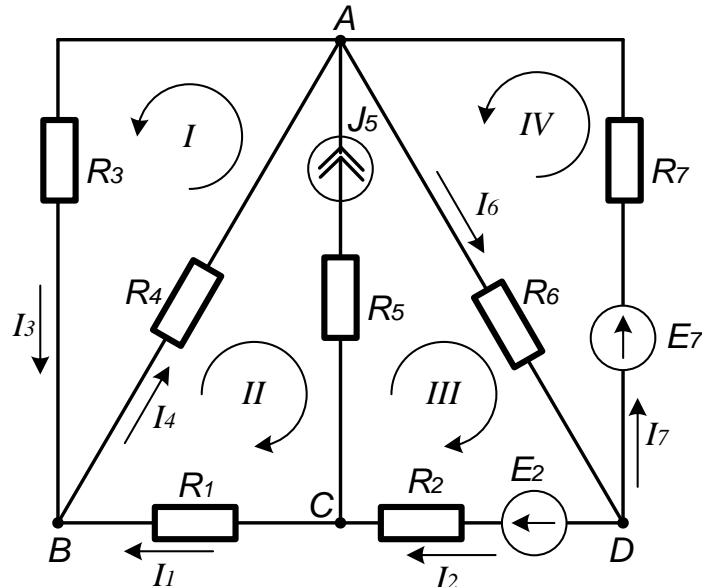
$$E_2 = 15 \text{ В}$$

$$E_7 = 40 \text{ В}$$

$$J_5 = 3 \text{ А}$$

2) Запишем необходимое количество уравнений по первому и второму законам Кирхгофа, подставим численные значения всех коэффициентов. Полученную систему не решаем.

Выберем направления токов в ветвях схемы произвольным образом:



Запишем систему уравнений по законам Кирхгофа:

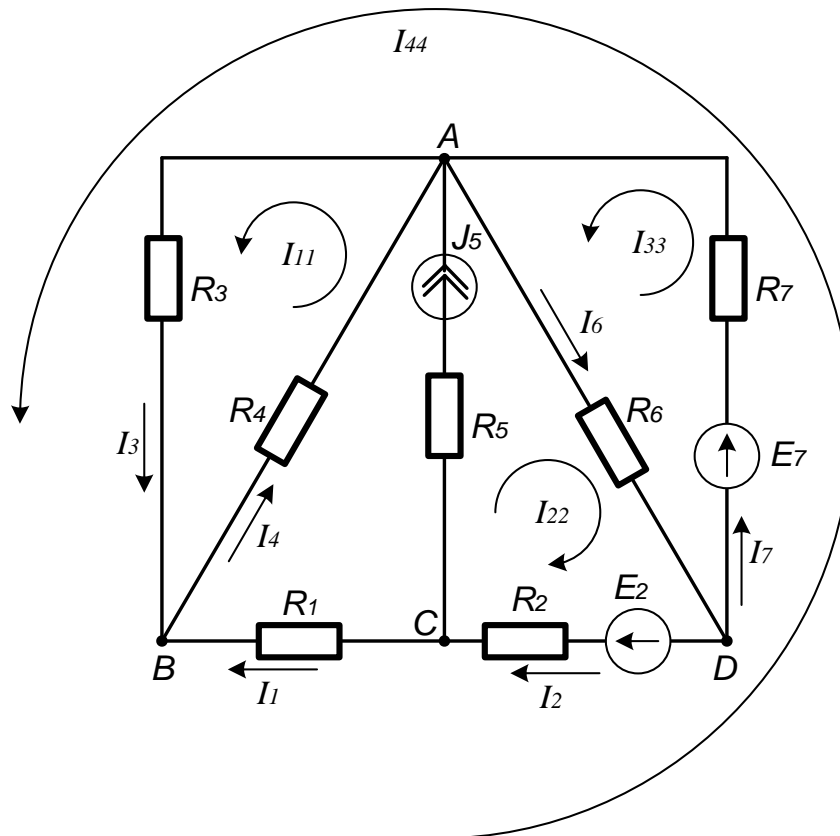
для узла "А"	$\begin{cases} -I_3 + I_4 - I_6 + I_7 + J_5 = 0 \\ I_1 + I_3 - I_4 = 0 \\ -I_2 + I_6 - I_7 = 0 \\ I_3 R_3 + I_4 R_4 = 0 \\ I_1 R_1 + I_4 R_4 - J_5 R_5 = -U_J \\ I_2 R_2 + I_6 R_6 + J_5 R_5 = E_2 + U_J \\ I_6 R_6 + I_7 R_7 = E_7 \end{cases}$
для узла "В"	
для узла "D"	
для контура I	
для контура II	
для контура III	
для контура IV	

