

3.3 РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

Задание №1

Найти неопределенные интегралы

$$1 \quad \int (x^{\sqrt{x}} + e^{5x}) dx$$

$$2 \quad \int (\sin x - \cos x)^2 dx$$

$$3 \quad \int \frac{3^{\frac{x}{3}} \cdot 4^{2x}}{5^x} dx$$

$$4 \quad \int \frac{x^{\sqrt{x}} \ln x + 1}{dx}$$

$$5 \quad \int \frac{1}{9 + 4x^2} dx$$

$$6 \quad \int \frac{\sqrt{\arctg x}}{1 + x^2} dx$$

$$7 \quad \int \frac{dx}{(\arcsin x)^3 \sqrt{1 - x^2}}$$

$$8 \quad \int \frac{e^{\operatorname{ctg} x} dx}{\sin^2 x}$$

$$9 \quad \int \frac{2^{x+1} 10^{-x} 5^{x-1}}{dx}$$

$$10 \quad \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x} \right)^3 dx$$

$$11 \quad \int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$12 \quad \int \frac{x+1}{x^2+1} dx$$

$$13 \quad \int \frac{(x^{\sqrt{x}} + 1)^2 dx}{x^4 + x^{-4} + 2}$$

$$14 \quad \int \frac{1}{x dx^3} dx$$

$$15 \quad \int \frac{1}{e^{\sqrt[3]{x}} + 1} dx$$

$$16 \quad \int \frac{1}{(e^x + 1)^x} dx$$

$$17 \quad \int \left(\sqrt[3]{3 + \frac{1}{x^2}} - \cos \frac{x}{2} \right) dx$$

$$18 \quad \int \left(\frac{1}{6} - \sqrt[3]{2} \right) dx$$

$$19 \quad \int \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{2} \right)^2 dx$$

$$20 \quad \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$$

$$21 \quad \int \left(\frac{\sqrt[3]{x} - 2^{\sqrt{x}}}{3\sqrt{x}} \right) dx$$

$$22 \quad \int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$23 \quad \int \left(\frac{1}{5^{2x}} - e^{-5x} \right) dx$$

$$24 \quad \int \frac{(1-x)^3}{x \cdot \sqrt[3]{x}} dx$$

$$25 \quad \int 2^{\frac{x}{7}} \cdot 5^{15x} dx$$

$$26 \quad \int \frac{10^{\frac{x}{2}} \sqrt{2^x}}{5^{3x}} dx$$

$$27 \quad \int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x} + \operatorname{tg} x} - \cos 3x^2 \right) dx$$

$$28 \quad \int \left(\cos \frac{x^2}{6} - x \sqrt{e} \right) dx$$

$$29 \quad \int x^{\sqrt{x}} (\ln x - 1)^2 dx$$

$$30 \quad \int \frac{1}{- \quad + 5\pi} dx$$

$$\left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} \right)^2$$

$$31 \quad \int (2^x + 3^x) dx$$

$$32 \quad \int \left(\frac{\sqrt[n]{x} - \sqrt[k]{x}}{1} \right) dx$$

$$33 \quad \int \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$34 \quad \int \left(1 - \frac{x^2}{1+x^2} \right) dx$$

$$35 \quad \int \frac{2^{5x} \cdot 5^{\frac{x}{5}}}{e^{7x}} dx$$

$$36 \quad \int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sin 3x \right) dx$$

Задание №2

Найти неопределенные интегралы

$$1 \quad \int (5 + x) \arccos x dx$$

$$2 \quad \int e^x \cdot (x + 1) dx$$

$$3 \quad \int (x + 1) \cdot \arctg x dx$$

$$4 \quad \int (3 - x) \cdot \cos x dx$$

$$5 \quad \int \arcsin 3x dx$$

$$6 \quad \int (x + 3) \cdot \ln^2 x dx$$

$$7 \quad \int (6^x + x)^2 dx$$

$$8 \quad \int \frac{3x+5}{\cos^2 x} dx$$

$$9 \quad \int e^{-x} x^2 dx$$

$$10 \quad \int (3x + 4) \cdot \cos 6x dx$$

$$11 \quad \int (2x - 5) \cdot e^{4x} dx$$

$$12 \quad \int e^{-x} \cdot \cos 2x dx$$

$$13 \quad \int \frac{4x+5}{\sin^2 x} dx$$

$$14 \quad \int (x^2 + 5x - 6) \cdot \ln x dx$$

$$15 \quad \int \frac{\log_3 x dx}{x \cdot \cos x}$$

$$16 \quad \int \frac{dx}{\sin^3 x}$$

$$17 \quad \int (x + \ln x)^2 dx$$

$$18 \quad \int x \cdot \operatorname{arccotg} x dx$$

$$19 \quad \int \lg 3x dx$$

$$20 \quad \int (x + 3) \cdot 2^x dx$$

$$21 \quad \int \ln(x + 1) dx$$

$$22 \quad \int (3x + 2) \cdot e^x dx$$

$$23 \quad \int (x - 5) \cdot \sin x dx$$

$$24 \quad \int (\ln x + e^{-2x}) dx$$

$$25 \quad \int (x^2 + 3x + 1) e^x dx$$

$$26 \quad \int \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$27 \quad \int e^{2x} \cdot \sin 3x dx$$

$$28 \quad \int \ln(x^2 + x) dx$$

$$29 \quad \int x \cdot \sin(5x + 6) dx$$

$$30 \quad \int (x - 3^x)^2 dx$$

$$31 \quad \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

$$32 \quad \int e^x \cdot \sin(4x - 1) dx$$

$$33 \quad \int (2x + 3) \sin 5x dx$$

$$34 \quad \int \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

$$35 \quad \int e^{3x} \cdot \cos 2x dx$$

$$36 \quad \int \sqrt{x} \cdot \log_5 x dx$$

Задание №3

Найти неопределенные интегралы

- | | | |
|---|---|---|
| 1 $\int \frac{dx}{x^3(x-1)^2}$ | 13 $\int \frac{(2x^2 + x + 3)dx}{(x+2)(x^2 + x + 1)}$ | 25 $\int \frac{3x^3 - 5dx}{x^3 - x}$ |
| 2 $\int \frac{x^3 + 1}{(x+2)(x-1)} dx$ | 14 $\int \frac{(3x+4)dx}{(x^2 + x + 1)(x+2)^2}$ | 26 $\int \frac{dx}{x^2(x^2 + 1)}$ |
| 3 $\int \frac{x^5 dx}{x^2 + 1}$ | 15 $\int \frac{(x^3 - 5x^2 + 5x + 23)dx}{(x^2 - 1)(x-5)}$ | 27 $\int \frac{4x^3 + 25}{x^2 + 3x + 2} dx$ |
| 4 $\int \frac{x^3 dx}{x^2 - 1}$ | 16 $\int \frac{(x+3)dx}{(x^2 - x + 1)(x-3)}$ | 28 $\int \frac{x^3 + x^2}{x^2 - 6x + 5} dx$ |
| 5 $\int \frac{x+1}{x^2 + 10x + 29} dx$ | 17 $\int \frac{(x+1)dx}{(x^2 + x + 2)(x^2 + 4x)}$ | 29 $\int \frac{x^3 + 1}{x(x-1)^3} dx$ |
| 6 $\int \frac{x^4 dx}{(x^2 + 1)(x-1)}$ | 18 $\int \frac{dx}{(x-2)^2(x^2 + 4x + 5)}$ | 30 $\int \frac{3x^2 - 4x + 5}{(x+2)x^2} dx$ |
| 7 $\int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 - 4)}$ | 19 $\int \frac{(2x+5)dx}{(x^2 + 4)(x-3)}$ | 31 $\int \frac{2x^2 - 3x + 3}{x^3 - 2x^2 + x} dx$ |
| 8 $\int \frac{x^2 - 3}{(x-1)^2 x} dx$ | 20 $\int \frac{(x-3)dx}{(x^2 + 1)(x+1)}$ | 32 $\int \frac{dx}{x^2(x-2)^2}$ |
| 9 $\int \frac{5x^3 - 9x^2 - 22x - 8}{x^3 - 4x} dx$ | 21 $\int \frac{3x^3 + x^2 + 5x + 1}{x^3 + x} dx$ | 33 $\int \frac{x^3 + 1}{x(x-1)^3} dx$ |
| 10 $\int \frac{x^4 - 3x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - 2x} dx$ | 22 $\int \frac{(x+1)dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$ | 34 $\int \frac{(x+2)dx}{x^3 - 2x^2}$ |
| 11 $\int \frac{x^4 dx}{x^4 - 16}$ | 23 $\int \frac{2x^2 - 3x + 3}{x^3 - 2x^2 + x} dx$ | 35 $\int \frac{x^3 dx}{x^3 + 27}$ |
| 12 $\int \frac{x^5 dx}{x^3 - 8}$ | 24 $\int \left(\frac{x}{x^2 - 3x + 2} \right)_2 dx$ | 36 $\int \frac{3 - 2x}{(x^2 + 16)x^2} dx$ |

