ЗАДАНИЕ №4. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ

ДАННЫЕ:

Для заданной схемы, см. рис.1:

Определить положение нейтрального слоя.

1. Изобразить в масштабе данное поперечное сечение и линию нейтрального слоя.
2. Определить наиболее опасные точки сечения.
3. Определить допускаемую величину осевого усилия P.

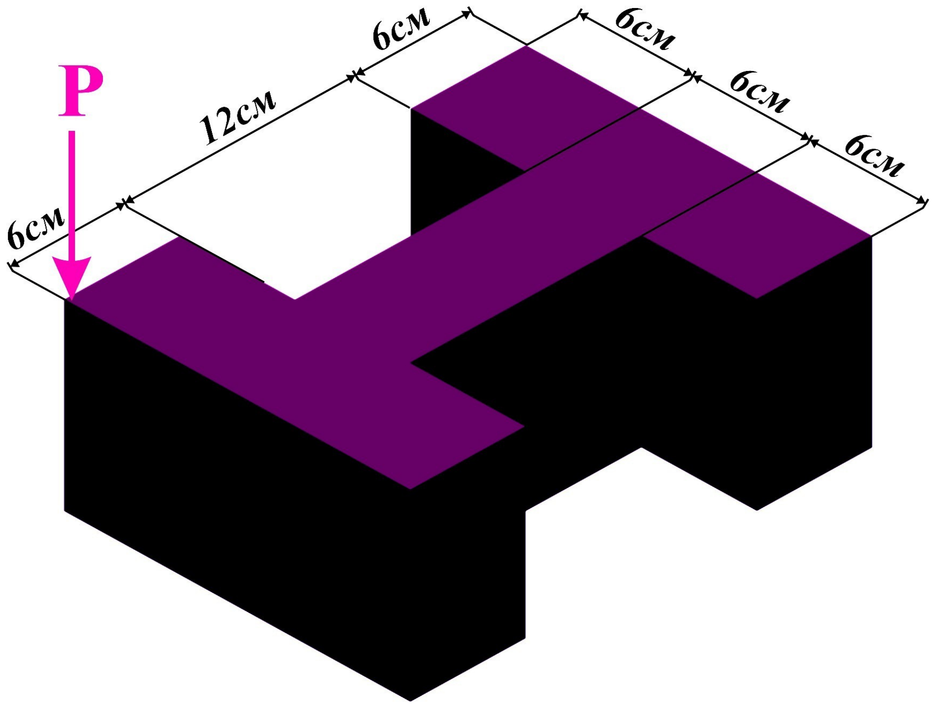

Рис. 1 К данным задания

РЕШЕНИЕ:

1. Выписываем данные варианта:

Дано: $a = 6см$; $b = 6см$; $R_{см} = 110МПа$; $R_p = 21МПа$.

Определяем положение нейтральной оси (нулевой линии) $0-0$, см. рисунок 2, для этого сделаем следующее:

1) Примем систему координат YOZ;

2) Нормальные напряжения на оси $0-0$ равны нулю. С учетом положения сжимающей силы P в системе осей YOZ:

$$0 = -\frac{P}{A}\left[1 + \frac{y_P \cdot y_0}{i_Z^2} + \frac{z_P \cdot z_0}{i_Y^2}\right] \qquad (*)$$

3) Определяем отрезки a_Y, a_Z, отсекаемые на осях Y и Z нулевой линией $0-0$, т.е.:

Для отрезка, отсекаемого нейтральной линией на оси Y:

$$z_0=0; y_0=a_Y \Rightarrow$$

Подставляя в выражение (*), получим:

$$1+\frac{y_p.a_Y}{i_Z^2}=0 \Rightarrow a_Y=-\frac{i_Z^2}{y_p}.$$

Для отрезка, отсекаемого нейтральной линией на оси Z:

$$y_0=0; z_0=a_Z \Rightarrow$$

Подставляя в выражение (*), получим:

$$1+\frac{z_p.a_Z}{i_Y^2}=0 \Rightarrow a_Z=-\frac{i_Y^2}{z_p}.$$

Учтём, что $J_Z=i_Z^2.A$ и $J_Y=i_Y^2.A$, где A - площадь поперечного сечения, см. рис. 2.

Параметры этой площади:

$$A=6\cdot18\cdot2+12\cdot6=288 см^2=2{,}88.10^{-2} м^2;$$

$$J_Y=2\left[\frac{18\cdot6^3}{12}+9^2\cdot6\cdot18+\frac{6\cdot6^3}{12}+3^2\cdot6\cdot6\right]=19008 см^4=19{,}008.10^{-5} м^4;$$

$$J_Z=2\left[2\left(\frac{6\cdot9^3}{12}+4{,}5^2\cdot6\cdot9\right)+\frac{12\cdot3^3}{12}+1{,}5^2\cdot12\cdot3\right]=6048 см^4=6{,}048.10^{-5} м^4.$$

Отсюда следует:

$$i_Y^2=\frac{J_Y}{A}=\frac{19008}{288}=66 см^2 \text{ и } i_Z^2=\frac{J_Z}{A}=\frac{6048}{288}=21 см^2.$$

Таким образом:

$$a_Y=-\frac{i_Z^2}{y_p}=-\frac{21}{9}=-2{,}33 см=-2{,}33.10^{-2} м;$$

$$a_Z=-\frac{i_Y^2}{z_p}=-\frac{66}{12}=-5{,}5 см=-5{,}5.10^{-2} м.$$

2-3. Очевидно, что наибольшее сжимающее напряжение будет в точке A, а наибольшее растягивающее в точке B.