После подстановки численных значений коэффициентов получаем разрешимую систему уравнений с семью неизвестными величинами:

$$\begin{cases} -I_3 + I_4 - I_6 + I_7 = -3 \\ I_1 + I_3 - I_4 = 0 \\ -I_2 + I_6 - I_7 = 0 \\ 3,2 \cdot I_3 + 4 \cdot I_4 = 0 \\ 3,2 \cdot I_1 + 4 \cdot I_4 + U_J = 9,6 \\ 4 \cdot I_2 + 4 \cdot I_6 - U_J = 5,4 \\ 4 \cdot I_6 + 3,2 \cdot I_7 = 40 \end{cases}$$

3) Определим токи во всех ветвях цепи и напряжение на источнике тока методом контурных токов.

Выберем направления контурных токов произвольным образом, но так, чтобы источник тока входил только в один контур:



Здесь $I_{22} = J_5 = 3 \text{ A}$

Составим систему уравнений по методу контурных токов:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} + R_{14}I_{44} = E_{11} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} + R_{24}I_{44} = E_{22} \\ R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} + R_{34}I_{44} = E_{33} \\ R_{41}I_{11} + R_{42}I_{22} + R_{43}I_{33} + R_{44}I_{44} = E_{44} \end{cases}, \text{ где}$$

$I_{11}, I_{22}, I_{33}, I_{44}$ - контурные токи первого, второго, 3-го и 4-го контуров соответственно (необходимо определить);

$R_{11}, R_{22}, R_{33}, R_{44}$ - суммарные сопротивления первого, второго, 3-го и 4-го контуров соответственно.

$E_{11}, E_{22}, E_{33}, E_{44}$ - алгебраическая сумма ЭДС соответственно первого, второго, 3-го и 4-го контуров, причем если направление ЭДС совпадает с направлением контурного тока, то ЭДС берется со знаком плюс, а если не совпадает, то со знаком минус.

Сопротивления с разными индексами – это взаимные сопротивления, входящие одновременно в состав двух контуров, причем знак взаимного сопротивления берется положительным, если направления контурных токов на нем совпадают, и отрицательным, если нет.

$$R_{11} = R_3 + R_4 = 3,2 + 4 = 7,2 \text{ Ом}$$

$$R_{22} = R_2 + R_5 + R_6 = 4 + 3,2 + 4 = 11,2 \text{ Ом}$$

$$R_{33} = R_6 + R_7 = 4 + 3,2 = 7,2 \text{ Ом}$$

$$R_{44} = R_1 + R_2 + R_3 + R_7 = 3,2 + 4 + 3,2 + 3,2 = 13,6 \text{ Ом}$$

$$R_{12} = R_{21} = 0$$

$$R_{13} = R_{31} = 0$$

$$R_{14} = R_{41} = R_3 = 3,2 \text{ Ом}$$

$$R_{23} = R_{32} = R_6 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_{24} = R_{42} = -R_2 = -4 \text{ Ом}$$

$$R_{34} = R_{43} = R_7 = 3,2 \text{ Ом}$$

$$E_{11} = 0$$

$$E_{22} = E_2 + U_J = 15 + U_J$$

$$E_{33} = E_7 = 40 \text{ В}$$

$$E_{44} = E_7 - E_2 = 40 - 15 = 25 \text{ В}$$

Подставим найденные значения в систему уравнений:

$$\begin{cases} 7,2 \cdot I_{11} + 0 \cdot 3 + 0 \cdot I_{33} + 3,2 \cdot I_{44} = 0 \\ 0 \cdot I_{11} + 11,2 \cdot 3 + 4 \cdot I_{33} - 4 \cdot I_{44} = 15 + U_J \\ 0 \cdot I_{11} + 4 \cdot 3 + 7,2 \cdot I_{33} + 3,2 \cdot I_{44} = 40 \\ 3,2 \cdot I_{11} - 4 \cdot 3 + 3,2 \cdot I_{33} + 13,6 \cdot I_{44} = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7,2 \cdot I_{11} + 3,2 \cdot I_{44} = 0 \\ 4 \cdot I_{33} - 4 \cdot I_{44} - U_J = -18,6 \\ 7,2 \cdot I_{33} + 3,2 \cdot I_{44} = 28 \\ 3,2 \cdot I_{11} + 3,2 \cdot I_{33} + 13,6 \cdot I_{44} = 37 \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, находим контурные токи:

$$\begin{cases} I_{11} \approx -1,015 \text{ А} \\ I_{33} \approx 2,874 \text{ А} \\ I_{44} \approx 2,283 \text{ А} \\ U_J \approx 20,965 \text{ В} \end{cases}$$

Далее выразим истинные токи через контурные. Ток в ветви, принадлежащей двум или нескольким контурам, равен алгебраической сумме соответствующих контурных токов. Со знаком плюс берутся контурные токи, совпадающие с током этой ветви, со знаком минус – не совпадающие с ним.

$$I_1 = -I_{44} = -2,283 \text{ А}$$

$$I_2 = I_{22} - I_{44} = 3 - 2,283 = 0,717 \text{ А}$$

$$I_3 = I_{11} + I_{44} = -1,015 + 2,283 = 1,268 \text{ А}$$

$$I_4 = I_{11} = -1,015 \text{ А}$$

$$I_5 = I_5 = 3 \text{ А}$$

$$I_6 = I_{22} + I_{33} = 3 + 2,874 = 5,874 \text{ А}$$

$$I_7 = I_{33} + I_{44} = 2,874 + 2,283 = 5,157 \text{ А}$$

4) Составим баланс мощностей и оценим погрешность расчета.

Мощность источников:

$$P_{ист} = E_2 I_2 + E_7 I_7 + J_5 U_J = 15 \cdot 0,717 + 40 \cdot 5,157 + 3 \cdot 20,965 = 279,93 \text{ Вт}$$

Мощность потребителей:

$$\begin{aligned} P_{номр} &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 J_5^2 + R_6 I_6^2 + R_7 I_7^2 = \\ &= 3,2 \cdot (-2,283)^2 + 4 \cdot 0,717^2 + 3,2 \cdot 1,268^2 + 4 \cdot (-1,015)^2 + 3,2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 5,874^2 + 3,2 \cdot 5,157^2 \approx \\ &\approx 279,919 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Оценим относительную погрешность расчета:

$$\sigma = \frac{P_{ист} - P_{номр}}{P_{ист}} \cdot 100\% = \frac{279,93 - 279,919}{279,93} \cdot 100\% \approx 0,0039 \%$$

5) Рассчитаем цепь методом узловых потенциалов, определим токи во всех ветвях и напряжение на источнике тока. Результаты расчета сравним с полученными по п.3.

Принимаем узел С за базовый и его потенциал принимаем равным нулю. Токораспределение при этом не изменится.