Задание №4

Найти неопределенные интегралы

- | | | |
|---|---|---|
| 1 $\int \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} dx$ | 13 $\int \frac{dx}{(1 + \cos x) \sin x}$ | 25 $\int \frac{dx}{3 + \operatorname{tg} x}$ |
| 2 $\int \operatorname{cosec}^5 x dx$ | 14 $\int \cos 3x \cdot \cos^2 4x dx$ | 26 $\int \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} dx$ |
| 3 $\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x}$ | 15 $\int \cos^4 x \sin^2 x dx$ | 27 $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx$ |
| 4 $\int \frac{dx}{2 + \sin x}$ | 16 $\int (\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^2 x) dx$ | 28 $\int \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x} dx$ |
| 5 $\int \operatorname{ctg}^3 x dx$ | 17 $\int \frac{dx}{5 + \sin x + 3 \cos x}$ | 29 $\int \cos^4 5x dx$ |
| 6 $\int \frac{(1 + \operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}$ | 18 $\int (\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg} 2x) dx$ | 30 $\int \frac{\cos^5 x}{\sin^4 x} dx$ |
| 7 $\int \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$ | 19 $\int \frac{\operatorname{ctg} x dx}{1 - \sin x - \cos x}$ | 31 $\int \frac{dx}{2 + 3 \cos x}$ |
| 8 $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x}$ | 20 $\int \cos^2 x \sin^2 x dx$ | 32 $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin 2x} dx$ |
| 9 $\int \cos 7x \sin^2 x dx$ | 21 $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$ | 33 $\int \frac{\sin^4 x}{\cos x} dx$ |
| 10 $\int (\operatorname{ctg}^3 x - \sin^3 x) dx$ | 22 $\int \frac{dx}{\sin x \cdot (2 + \cos x - 2 \sin x)}$ | 34 $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$ |
| 11 $\int \sin^3 x \cos^5 x dx$ | 23 $\int \sin x \cos^5 x dx$ | 35 $\int \frac{\sin x \cos x}{(3 + \cos x)^2} dx$ |
| 12 $\int \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$ | 24 $\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$ | 36 $\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}$ |

Задание №5

Найти неопределенные интегралы

- | | | |
|---|--|--|
| 1 $\int \frac{x^6}{1 + \sqrt[3]{x}} dx$ | 13 $\int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$ | 25 $\int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt[4]{x^3}}}{\sqrt{x}} dx$ |
| 2 $\int x^3 \cdot (5 + x^2)^{\frac{1}{3}} dx$ | 14 $\int \frac{dx}{x \cdot (1 + \sqrt[3]{x})^2}$ | 26 $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1 + x^3}}$ |
| 3 $\int \sqrt{-x^2 + 6x - 8} dx$ | 15 $\int \sqrt{1 - x + x^2} dx$ | 27 $\int \sqrt{(x^2 - 1)^3} dx$ |
| 4 $\int \frac{\sqrt{1 + x}}{x^2 \cdot \sqrt{x}} dx$ | 16 $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2 - \sqrt{x}}}$ | 28 $\int x^2 \cdot \sqrt{x^2 - 1} dx$ |
| 5 $\int \frac{\sqrt{1 - x^2} dx}{x^2}$ | 17 $\int \frac{dx}{\sqrt{5 + 2x - x^2}}$ | 29 $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}$ |
| 6 $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2 - \sqrt{x}}}$ | 18 $\int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x + x^2}}$ | 30 $\int \frac{dx}{\sqrt{(1 + x^2)^3}}$ |
| 7 $\int x^2 \sqrt{9 - x^2} dx$ | 19 $\int \sqrt{4x - x^2} dx$ | 31 $\int \frac{dx}{\sqrt{x \cdot (1 + \sqrt[3]{x})^2}}$ |
| 8 $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^2}}$ | 20 $\int \frac{\sqrt{x^2 - 2} dx}{x^4}$ | 32 $\int \frac{dx}{x^3 \cdot \sqrt[3]{2 - x^3}}$ |
| 9 $\int \frac{\sqrt{x^2 + 9} dx}{x^2}$ | 21 $\int \frac{dx}{\sqrt{(1 + x^2)^3}}$ | 33 $\int \frac{\sqrt[5]{x} dx}{\sqrt[3]{3 - 2 \cdot \sqrt[5]{x}}}$ |
| 10 $\int \sqrt{2x - x^2} dx$ | 22 $\int \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{2 + \sqrt[3]{x^2}} dx$ | 34 $\int \frac{dx}{\sqrt{3 + x - x^2}}$ |
| 11 $\int x^3 \cdot \sqrt{1 + x^2} dx$ | 23 $\int \frac{\sqrt[3]{1 + \frac{\sqrt[4]{x^3}}{x^2}} dx}{x^2}$ | 35 $\int \frac{-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + 1} dx$ |
| 12 $\int \frac{dx}{\sqrt{(9 + x^2)^3}}$ | 24 $\int x^5 \cdot (1 + x^3)^{\frac{2}{3}} dx$ | 36 $\int x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$ |

Задание №6

Найти определенные интегралы

- | | | |
|---|---|---|
| 1 $\int_{\sqrt{3}}^8 x \cdot \sqrt{1+x^2} dx$ | 13 $\int_{0,5}^1 \frac{e^x}{e^x - e^{-x}} dx$ | 25 $\int_0^1 x^2 \cdot \sqrt{1-x^2} dx$ |
| 2 $\int_{10}^{100} \frac{3^{\lg x} dx}{x}$ | 14 $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$ | 26 $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ |
| 3 $\int_{-1}^0 \frac{x e^{\sqrt{1-x^2}}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 15 $\int_3^5 \frac{2-x}{\sqrt{x-6}} dx$ | 27 $\int_1^4 \frac{dx}{x \cdot \cos(\pi \cdot \ln x)}$ |
| 4 $\int_0^1 x^3 \cdot \sqrt{1-x^2} dx$ | 16 $\int_1^{-1} \frac{x^2}{1+x^6} dx$ | 28 $\int_{0,1}^{0,2} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$ |
| 5 $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^3 x dx$ | 17 $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$ | 29 $\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x+1}} dx$ |
| 6 $\int_0^3 x^5 \cdot \sqrt{1+x^2} dx$ | 18 $\int_0^{\pi/4} \frac{3^{\operatorname{tg} x}}{1-\sin^2 x} dx$ | 30 $\int_0^{\pi/4} \frac{3^{\operatorname{tg} x}}{1-\sin^2 x} dx$ |
| 7 $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$ | 19 $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$ | 31 $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$ |
| 8 $\int_0^1 \sqrt{2x+x^2} dx$ | 20 $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$ | 32 $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$ |
| 9 $\int_0^{\pi/6} \frac{1+\operatorname{tg}^2 x}{1-\operatorname{tg}^2 x} dx$ | 21 $\int_0^1 \sqrt{4x-x^2} dx$ | 33 $\int_1^{10} 5^{\lg x} \frac{dx}{x}$ |
| 10 $\int_{\frac{1}{4}}^9 \frac{dx}{2x + \sqrt{3x+1}}$ | 22 $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx$ | 34 $\int_0^{0,5\pi} \sin^8 x \cos^3 x dx$ |
| 11 $\int_{-2}^1 \frac{x}{(1+x^2)^3} dx$ | 23 $\int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx$ | 35 $\int_{-0,5\pi}^{0,5\pi} \sin^2 x \cos^2 x dx$ |
| 12 $\int_0^1 \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ | 24 $\int_6^{10} \sqrt{\frac{4-x}{x-12}} dx$ | 36 $\int_0^{0,5\sqrt{\pi}} \frac{3x}{4\cos^2 x} dx$ |