Учитывая, что сечение симметрично:

$$\sigma_{max}=-P.\left[\frac{1}{A}+\frac{y_{A,B}}{W_Z}+\frac{z_{A,B}}{W_Y}\right],$$

где $W_Y=\frac{J_Y}{z_{max}}=\frac{19008}{12}=1584 см^3=1{,}584.10^{-3} м^3;$

$$W_Z = \frac{J_Z}{y_{max}} = \frac{6048}{9} = 672 см^3 = 0{,}672 \cdot 10^{-3}\, м^3.$$

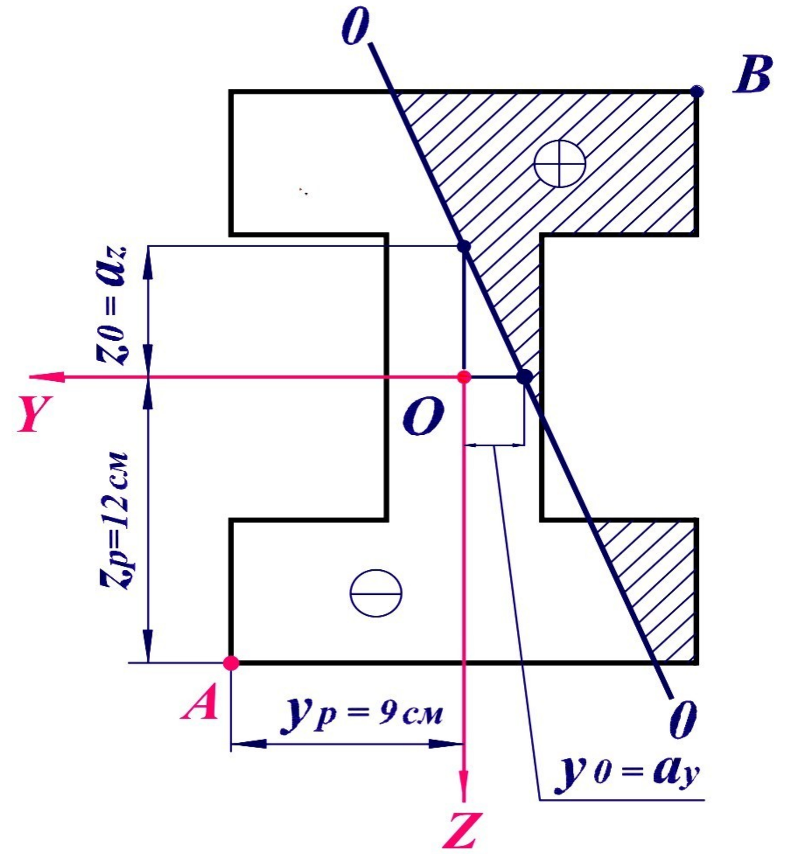

Рис. 2. К расчёту положения нейтральной оси и расчёту напряжений

В точке A сжимающее напряжение будет равно:

$$\sigma_{max.см} = -P\left[\frac{1}{2{,}88 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^{-2}}{0{,}672 \cdot 10^{-3}} + \frac{12 \cdot 10^{-2}}{1{,}584 \cdot 10^{-3}}\right] = -244{,}4081 \cdot P, \quad [Па].$$

В точке B растягивающее напряжение будет равно:

$$\sigma_{max.р} = -P\left[\frac{1}{2{,}88 \cdot 10^{-2}} - \frac{9.10^{-2}}{0{,}672 \cdot 10^{-3}} - \frac{12.10^{-2}}{1{,}584 \cdot 10^{-3}}\right] = 174{,}9637 \cdot P, \quad [Па].$$

Таким образом, условие прочности будет выглядеть:

$$\begin{cases} 244{,}4081 \cdot P \leqslant R_{см} \\ 174{,}9637 \cdot P \leqslant R_р \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 244{,}4081 \cdot P \leqslant 110 \cdot 10^6 \\ 171{,}9637 \cdot P \leqslant 21 \cdot 10^6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P \leqslant 450 kH \approx 45 тс. \\ P \leqslant 122 kH \approx 12{,}2 тс. \end{cases}$$

Отсюда следует, что максимальное осевое усилие P не должно превышать $122 кН$.

Обратите внимание на то, что в данном случае максимальное осевое усилие лимитируется растягивающими напряжениями.