Вычислим собственные проводимости узлов:

$$G_{AA} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{3,2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3,2} = 1,125 \text{ См}$$

$$G_{BB} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{3,2} + \frac{1}{3,2} + \frac{1}{4} = 0,875 \text{ См}$$

$$G_{DD} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3,2} = 0,8125 \text{ См}$$

Общая проводимость этих узлов:

$$G_{AB} = G_{BA} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{3,2} + \frac{1}{4} = 0,5625 \text{ См}$$

$$G_{AD} = G_{DA} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{3,2} + \frac{1}{4} = 0,5625 \text{ См}$$

$$G_{BD} = G_{DB} = 0$$

Находим узловые токи:

$$I_{AA} = \frac{E_7}{R_7} + J_5 = \frac{40}{3,2} + 3 = 15,5 \text{ А}$$

$$I_{BB} = 0$$

$$I_{DD} = -\frac{E_2}{R_2} - \frac{E_7}{R_7} = -\frac{15}{4} - \frac{40}{3,2} = -16,25 \text{ А}$$

Составим систему уравнений для нахождения потенциалов узлов по методу узловых напряжений

$$\begin{cases} G_{AA} \cdot \varphi_A - G_{AB} \cdot \varphi_B - G_{AD} \cdot \varphi_D = I_{AA} \\ -G_{BA} \cdot \varphi_A + G_{BB} \cdot \varphi_B - G_{BD} \cdot \varphi_D = I_{BB} \\ -G_{DA} \cdot \varphi_A - G_{DB} \cdot \varphi_B + G_{DD} \cdot \varphi_D = I_{DD} \end{cases}$$

Подставим числовые значения:

$$\begin{cases} 1,125 \cdot \varphi_A - 0,5625 \cdot \varphi_B - 0,5625 \cdot \varphi_D = 15,5 \\ -0,5625 \cdot \varphi_A + 0,875 \cdot \varphi_B - 0 \cdot \varphi_D = 0 \\ -0,5625 \cdot \varphi_A - 0 \cdot \varphi_B + 0,8125 \cdot \varphi_D = -16,25 \end{cases}$$

Решив систему находим потенциалы узлов:

$$\begin{cases} \varphi_A \approx 11,365 \text{ В} \\ \varphi_B \approx 7,306 \text{ В} \\ \varphi_D \approx -12,132 \text{ В} \end{cases}$$

Рассчитаем токи в ветвях по обобщенному закону Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_C - \varphi_B}{R_1} = \frac{0 - 7,306}{3,2} \approx -2,283 \text{ А}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_D - \varphi_C + E_2}{R_2} = \frac{-12,132 - 0 + 15}{4} = 0,717 \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R_3} = \frac{11,365 - 7,306}{3,2} \approx 1,268 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{R_4} = \frac{7,306 - 11,365}{4} \approx -1,015 \text{ А}$$

$$I_6 = \frac{\varphi_A - \varphi_D}{R_4} = \frac{11,365 - (-12,132)}{4} \approx 5,874 \text{ А}$$

$$I_7 = \frac{\varphi_D - \varphi_A + E_7}{R_7} = \frac{-12,132 - 11,365 + 40}{3,2} \approx 5,157 \text{ А}$$

Найдем напряжение на источнике тока:

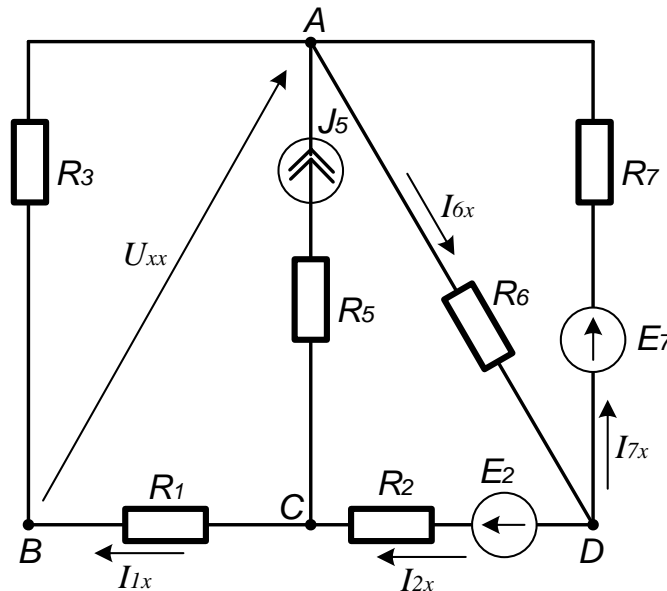
$$U_J = \varphi_A - (\varphi_C - R_5 J_5) = 11,365 - (0 - 3,2 \cdot 3) = 20,965 \text{ В}$$