Задание №7

Найти определенные интегралы

- | | | | | | |
|----|---|----|---|----|--|
| 1 | $\int_0^{\pi} \cos^2 x \sin^2 x dx$ | 13 | $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \operatorname{ctg}^5 x dx$ | 25 | $\int_{-\pi}^{\pi/3} \cos^3 x \sin^3 x dx$ |
| 2 | $\int_0^{\pi} \cos x \sin^7 x dx$ | 14 | $\int_0^{\pi/4} \sin 2x \cos^2 x dx$ | 26 | $\int_0^{\pi} \cos 4x \sin 3x dx$ |
| 3 | $\int_{-2\pi}^{\pi} \cos\left(\frac{5x}{2}\right) \cos\left(\frac{3x}{2}\right) dx$ | 15 | $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\sin^5 x}{\cos^6 x} dx$ | 27 | $\int_0^{\pi} \sin^5 x dx$ |
| 4 | $\int_0^{\pi/12} \cos 3x \cdot \cos^2 4x dx$ | 16 | $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^6 x}$ | 28 | $\int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}^3 x dx$ |
| 5 | $\int_0^{\pi/6} \cos x \cos 2x \cos 3x dx$ | 17 | $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^4 x}$ | 29 | $\int_0^{\pi} \cos^5 x \sin^3 x dx$ |
| 6 | $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx$ | 18 | $\int_0^{\pi} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$ | 30 | $\int_0^{\pi} \sin 5x \sin 3x dx$ |
| 7 | $\int_0^{\pi} \cos^3 x \sin^2 x dx$ | 19 | $\int_0^{\pi} \cos^2 x \sin 3x dx$ | 31 | $\int_0^{\pi} \cos 7x \sin^2 x dx$ |
| 8 | $\int_0^{\pi/6} \sin 2x \cos 4x \sin x dx$ | 20 | $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \left(\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right) \right) dx$ | 32 | $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^4 x}$ |
| 9 | $\int_{-2\pi}^{-\pi} \cos^5 x \sin^2 x dx$ | 21 | $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x \sin^4 x dx$ | 33 | $\int_{-\pi}^0 \cos^4 x dx$ |
| 10 | $\int_{-\pi}^{\pi} \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{3x}{2}\right) dx$ | 22 | $\int_0^{\pi/3} \cos^4 x \sin^2 x dx$ | 34 | $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^6 x}$ |
| 11 | $\int_{-\pi}^{\pi} \cos 5x \sin x \cos x dx$ | 23 | $\int_{\pi}^{2\pi} \sin\left(\frac{5x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx$ | 35 | $\int_{-\pi}^{2\pi} \cos^4\left(\frac{x}{4}\right) dx$ |
| 12 | $\int_0^{\pi/6} \sin x \sin 3x \sin 5x dx$ | 24 | $\int_0^{\pi/2} \sin^5 x \cdot \sqrt{\cos x} dx$ | 36 | $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \cdot \sqrt[3]{\sin x} dx$ |

Задание №8

Исследовать на сходимость

- | | | |
|--|--|---|
| 1 $\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{\sqrt{16x^4 + 1}} dx$ | 13 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}}$ | 25 $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 4}$ |
| 2 $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{\pi(x^2 + 4x + 5)}$ | 14 $\int_{-\infty}^0 e^{-\sqrt{x}} dx$ | 26 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x - 1}}$ |
| 3 $\int_0^{+\infty} \frac{3 - x^2}{x^2 + 4} dx$ | 15 $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$ | 27 $\int_0^{\infty} x \cdot e^{\frac{-x}{2}} dx$ |
| 4 $\int_{-\infty}^{-1} \frac{7}{(x^2 - 4x) \ln 5} dx$ | 16 $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1 + x^2}$ | 28 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x}}$ |
| 5 $\int_{\sqrt[3]{3}}^{+\infty} \frac{\pi dx}{(1 + 9x^2) \arctg^2 3x}$ | 17 $\int_0^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + 1}} dx$ | 29 $\int_0^{\infty} x \cdot e^{-x} dx$ |
| 6 $\int_1^{+\infty} \frac{4dx}{x(1 + \ln^2 x)}$ | 18 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(2x - 1)^3}$ | 30 $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^3}$ |
| 7 $\int_{-1}^{+\infty} \frac{x}{x^2 + 4x + 5} dx$ | 19 $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$ | 31 $\int_{-\infty}^0 x \cdot \sin 2x dx$ |
| 8 $\int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}$ | 20 $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(x + 2)^3} dx$ | 32 $\int_{-\infty}^0 \frac{x}{x^2 + x + 1} dx$ |
| 9 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(1 + x)}$ | 21 $\int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 13}$ | 33 $\int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{-x^3} dx$ |
| 10 $\int_0^0 \frac{dx}{(x - 1)^2}$ | 22 $\int_{\frac{3}{\infty}}^{\infty} \frac{x^2}{x^2 + 4} dx$ | 34 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x + 1}}$ |
| 11 $\int_0^{+\infty} \frac{x + 2}{x^2 + 2x + 2} dx$ | 23 $\int_4^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ | 35 $\int_0^{\infty} x \cdot e^{\frac{-x}{2}} dx$ |
| 12 $\int_0^{\infty} x \cdot \cos x dx$ | 24 $\int_{-\infty}^0 \frac{x}{(x - 3)^4} dx$ | 36 $\int_0^{\infty} (x + 1) \cdot \sin x dx$ |

Задание №9

Исследовать на сходимость

- 1 $\int_0^1 \frac{e^{\frac{1}{x^3 + \frac{1}{x}}}}{x^2} dx$
- 2 $\int_0^1 \frac{dx}{1 - x^4}$
- 3 $\int_0^1 \frac{2e^{1 - \frac{1}{\pi} \arcsin x}}{\pi \sqrt{1 - x^2}} dx$
- 4 $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - 1)^3} \ln 2}$
- 5 $\int_0^1 \frac{dx}{9x^2 - 9x + 2}$
- 6 $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x}} dx$
- 7 $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{(1 - \sin 3x)^5} dx$
- 8 $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x - 1)}{3x - 1} dx$
- 9 $\int_1^4 \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$
- 10 $\int_2^e \frac{dx}{x^2 - 4}$
- 11 $\int_1^3 \frac{dx}{x \cdot \ln^2 x}$
- 12 $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$
- 13 $\int_{-1}^0 x \cdot \ln(1 + x) dx$
- 14 $\int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt[3]{7 - x}}$
- 15 $\int_0^{\pi/2} \operatorname{tg} x dx$
- 16 $\int_0^2 \frac{2 + x}{2 - x} dx$
- 17 $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \operatorname{ctg} x dx$
- 18 $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cos 2x}$
- 19 $\int_0^2 \frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right) dx$
- 20 $\int_{2/3}^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4 - x)^2}}$
- 21 $\int_0^4 \frac{dx}{(x - 2)^2}$
- 22 $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^3}} dx$
- 23 $\int_0^1 \frac{dx}{x(1 + x)}$
- 24 $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + \cos 4x}$
- 25 $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos x}$
- 26 $\int_{-3}^2 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$
- 27 $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x - 1}}$
- 28 $\int_0^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt{x}} dx$
- 29 $\int_0^2 \frac{xdx}{4 - x^2}$
- 30 $\int_0^1 x \cdot \ln(1 - x) dx$
- 31 $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$
- 32 $\int_{-1}^0 \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x^2} dx$
- 33 $\int_{-1}^0 \frac{\ln(x + 1)}{x + 1} dx$
- 34 $\int_1^3 \frac{dx}{3 - x}$
- 35 $\int_{-1}^3 \frac{dx}{(x - 1)^2}$
- 36 $\int_0^1 \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$

Задание №10

Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций

- | | | | | | |
|---|--|----|--|----|---|
| 1 | $\begin{cases} y = \frac{16}{x^2} \\ y = 17 - x^2 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$ | 13 | $\begin{cases} y = \sin x \\ y = \cos x \\ x = 0 \end{cases}$ | 25 | $\begin{cases} xy = 20 \\ x^2 + y^2 = 41 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$ |
| 2 | $\begin{cases} y = \operatorname{tg} x \\ y = \sqrt{3} \\ y = -1 \\ x = 0 \end{cases}$ | 14 | $\begin{cases} xy = 4\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6x \\ y = 0 \\ x = 4 \end{cases}$ | 26 | $\begin{cases} y = \operatorname{ctg} x \\ y = -\sqrt{3} \\ \sqrt{3}y = -1 \\ 2x = \pi \end{cases}$ |
| 3 | $\begin{cases} y = x^3 \\ y = 2x \\ y = x \end{cases}$ | 15 | $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = 15 \\ y = 8 \\ x \geq 0 \end{cases}$ | 27 | $\begin{cases} y = \frac{8}{4+x^2} \\ 4y = x^2 \end{cases}$ |
| 4 | $\begin{cases} y = \sin x \\ y = 2 \cos x \\ x = 0 \end{cases}$ | 16 | $\begin{cases} xy = 2 \\ xy = 8 \\ x = 9 \\ y = 9 \end{cases}$ | 28 | $\begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 36 \\ 4 - 3y = 0 \end{cases}$ |
| 5 | $\begin{cases} y = x^3 + 1 \\ y = x + 1 \\ y = x^3 + 1 \end{cases}$ | 17 | $\begin{cases} 9x^2 + 16y^2 = 144 \\ x = 2, \quad x = 0 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$ | 29 | $\begin{cases} x^3 - 3y = 0 \\ 3x - y = 0 \\ xy - 4 = 0 \end{cases}$ |
| 6 | $\begin{cases} y = (x-1)^2 \\ y = 1-x \\ 4y = x^2 \end{cases}$ | 18 | $\begin{cases} y = -x + 5 \\ x = 0 \\ xy + 16 = 0 \end{cases}$ | 30 | $\begin{cases} x - 4y = 0 \\ x = 16 \end{cases}$ |
| 7 | $\begin{cases} 2y = 6x - x^2 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$ | 19 | $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ x + 4y = 0 \end{cases}$ | 31 | $\begin{cases} y = \cos x \\ 2y = \sqrt{3} \\ x \in [0; 2\pi] \end{cases}$ |
| 8 | $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 4 \\ x + y + 4 = 0 \end{cases}$ | 20 | $\begin{cases} 2x^2 + 16x - y = -35 \\ x + 4 = 0 \\ y = 0, \quad x = 0 \end{cases}$ | 32 | $\begin{cases} y = \lg x \\ 10x = 1, \\ x = 10 \\ y = 0 \end{cases}$ |

9	$\begin{cases} y = -x^2 \\ y + x = -2 \end{cases}$	21	$\begin{cases} x^2 + 6x - y + 9 = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{cases}$	33	$\begin{cases} y = \arcsin x \\ x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$
10	$\begin{cases} y^2 = 9x \\ y = 3x \end{cases}$	22	$\begin{cases} 16x^2 - 9y^2 = 144 \\ x = 5 \end{cases}$	34	$\begin{cases} y = \sin 2x \\ 6x = 5\pi y \end{cases}$
11	$\begin{cases} xy = 9 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$	23	$\begin{cases} y = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \\ y = 0 \end{cases}$	35	$\begin{cases} xy = 9 \\ xy = -9 \\ x = 3, x = 6 \end{cases}$
12	$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$	24	$\begin{cases} y^2 = x \\ xy = 8 \\ x = 9 \end{cases}$	36	$\begin{cases} 9y = x^2 \\ xy = 3 \\ y = 9 \end{cases}$

Задание №11

В вариантах 1-5 по заданной площади криволинейной трапеции найти один из пределов интегрирования.

1	$5 \cdot \int_0^p x^4 dx = 32$	3	$\int_0^\beta \sin^3 x \cdot \cos x dx = 0,25$	5	$\int_1^m \frac{dx}{x} = 2$
2	$\int_\alpha^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{1}{2}$	4	$\int_k^1 3^x dx = \log_3 e$		

В вариантах 6,7 по заданному равенству определить верхний предел интегрирования и площадь криволинейной трапеции, выражаемую интегралом.

6	$\int_0^\alpha \frac{dx}{1+x} = \alpha \cdot \ln 2$	7	$\int_0^\alpha \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \ln(\alpha + \sqrt{2})$
---	---	---	--

В вариантах 8-11 по заданной площади криволинейной трапеции, найти пределы интегрирования.

8	$4 \cdot \int_a^{2a} x^3 dx = 15$	10	$\int_{-b}^b (2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4) dx = 4$
9	$\left \int_p^{p-9} \sqrt{x} dx \right = 18$	11	$\int_{a-4}^a x^{1+\log_x 5} dx = 60$

В вариантах 12-14 вычислить определенный интеграл по заданному равенству.

12	$\int_{\frac{a-2}{2}}^{\frac{a}{2}} 3x^5 dx = \frac{a}{4}$	13	$\int_{a-1}^{a+2} (1+x)^2 dx = 7(2a+1)$	14	$\int_a^{3a} x^3 dx = 5a^2$
----	--	----	---	----	-----------------------------

15. Площадь криволинейной трапеции равна $\int_m^{m+2} \frac{x^3}{2} dx$. Найти число **m**, если известно, что данная трапеция равновелика трапеции, площадь которой выражается интегралом $\int_0^{\pi} \sin x dx$.

16. Площади двух криволинейных трапеций выражаются соответственно интегралами $\int_{-1}^t \frac{dx}{x+2}$ и $\int_0^t \sqrt{1+x^2} dx$. При каких значениях параметра **t** эти трапеции равновелики?

17. Площади двух криволинейных трапеций выражаются соответственно интегралами $\int_0^{3t} \cos 2x dx$ и $\int_t^{\pi/2} \sin 3x dx$ и относятся как 3:2. Определить число **t**.

18. Доказать тождество (равновеликость криволинейных трапеций) $\int_0^a x^3 dx = \frac{a^4}{8} \cdot \int_0^{\pi} \sin x dx$ для любого действительного значения **a**.

19. Показать, что $\int_e^{e^2} \frac{dx}{\ln x} = \int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$.

20. Показать, что $\int_{1/\sqrt{2}}^1 \frac{dx}{\arcsin x} = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x}{x} dx$.

21. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \ln x$, касательной к ней в точке $x = e$ и осью Ox .

22. К параболе $x - y^2 = 0$ проведены касательные в точках с абсциссой 16. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой и этими касательными.

23. К параболе $y = x^2$ в точке, абсцисса которой равна 2, проведена касательная. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой, касательной и осью абсцисс.

24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кубической параболой $y = 2x^3$ и касательной, проведенной к параболе в точке с ординатой 16.

25. К кубической параболе $y = 2x^3 - 3x^2$ в точке ее пересечения с осью абсцисс проведена касательная. Найти площадь фигуры, расположенной справа от оси ординат и ограниченной этой осью, касательной и данной кривой.

26. К синусоиде $y = \sin x$ проведены касательные в точках с абсциссой $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$. Вычислить площадь фигуры, ограниченной синусоидой и этими касательными.

27. К равносторонней гиперболе $y = \frac{4}{x}$ проведены нормали в точках с абсциссами $x_1 = 1$ и $x_2 = e$. Вычислить площадь фигуры, ограниченной гиперболой, координатными осями и этими нормальями.

28. К логарифмической кривой $y = \ln x$ проведена нормаль в точке с ординатой 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной данной кривой, нормалью и осью абсцисс.

29. К параболе $1 + x + x^2 - y = 0$ проведена касательная, угловой коэффициент которой равен 3. Определить площадь фигуры, ограниченной параболой, касательной и осью ординат.

30. К центральной ветви тангенсоиды $y = \operatorname{tg} x$ в точке с ординатой 1, проведена касательная. Вычислить площадь фигуры, ограниченной тангенсоидой и касательной.

31. Криволинейная трапеция площадью в 9000 кв.ед. ограничена кривой $x - y^2 = 0$, осью ординат и некоторой прямой, перпендикулярной оси ординат. Найти эту прямую.

32. Криволинейная трапеция площадью в 3 кв.ед. ограничена кривой $y = 3\sin x$, осью абсцисс и некоторой прямой, параллельной оси ординат. Найти прямую, если $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

33. Прямая проходит через начало координат и отсекает от кривой $y = 10x^4$ сегмент площадью 96 кв.ед. Найти точки пересечения прямой и кривой.

34. Прямая проходит через начало координат и отсекает сегмент от параболы $y = 3x^2$. При каком угле наклона прямой площадь этого сегмента составит 13,5 кв.ед?

35. Криволинейная трапеция площадью в $\frac{1}{7 \ln 2}$ кв.ед. ограничена кривой $y = 2^x$, координатными осями и некоторой прямой, параллельной оси ординат. Найти уравнение этой прямой.

36. Доказать, что равенство (равновеликость криволинейных трапеций)
 $\int_1^p \frac{dx}{x} = \int_1^p x dx$ невозможно, если p – целое число, отличное по модулю от единицы.