Как видим результаты хорошо совпадают с полученными по п.3, значит расчет произведен верно.

б) Рассчитаем ток в одной из ветвей методом эквивалентного источника напряжения.

Используя метод эквивалентного источника, выделяем ветвь « В-А », а всю остальную часть схемы рассматриваем как активный двухполюсник.

Для определения параметров этого двухполюсника разомкнем ветвь « В-А », (режим XX) и найдем напряжение $U_{xx} = U_{BA}$



Рассчитаем эту цепь по методу узловых потенциалов:

Вычислим собственные проводимости узлов:

$$G'_{CC} = \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3,2 + 3,2} + \frac{1}{4} = 0,40625 \text{ См}$$

$$G'_{DD} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3,2} = 0,8125 \text{ См}$$

Общая проводимость этих узлов:

$$G'_{CD} = G'_{DC} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ См}$$

Находим узловые токи:

$$I'_{CC} = \frac{E_2}{R_2} - J_5 = \frac{15}{4} - 3 = 0,75 \text{ А}$$

$$I'_{DD} = -\frac{E_2}{R_2} - \frac{E_7}{R_7} = -\frac{15}{4} - \frac{40}{3,2} = -16,25 \text{ А}$$

Составим систему уравнений для нахождения потенциалов узлов по методу узловых напряжений

$$\begin{cases} G'_{CC} \cdot \phi'_C - G'_{CD} \cdot \phi'_D = I'_{CC} \\ -G'_{DC} \cdot \phi'_C + G'_{DD} \cdot \phi'_D = I'_{DD} \end{cases}$$

Подставим числовые значения:

$$\begin{cases} 0,40625 \cdot \varphi'_C - 0,25 \cdot \varphi'_D = 0,75 \\ -0,25 \cdot \varphi'_C + 0,8125 \cdot \varphi'_D = -16,25 \end{cases}$$

Решив систему находим потенциалы узлов:

$$\begin{cases} \varphi'_C \approx -12,905 \text{ В} \\ \varphi'_D \approx -23,971 \text{ В} \end{cases}$$

Тогда:

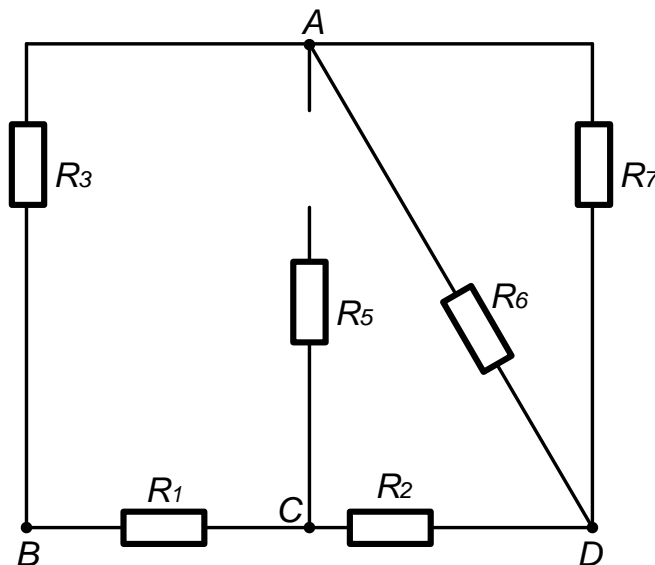
$$I_{1x} = \frac{\varphi'_C - \varphi'_A}{R_1 + R_3} = \frac{-12,905 - 0}{3,2 + 3,2} \approx -2,016 \text{ А}$$

Получаем:

$$U_{xx} = R_3 I_{1x} = 3,2 \cdot (-2,016) = -6,4512 \text{ В}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного источника равно входному сопротивлению относительно выводов «В-А» пассивного двухполюсника.