Задание №12

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными уравнениями в полярной системе координат

1	$\rho = \sin^3 \varphi$	13	$\rho = 3 \sin 4\varphi$	25	$\rho^2 = \cos 4\varphi$
2	$\rho = \cos \varphi + \sin \varphi$ $\rho = \cos \varphi$	14	$\rho = \varphi$ $\rho = \varphi^2$	26	$\rho = 2\sqrt{3} \cos \varphi$ $\rho = 2 \sin \varphi$
3	$\rho = 2 \cos \varphi$ $\rho \geq 1$	15	$\rho = 2 - \cos \varphi$ $\rho = \cos \varphi$	27	$\rho = 2 \cos 3\varphi$ $\rho \geq 1$
4	$\rho = 4 \sin 2\varphi$	16	$\rho^2 = 4 \sin 3\varphi$	28	$\rho = 2(1 + \cos \varphi)$
5	$\rho = 2 + \cos \varphi$	17	$\rho = 9 \cos^2 \varphi$	29	$\rho = 4 \cos 4\varphi$
6	$\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$	18	$\rho = 3 + \sin 3\varphi$	30	$\rho = 3 \sin 4\varphi$
7	$\rho = 4 \cos 3\varphi$	19	$\rho = \cos \varphi + \sin \varphi$	31	$\rho = 4 \sin^2 \varphi$
8	$\rho = 2 \cos \varphi$ $\rho = \cos \varphi$	20	$\rho = 2 \sin \varphi$ $\rho = 3 \cos \varphi$	32	$\rho = 2 \sin \varphi$ $\rho = 4 \sin \varphi$
9	$\rho = \frac{1}{1 - \cos \varphi}$ $\varphi = \frac{\pi}{4}$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$	21	$\rho = \frac{1}{\varphi}$ $\rho = \frac{1}{\sin \varphi}$ $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	33	$\rho = 3 \cos \varphi$ $\rho = 5 \cos \varphi$
710	$\rho = 4 \cos^3 \varphi$	22	$\rho = 3(1 + \sin \varphi)$	34	$\rho^2 = 9 \sin 2\varphi$
11	$\rho^2 = 2 \cos 2\varphi$ $\rho \geq 1$	23	$\rho = \frac{3}{1 + 0,5 \cos \varphi}$	35	$\rho = 4 \sin \varphi$ $\rho = 4 \cos \varphi$
12	$\rho = 2 + \cos 2\varphi$	24	$\rho^2 + \varphi^2 = 1$	36	$\rho = 1 + \sin \varphi$

Задание №13

Вычислить длины дуг кривых

1	$y = \ln x$ $x \in [\sqrt{3}; \sqrt{15}]$	13	$y = \ln \cos x$ $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$	25	$y = \ln \sin x$ $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$
2	$y = \operatorname{ch} x$ $x \in [0; 1]$	14	$e^y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ $x \in [1; 2]$	26	$y = 2 \operatorname{ch} \left(\frac{x}{2}\right)$ $x \in [0; 3]$
3	$y = 1 - \ln \cos x$ $x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$	15	$5y^2 = x^3$ $x \in [0; 25]$	27	$y = \ln(x^2 - 1)$ $x \in [2; 3]$
4	$y = e^x$ $x \in [0; 1]$	16	$y = x\sqrt{x}$ $x \in [0; 9]$	28	$y = 0,25 \cdot x^2$ $x \in [0; 2]$
5	$y = \ln 7 - \ln x$ $x \in [\sqrt{3}; \sqrt{8}]$	17	$y = 1 - \ln \sin x$ $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$	29	$2y^2 = x^3$ $x \in [0; 10]$
6	$y = x\sqrt{x}$ $x \in [1; 4]$	18	$y = 2 + \operatorname{ch} x$ $x \in [0; 1]$	30	$y^2 = 4x$ $x \in [0; 1]$
7	$y = \ln(1 - x^2)$ $x \in [0; 0,25]$	19	$y = 2 + \ln \cos x$ $x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$	31	$y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$ $x \in [1; 2]$
8	$y = 2\sqrt{x^3}$ $x \in [0; 1]$	20	$x = 0,25y^2 - 0,5 \ln y$ $y \in [1; e]$	32	$y = 0,5 \cdot x^2$ $x \in [0; 4]$
9	$y = 1 - \ln(x^2 - 1)$ $x \in [3; 4]$	21	$y = 2 - e^x$ $x \in [\ln \sqrt{3}; \ln \sqrt{8}]$	33	$y = 2 \ln(4 - x^2)$ $y \geq 0$
10	$y = e^x$ $x \in [0; \ln 2]$	22	$y = 3 + \operatorname{ch} x$ $x \in [0; 1]$	34	$y^2 = 2x^3$ $x \in [0; 1]$
11	$y = \ln \left(\frac{1}{2x}\right)$ $x \in [\sqrt{3}; \sqrt{8}]$	23	$y = 3 \ln(9 - x^2)$ $y \geq 0$	35	$y = 1 - \ln \cos x$ $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

12	$y = 1 - \operatorname{ch} x$ $x \in [0; 1]$	24	$y = 0,5 \cdot \operatorname{ch} 2x$ $x \in [0; 2]$	36	$y = \ln x$ $x \in [\sqrt{3}; \sqrt{8}]$
----	---	----	--	----	---

Задание №14

Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями

1	$\begin{cases} x = \cos t + t \cdot \sin t \\ y = \sin t - t \cdot \cos t \\ t \in [0; 2\pi] \end{cases}$	13	$\begin{cases} x = 2 \cos t - \cos 2t \\ y = 2 \sin t - \sin 2t \\ t \in [0; 2\pi] \end{cases}$	25	$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \\ t \in [0; 2\pi] \end{cases}$
2	$\begin{cases} x = 2 \sin t \\ y = 2 \cos t \\ t \in [0; \pi/2] \end{cases}$	14	$\begin{cases} x = 6 \cos t + 8 \sin t \\ y = 6 \sin t - 8 \cos t \\ t \in [0; \pi/2] \end{cases}$	26	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \\ t \in [0; \pi/2] \end{cases}$
3	$\begin{cases} x = \cos t + \sin t \\ y = \cos t - \sin t \\ t \in [0; 2\pi] \end{cases}$	15	$\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \\ t \in [\pi/2; 2\pi/3] \end{cases}$	27	$\begin{cases} x = \cos t + \ln \operatorname{tg} \frac{t}{2} \\ y = \sin t \\ t \in [\pi/4; \pi/2] \end{cases}$
4	$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \\ t \in [0; \pi/4] \end{cases}$	16	$\begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = \sin^2 t \\ t \in [0; \pi/2] \end{cases}$	28	$\begin{cases} x = \sqrt{3} \cdot t^2 \\ y = t - t^3 \\ t \in [0; 0,5] \end{cases}$
5	$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \\ t \in [0; \pi] \end{cases}$	17	$\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \ln t \\ t \in [\sqrt{3}; \sqrt{15}] \end{cases}$	29	$\begin{cases} x = 4\sqrt{2} \sin t \\ y = \sin 2t \\ t \in [0; \pi] \end{cases}$
6	$\begin{cases} x = 1 + 2 \cos t \\ y = 3 + 2 \sin t \\ t \in [0; \pi] \end{cases}$	18	$\begin{cases} x = 2 + 2 \cos^2 t \\ y = 2 + 2 \sin^2 t \\ t \in [0; \pi/4] \end{cases}$	30	$\begin{cases} x = \operatorname{sht} - t \\ y = \operatorname{cht} - 1 \\ t \in [0; 2\pi] \end{cases}$
7	$\begin{cases} x = 2(\cos t + t \cdot \sin t) \\ y = 2(\sin t - t \cdot \cos t) \\ t \in [0; \pi] \end{cases}$	19	$\begin{cases} x = t^2 \\ y = t - \frac{t^3}{3} \\ t \in [0; 1] \end{cases}$	31	$\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \frac{t}{4} \\ t \in [1; 2] \end{cases}$

8	$\begin{cases} x = t \\ y = t \wedge t \\ t \in [0;1] \end{cases}$	20	$\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 8 \sin^3 t \\ t \in [0; \pi/6] \end{cases}$	32	$\begin{cases} x = \cos^4 t \\ y = \sin^4 t \\ t \in [0; \pi/2] \end{cases}$
9	$\begin{cases} x = 4 \cos t - 2 \cos 2t \\ y = 4 \sin t - 2 \sin 2t \\ t \in [0; \pi] \end{cases}$	21	$\begin{cases} x = \operatorname{ch}^3 t \\ y = \operatorname{sh}^3 t \\ t \in [0; 2\pi] \end{cases}$	33	$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \\ t \in [0; \ln \pi] \end{cases}$
10	$\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \frac{t}{2} \\ t \in [1;9] \end{cases}$	22	$\begin{cases} x = 3(\operatorname{sh} t - t) \\ y = 3(\operatorname{ch} t - 1) \\ t \in [0; 2\pi] \end{cases}$	34	$\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \ln(t - 1) \\ t \in [4;9] \end{cases}$
11	$\begin{cases} x = t^2 \\ y = t - \frac{t^3}{3} \\ t \in [0; \sqrt{3}] \end{cases}$	23	$\begin{cases} x = \sqrt{3 \cdot t^2} \\ y = t - t^3 \\ t \in [0;1] \end{cases}$	35	$\begin{cases} x = \frac{t^3}{3} - t \\ y = t^2 + 2 \\ t \in [0;3] \end{cases}$
12	$\begin{cases} x = 2(\operatorname{sh} t - t) \\ y = 2(\operatorname{ch} t - 1) \\ t \in [0; \pi] \end{cases}$	24	$\begin{cases} x = 9(t - \sin t) \\ y = 9(1 - \cos t) \\ t \in [0; \pi] \end{cases}$	36	$\begin{cases} x = \cos^5 t \\ y = \sin^5 t \\ t \in [0; \pi/4] \end{cases}$

Задание №15

Вычислить длины дуг, ограниченных линиями, заданными уравнениями в полярной системе координат

1	$\rho = 2(1 - \sin \varphi)$ $\varphi \in [0; \pi/4]$	13	$\rho = 3(\cos \varphi + \sin \varphi)$ $\varphi \in [0; \pi/6]$	25	$\rho = 1 - \sin \varphi$ $\varphi \in [-\pi/2; -\pi/6]$
2	$\rho = 2e^\varphi, \varphi \in [0;1]$	14	$\rho = \varphi, \varphi \in [0; \pi]$	26	$\rho = 4\varphi, \varphi \in [0; \pi/4]$
3	$\rho = 2\varphi$ $\varphi \in [0; \pi]$	15	$\rho = 1 + \cos \varphi$ $\varphi \in [0; \pi/2]$	27	$\rho = \sqrt{2} \cdot e^\varphi$ $\varphi \in [0; \pi/3]$
4	$\rho = 3\varphi$ $\varphi \in [0; \pi/2]$	16	$\rho = 2(1 + \cos \varphi)$ $\varphi \in [-\pi/2; \pi/2]$	28	$\rho = 3(1 + \sin \varphi)$ $\varphi \in [0; \pi/6]$
5	$\rho = 1 - \cos \varphi$	17	$\rho = \varphi^2$	29	$\rho = 2(\cos \varphi + \sin \varphi)$

	$\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$		$\varphi \in [0; \pi]$		$\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$
6	$\rho = \frac{1}{\cos \varphi}, \varphi \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$	18	$\rho = 3 \sin \varphi$ $\varphi \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$	30	$\rho = 3 \cdot e^{\frac{3\varphi}{4}}$ $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
7	$\rho = 3 \cos \varphi$ $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$	19	$\rho = \cos \varphi + \sin \varphi$ $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	31	$\rho = 2\varphi^2$ $\varphi \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$
8	$\rho = 4 \cos \varphi$ $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right]$	20	$\rho = \operatorname{th}(0,5\varphi)$ $\varphi \in [0; 2\pi]$	32	$\rho = 2 \sin \varphi$ $\varphi \in [0; \pi]$
9	$\rho = 3\varphi^2, \varphi \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$	21	$\rho = \frac{1}{\varphi}, \varphi \in \left[\frac{3}{4}; \frac{4}{3}\right]$	33	$\rho = \frac{3}{\varphi}, \varphi \in \left[\frac{3}{4}; 1\right]$
10	$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}$ $\varphi \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$	22	$\rho = \sin^3 \frac{\varphi}{3}$ $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$	34	$\rho = \frac{1}{1 + \cos \varphi}$ $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
11	$\rho = 8(1 - \cos \varphi)$ $\varphi \in \left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$	23	$\rho = 1 - \cos \varphi$ $\varphi \in [0; 2\pi]$	35	$\rho = 2 \cdot \operatorname{th}(0,5\varphi)$ $\varphi \in [0; 2\pi]$
12	$\rho = \cos^3 \frac{\varphi}{3}$ $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	24	$\rho = \frac{2}{\sin \varphi}$ $\varphi \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$	36	$\rho = \frac{4}{\cos \varphi}$ $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$

Задание №16

Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций. Для вариантов 1-18 ось вращения – ось Ох, для вариантов 19-36 ось вращения – ось Оу.

1	$\begin{cases} y = \sqrt{x} \cdot e^x \\ y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$	13	$\begin{cases} y = \frac{x^2}{4} \\ y = \frac{x^3}{8} \end{cases}$	25	$\begin{cases} y = \frac{1}{1+x^2} \\ 2y = x \\ x = 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} y = \sin x \\ y = 0 \end{cases} \quad x \in [0; \pi]$	14	$\begin{cases} xy = 4 \\ y = 0 \end{cases} \quad x \in [2; \infty)$	26	$\begin{cases} x^2 - y^2 = 4 \\ y \in [-2; 2] \end{cases}$

3	$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = \cos^3 t \\ t \in [0; \pi/2] \end{cases}$	15	$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \\ t \in [0; 2\pi] \\ y = 0 \end{cases}$	27	$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$
4	$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ y = 0 \end{cases} x \in [0; 1]$	16	$y = 3\left(\frac{x}{2}\right)^{2/3} x \in [0; 2]$	28	$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^3 \end{cases}$
5	$\begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = x \end{cases}$	17	$\begin{cases} y = e^{-x} \cdot \sqrt{\sin x} \\ x \in [0; \pi] \end{cases}$	29	$\begin{cases} y = 2x - x^2 \\ y = 0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} y = \operatorname{ch} x \\ y = 0 \end{cases} x \in [0; 1]$	18	$\begin{cases} y = x^3 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$	30	$\begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = 8x \end{cases}$
7	$\begin{cases} y = \operatorname{sh} x \\ y = 0 \end{cases} x \in [1; 2]$	19	$\begin{cases} y = (x - 1)^2 \\ y = 1 \end{cases}$	31	$\begin{cases} y = x^3 \\ y = x \end{cases}$
8	$\begin{cases} xy = 1 \\ y = 0 \end{cases} x \in [0; \infty)$	20	$\begin{cases} y = \ln x \\ x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$	32	$\begin{cases} y = e^{-x} \\ y = 0 \end{cases} x \in [0; \infty)$
9	$\begin{cases} y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \\ y = 0 \end{cases} x \in [0; \infty)$	21	$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 4 \\ y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$	33	$\begin{cases} y = \arcsin x \\ y = \arccos x \\ x = 0 \end{cases}$
10	$\begin{cases} y = \cos x \\ y = 0 \end{cases} x \in [0; \pi]$	22	$\begin{cases} y = \arcsin x \\ y = \arccos x \\ y = 0 \end{cases}$	34	$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \\ x = 4 \end{cases}$
11	$y = 2\left(\frac{x}{5}\right)^{2/3} x \in [0; 5]$	23	$\begin{cases} xy = 1 \\ x = 0 \end{cases} y \in [1; 8]$	35	$\begin{cases} y = \operatorname{ch} x \\ x = 0 \end{cases} y \in [1; 2]$
12	$\begin{cases} y = 3\sin x \\ y = \sin x \end{cases} x \in [0; \pi]$	24	$\begin{cases} y = e^x \\ x = 0 \end{cases} y \in [1; 2]$	36	$\begin{cases} y = x^3 \\ x = 0 \end{cases} y \in [0; 8]$

Задание №17

С помощью определенного интеграла решить следующие физические задачи.

1. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла, имеющего форму параболоида вращения, радиус основания которого равен R , а высота H .
2. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы вытащить из воды конус, подвешенный так, что его вершина находится на поверхности воды.
3. Шар радиуса R и удельного веса $\gamma = 1$ погружен в воду так, что касается ее поверхности. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы извлечь шар из воды.
4. Из цилиндрической цистерны выкачивается жидкость. Какая при этом должна быть совершена работа, если длина цистерны l м, а диаметр d метров?
5. Цилиндрический баллон диаметром 24 см и длиной 80 см наполнен газом под давлением 2 кН/м^2 . Какую работу надо совершить при изотермическом сжатии газа до объема в 2 раза меньшего?
6. Вычислить работу, которую надо совершить, чтобы насыпать из песка конус, радиус основания которого $R=1,2$ м, а высота 1 м.
7. Какую работу нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,06 м, если сила 1 н. растягивает ее на 0,01 м?
8. Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой $H = 6$ м и радиусом основания $R = 2$ м. Удельный вес масла $\gamma = 8820 \text{ н / м}^3$.
9. Однородный прямой конус высотой 0,1 м и радиусом основания 0,1 м, удельным весом $\gamma = 29400 \text{ н / м}^3$ находится на дне бассейна глубиной 0,1 м. Какую работу надо совершить, чтобы извлечь этот конус из воды?

10. Какую работу нужно произвести, чтобы поднять тело весом P на высоту H м от центра земли.
11. Растяжение пружины пропорционально приложенной силе. Вычислить работу при растяжении пружины на 6 см, если сила, равная 2 кН, удлиняет ее на 1 см.
12. Деревянная прямоугольная балка плавает на поверхности воды. Вычислить работу, необходимую для ее извлечения из воды, если размеры поперечного сечения балки равны 0,4 м; 0,2 м; длина 4,5 м, а удельный вес дерева $\gamma = 0,8 \text{ г / м}^3$.
13. Вычислить работу, которую необходимо совершить, чтобы выкачать воду из резервуара, имеющего форму полушара радиуса $R = 8 \text{ м}$.
14. Вычислить работу, которую необходимо совершить, чтобы остановить железный шар радиуса R , вращающийся с угловой скоростью ω вокруг своего диаметра.
15. Определить работу, совершаемую при подъеме спутника с поверхности Земли на высоту 200 км. Масса спутника равна 6 т, радиус Земли $R = 6380 \text{ км}$. Ускорение свободного падения у поверхности Земли $g = 10 \text{ м / с}^2$.
16. В жидкость плотности ρ погружена треугольная пластина так, что ее вершина находится на поверхности воды. Найти давление жидкости на пластину, если основание треугольника равно a , а высота h .
17. Найти давление бензина на стенки цилиндрического бака высотой 4 м и радиусом 2 м, если плотность бензина $\rho = 900 \text{ кгс / м}^3$.
18. Вычислить силу давления воды на вертикальную плотину, имеющую форму трапеции с верхним основанием 70 м, нижним 50 м и высотой 20 м.
19. Вычислить силу давления жидкости на вертикальный эллипс с осями $2a$ и $2b$, центр которого погрузили в жидкость на уровень h ($h \geq b$). d – плотность жидкости.
20. Найти давление на пластинку, имеющую форму равнобокой трапеции с основаниями a и b , высотой h , погруженную в жидкость на глубину d .

21. Найти величину давления воды на вертикальную стенку в форме полукруга, диаметр которого, равный 6 см, находится на поверхности воды. Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кгс} / \text{м}^3$.
22. Вертикальная плотина имеет форму параболического сегмента высотой $h = 12 \text{ м}$. Верхнее основание $a = 30 \text{ м}$ находится на поверхности воды. Вычислить силу давления воды на плотину.
23. Определить давление воды на вертикально погруженный в неё эллипс $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, если большая ось находится на поверхности воды.
24. Плотина имеет форму трапеции. Вычислить давление воды на плотину, если верхнее основание ее равно 800 м, нижнее 200 м, а высота 20 м.
25. Найти величину давления воды на поверхность шара диаметром 4 м, если его центр находится на глубине 3 м.
26. В жидкость с плотностью ρ погружена круглая пластина диаметром d . Найти давление жидкости на пластину, если пластина касается поверхности воды.
27. Верхний край шлюза, имеющий форму квадрата со стороной 8 м, лежит на поверхности воды. Определить величину давления на каждую из частей шлюза, полученных делением квадрата его диагональю.
28. Найти величину давления воды на поверхность шара диаметром d , если его центр находится на глубине $d/2$.
29. Вычислить величину давления на прямоугольник, вертикально погруженный в воду, если известно, что основание его равно 5 м, высота 4 м, верхнее основание параллельно свободной поверхности воды и находится на глубине 5 м.
30. Прямоугольная пластинка со сторонами a и b погружена в воду под углом α к поверхности воды. Вычислить давление воды на пластинку, если большая ее сторона a параллельна поверхности и лежит на глубине H .

31. При прямолинейном движении тяжелой точки в некоторой среде сила сопротивления возрастает прямо пропорционально квадрату пути, пройденному точкой от начального пункта движения. Найти работу силы сопротивления как функцию пройденного пути.
32. При разгоне двигателя потребляемая мощность меняется по закону $N = 0,1t^3$, где t – в сек, N – в Квт. Найти работу, затраченную на разгон двигателя, если время разгона равно 3 сек. Силами сопротивления пренебречь.
33. Маховик радиусом r и массой m равномерно вращается с угловой скоростью ω . Определить кинетическую энергию маховика W .
34. Найти абсолютное сжатие колонны высотой h и площадью сечения S , вызванное ее собственным весом P . (Применить закон Гука).
35. Напряжение на конденсаторе равно U , емкость его равна C . Найти потенциальную энергию конденсатора.
36. Поле образовано точечным зарядом q . Вычислить потенциал поля ϕ в точке, удаленной от заряда на расстояние r .

Задача №18

С помощью определенного интеграла решить следующие физические задачи

1. За какое время вода вытечет из конической воронки высотой $H = 40$ см, радиус нижнего основания $r = 0,3$ см, верхнего $R = 6$ см (воспользоваться законом Торричелли).
2. В дне цилиндрического сосуда с площадью основания 100 см^2 , высотой 30 см имеется отверстие. Найти площадь этого отверстия, если известно, что вода, наполняющая сосуд, вытекает из него за 2 мин. (воспользоваться законом Торричелли).
3. Скорость движения точки $V = t \cdot e^{-0,01t}$ м/с. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до полной остановки.

4. Найти массу стержня длиной $l = 100$ см, если линейная плотность стержня на расстоянии x см от одного из его концов равна $\rho = 2 + 0,001x^2$ г / см².
5. Согласно эмпирическим данным удельная теплоемкость воды при температуре $t^\circ \text{C}$ ($0^\circ \leq t^\circ \leq 100^\circ$) равна $C = 1 - 5,2 \cdot 10^{-5}t + 6,9 \cdot 10^{-7}t^2$. Какое количество тепла нужно затратить, чтобы 1 г воды нагреть от $t = 0^\circ \text{C}$ до $t = 100^\circ \text{C}$?
6. Ветер производит равномерное давление P на дверь, ширина которой равна b , высота равна h . Найти момент силы давления ветра, стремящегося повернуть дверь на петлях.
7. С какой силой притяжения действует материальный стержень длиной l и массой M на материальную точку массы m , находящуюся на одной прямой со стержнем на расстоянии a от одного из его концов?
8. Скорость движения материальной точки $V = 0,5t^2$ м/с. Найти путь S , пройденный точкой за время $t = 8$ с после начала движения. Чему равна средняя скорость движения на этом промежутке времени?
9. Найти массу стержня длиной 100 см, если линейная плотность стержня меняется по закону $\rho = (20x + 0,15x^2)$ г/см, где x – расстояние от одного из его концов?
10. Скорость материальной точки изменяется по закону $V = (12 - 2t)$ м/с. Каково наибольшее удаление точки от начала движения?
11. Вычислить кинетическую энергию диска массой M и радиусом R , вращающегося с угловой скоростью ω около оси, проходящей через центр диска перпендикулярно к его плоскости?
12. Найти количество тепла, выделяемое переменным синусоидальным током $I = I_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi\right)$ в течение периода T в проводнике с сопротивлением R (Воспользоваться законом Джоуля - Ленца).