Входное сопротивление двухполюсника относительно выводов «В-А» определяется при устранении из схемы активного двухполюсника всех источников (ветви с источниками тока разрываются, а источники ЭДС в ветвях закорачиваются).



$$R_{67} = \frac{R_6 R_7}{R_6 + R_7} = \frac{4 \cdot 3,2}{4 + 3,2} \approx 1,778 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{вх}} = R_{BA} = \frac{R_3 (R_1 + R_2 + R_{67})}{R_3 + R_1 + R_2 + R_{67}} = \frac{3,2 \cdot (3,2 + 4 + 1,778)}{3,2 + 3,2 + 4 + 1,778} = \frac{3,2 \cdot 8,978}{12,178} \approx 2,359 \text{ Ом}$$

Окончательно получим:

$$I_4 = \frac{U_{xx}}{R_{\text{вх}} + R_4} = \frac{-6,4512}{2,359 + 4} \approx -1,014 \text{ А}$$

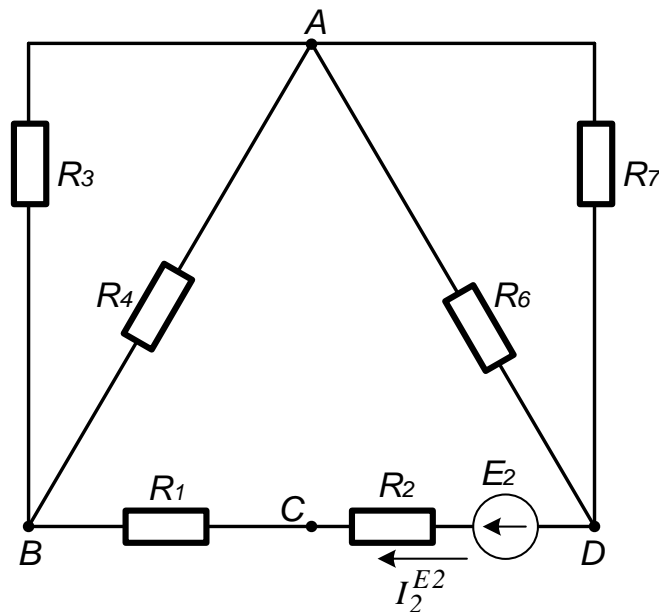
Видно, что полученное значение хорошо совпадает со значением полученным ранее значит расчет произведен верно.

7) Рассчитаем ток в одной из ветвей методом наложения.

Определим ток второй ветви методом наложения

Подлежащая расчету цепь представляет собой суперпозицию трех подсхем

Рассчитаем составляющую тока от действия источника ЭДС E_2 :

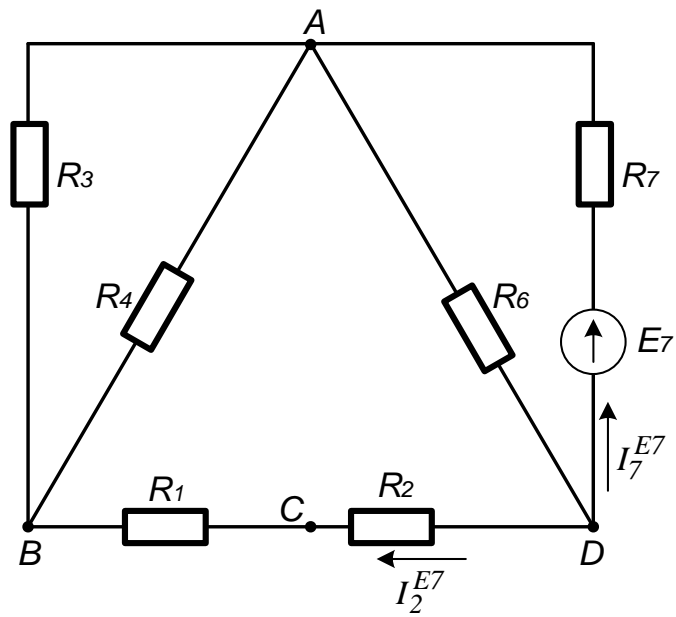


, где

$$R_{34} = \frac{R_4 R_3}{R_4 + R_3} = \frac{4 \cdot 3,2}{4 + 3,2} \approx 1,778 \text{ Ом}$$

$$I_2^{E2} = \frac{E_2}{R_1 + R_2 + R_{34} + R_{67}} = \frac{15}{3,2 + 4 + 1,778 + 1,778} \approx 1,395 \text{ А}$$

Рассчитаем составляющую тока от действия источника ЭДС E_7 :



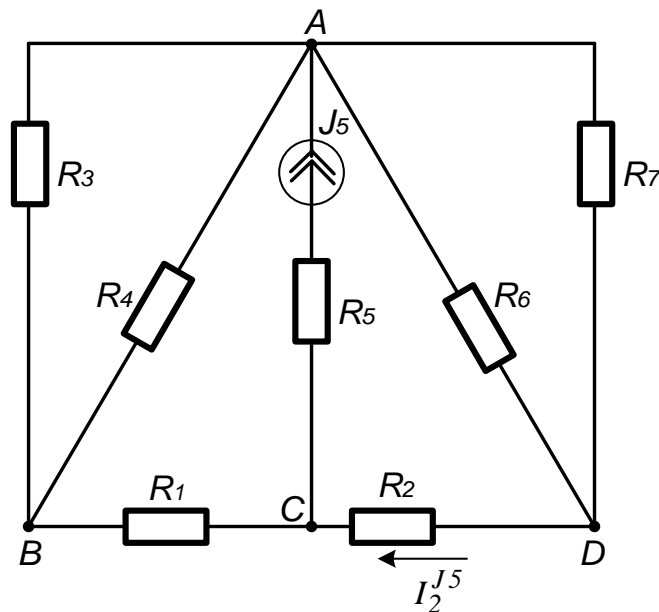
, где

$$R_{AD} = \frac{R_6 (R_1 + R_2 + R_{34})}{R_6 + R_1 + R_2 + R_{34}} = \frac{4 \cdot (3,2 + 4 + 1,778)}{4 + 3,2 + 4 + 1,778} = \frac{4 \cdot 8,978}{12,978} \approx 2,767 \text{ Ом}$$

$$I_7^{E7} = \frac{E_7}{R_7 + R_{AD}} = \frac{40}{3,2 + 2,767} \approx 6,704 \text{ А}$$

$$I_2^{E7} = -I_7^{E7} \frac{R_6}{R_6 + R_1 + R_2 + R_{34}} = -6,704 \cdot \frac{4}{12,978} \approx -2,066 \text{ А}$$

Рассчитаем составляющую тока от действия источника тока J_5 :



, где

$$I_2^{J5} = J_5 \frac{R_1 + R_{34}}{R_1 + R_{34} + R_2 + R_{67}} = 3 \cdot \frac{3,2 + 1,778}{3,2 + 1,778 + 4 + 1,778} = 3 \cdot \frac{4,978}{10,756} \approx 1,388 \text{ A}$$

Полный ток:

$$I_2 = I_2^{E2} + I_2^{E7} + I_2^{J5} = 1,395 - 2,066 + 1,388 = 0,717 \text{ A}$$

Полученный результат совпадает со значением, полученным другими методами.

Если данная работа оказалась полезной для вас, то мы были бы признательны вам за небольшую финансовую поддержку нашего проекта <http://www.zachet.ru/donate/>