13. Вычислить кинетическую энергию прямоугольной пластинки, стороны которой a см и b см ($a > b$), вращающейся с постоянной угловой скоростью ω с⁻¹ вокруг оси, проходящей через ее центр параллельно большей стороне.
14. Пластика, имеющая форму треугольника с основанием a см и высотой h см, вращается с постоянной угловой скоростью ω с⁻¹ вокруг стороны a . Вычислить кинетическую энергию этой пластики.
15. Скорость тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью V_0 см/с, без учета сопротивления воздуха, дается формулой $V = V_0 - gt$, где t – протекшее время, g – ускорение силы тяжести. На каком расстоянии от начального положения будет находиться тело через t секунд?
16. Ракета поднимается вертикально вверх. Считая, что при постоянной силе тяги ускорение ракеты за счет уменьшения ее веса растет по закону $j = \frac{A}{a - bt}$, ($a - bt > 0$). Найти скорость ракеты в любой момент времени t , если начальная ее скорость равна 0.
17. При установившемся ламинарном течении жидкости через трубу круглого сечения радиуса R скорость течения V в точке, находящейся на расстоянии r от оси трубы, дается формулой $V = \frac{P}{4\mu l}(R^2 - r^2)$, где P – разность давлений жидкости на концах трубы; μ – вязкость; l – длина трубы. Определить расход жидкости Q , то есть количество жидкости, протекающей через поперечное сечение трубы в единицу времени.
18. С какой силой проволочное кольцо радиусом R и массой M действует на материальную точку C массой m , лежащую на прямой, проходящей через центр кольца, перпендикулярно к его плоскости, если расстояние от точки C до центра кольца равно a ?
19. С какой силой полукольцо радиусом r и массой M действует на материальную точку массы m , находящуюся в его центре?

20. Тело, температура которого 25°C , погружено в термостат (температура которого поддерживается при 0°C). За какое время тело охладится до 10°C , если за 20 мин оно охлаждается до 20°C ? (Воспользоваться законом охлаждения Ньютона).
21. Тело, температура которого 30°C , за 30 мин пребывания в термостате при температуре 0°C охладилось до $22,5^{\circ}\text{C}$. Какова будет температура тела через 3 ч после начала опыта? (Воспользоваться законом охлаждения Ньютона).
22. Напряжение на клеммах электрической цепи $U=120\text{ В}$. В цепь равномерно вводится сопротивление со скоростью $0,1\text{ Ом}$ в секунду. Кроме того. В цепь включено постоянное сопротивление $r=10\text{ Ом}$. Сколько кулонов электричества пройдет через цепь в течение 2-х минут?
23. Напряжение на клеммах электрической цепи, равное первоначально 120В , равномерно падает, убывая на $0,01\text{ В}$ в секунду. Одновременно с этим в цепь вводится сопротивление с постоянной скоростью, равной $0,1\text{ Ом}$ в секунду. Сколько кулонов электричества пройдет через цепь в течение 3 мин, если в цепи имеется постоянное сопротивление $r=12\text{ Ом}$?
24. Если при прохождении через слой воды толщиной 3 м поглощается половина первоначального количества света, то какая часть этого количества дойдет до глубины 30 м ? (Количество света, поглощенного при прохождении через слой воды, пропорционально толщине слоя и количеству света, падающего на поверхность).
25. Если количество фермента 1 г через час становится равным $1,2\text{ г}$, то чему оно будет равно через 5 часов после начала брожения, если считать, что скорость прироста фермента пропорциональна его наличному количеству.
26. 2 кг соли растворяют в 30 л воды. Через 5 мин 1 кг соли растворяется. Через сколько времени растворится 99% первоначального количества? (Скорость растворения пропорциональна количеству нерастворенной соли и разности между концентрацией насыщенного раствора, которая равна 1 кг на 3 л , и концентрацией раствора в данный момент).

27. Воздух, наполняющий сосуд вместимостью в 3 л, содержит 20% кислорода. Сосуд имеет 2 трубки. Через одну из них в сосуд начинают впускать чистый кислород, через другую наружу выпускают столько же воздуха, сколько впускают кислорода. Какое количество кислорода будет содержаться в сосуде, после того как через него протечет 10 л газа? В каждый момент концентрация кислорода в сосуде при помощи перемешивания сохраняется одной и той же во всем его объеме.
28. В дне котла, имеющего форму полушара радиусом $R=43$ см, образовалась пробоина площадью $S=0,2$ см². Через сколько времени вода, наполняющая котел, вытечет из него? (Воспользоваться законом Торричелли).
29. Круглый цилиндр, радиус основания которого R , а высота H , вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . Плотность материала, из которого сделан цилиндр, равна ρ . Найти кинетическую энергию цилиндра.
30. Тонкая проволока массы M согнута в виде полуокружности радиуса R и вращается вокруг оси, проходящей через концы полуокружности, делая n оборотов в мин. Вычислить ее кинетическую энергию.
31. Материальная точка движется прямолинейно под действием силы $P = P_0 \sin \frac{\pi x}{l}$, где P_0 и l - постоянные величины, x - путь в м, P - сила в ньютонах. Найти работу на пути $x = 11l$, считая от начального пункта движения.
32. По катушке индуктивностью L течет постоянный ток I . Найти энергию W магнитного поля катушки.
33. Вычислить среднюю за период мощность в цепях переменного тока: а) с чисто активным сопротивлением, б) с чисто реактивным (индуктивным или емкостным) сопротивлением. (Среднюю за период мощность P определяют

как отношение энергии тока, затраченной за время одного периода, к

периоду тока, т.е. $P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$).

34. Конденсатор разряжают на резистор сопротивлением r . Известно, что разрядный ток меняется по закону $i = J e^{-\beta t}$, где J и β - постоянные величины. Ток дан в амперах, сопротивление – в омах. Какую работу совершит ток за первую секунду процесса?

35. При замыкании цепи ток нарастает по закону $i = 4(1 - e^{-2t})$, где ток дан в амперах. В цепь включена электролитическая ванна с раствором CuSO_4 . Сколько меди выделится из раствора за первые 5 сек электролиза?

36. В цилиндре с поршнем заключено m кг газа с молекулярным весом μ при температуре T° по шкале Кельвина. Вычислить, какая работа затрачивается при изотермическом сжатии газа, если поршень перемещают в направлении сжатия на величину ΔH при высоте рабочей части цилиндра H ? (Применить уравнение Клайперона $pV = \frac{m}{\mu} RT$, где p – давление, V - давление газа, R – универсальная газовая постоянная).

Задача №19

Вычислить с точностью $\Delta = 10^{-5}$ определенные интегралы при помощи компьютерных пакетов программ

$$1 \quad \int_{-4}^6 \sqrt{x^4 + 6} dx$$

$$2 \quad \int_2^7 \frac{dx}{\ln x}$$

$$3 \quad \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$$

$$13 \quad \int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos x} dx$$

$$14 \quad \int_1^3 \frac{e^x}{x} dx$$

$$15 \quad \int_0^1 \sqrt[3]{2 + x^2} dx$$

$$25 \quad \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$$

$$26 \quad \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{4}} dx$$

$$27 \quad \int_{-5}^5 \sqrt[3]{1 + x^2} dx$$

- | | | | | | |
|----|--|----|--|----|--|
| 4 | $\int_2^{10} \frac{\ln x}{x^2} dx$ | 16 | $\int_2^{10} \sqrt[3]{1+x^4} dx$ | 28 | $\int_2^5 \frac{dx}{\ln^2 x}$ |
| 5 | $\int_0^{\pi/2} \sqrt{2+\cos x} dx$ | 17 | $\int_0^1 \sqrt[3]{4+x} dx$ | 29 | $\int_0^\pi \sqrt[3]{3-\sin x} dx$ |
| 6 | $\int_{\pi/12}^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg} x}{x} dx$ | 18 | $\int_1^{10} \frac{x}{\sqrt[3]{1+e^x}} dx$ | 30 | $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt[3]{1+x}} dx$ |
| 7 | $\int_{-1}^9 x^2 \cdot \sqrt{10+x^2} dx$ | 19 | $\int_0^1 \sqrt[3]{\operatorname{tg} x} dx$ | 31 | $\int_0^4 \sqrt{7+x^4} dx$ |
| 8 | $\int_1^{10} \frac{e^x}{x+5} dx$ | 20 | $\int_5^{\sqrt[5]{10}} \frac{x^2}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx$ | 32 | $\int_0^1 \frac{x^3}{x^8+1} dx$ |
| 9 | $\int_0^2 \sqrt{1+x^4} dx$ | 21 | $\int_1^{10} \operatorname{arctg} x dx$ | 33 | $\int_1^{10} \ln^2 x dx$ |
| 10 | $\int_0^{\sqrt[3]{10}} e^{-x^2} dx$ | 22 | $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$ | 34 | $\int_1^{\sqrt[3]{10}} \frac{e^{x^2}}{x^2} dx$ |
| 11 | $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx$ | 23 | $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$ | 35 | $\int_0^{0.5} e^{\sqrt{x}} dx$ |
| | | | $\int_2^5 \sqrt{\quad} \quad$ | | $\int_1^{\sqrt[3]{10}} \sqrt{x(1-x)} dx$ |

