ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)"

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

II СЕМЕСТР

ОСНОВЫ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ФАКУЛЬТЕТА
КИБЕРНЕТИКИ

МОСКВА 2010

Составители: А.Г.Асланян, И.П.Драгилева, А.И.Сирота, И.А.Чегис, А.В.Шатина, А.Л.Шелепин

Редактор Ю.И.Худак

Контрольные задания являются типовыми расчетами по разделам математического анализа, вошедшим в программу II семестра I курса факультета кибернетики (неопределенный интеграл, определенный интеграл, векторный анализ), и основам дискретной математики. Типовой расчет выполняется студентами в письменном виде и сдается преподавателю до начала зачетной сессии. Вопросы к зачету или экзамену могут быть уточнены и дополнены лектором. При составлении контрольных заданий за основу были взяты типовые расчеты, разработанные коллективом кафедры высшей математики.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета университета.

Рецензенты: И.А.Соловьев
И.Г.Лебо

Контрольные задания напечатаны в авторской редакции

Подписано в печать 03.02.2010. Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. 1,63. Усл. кр.-отт. 6,52. Уч.-изд. л. 1,75
Тираж 300 экз. С 70

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Московский государственный институт радиотехники,
электроники и автоматики (технический университет)"
119454, Москва, пр. Вернадского, 78

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

II семестр

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

1. Получить рекуррентную формулу для заданных интегралов. Вычислить I_0 и I_1. По рекуррентной формуле найти

$$а)\ I_n = \int\limits_0^{\infty} x^n e^{-\alpha^2 x^2} dx; \qquad б)\ I_n = \int\limits_0^{\pi/2} \cos^n x\, dx;$$

$$в)\ I_n = \int\limits_0^{\pi/2} \sin^n x\, dx; \qquad г)\ I_n = \int\limits_0^{1} \frac{x^n\, dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

2. Вывести формулу для дифференцирования функции

$$F(x) = \int\limits_{u(x)}^{v(x)} f(t)\, dt, \text{ где } u(x) \leqslant v(x).$$

3. Показать, что для функции $f(x,y) = x^2y^2/(x^2y^2 + (x+y)^2)$ существуют оба повторных предела: при $x \to 0$, затем $y \to 0$, и при $y \to 0$, затем $x \to 0$, но не существует предела, когда $M(x,y) \to O(0,0)$.

4. Показать, что функция $f(x,y) = 2xy/(x^2+y^2)$, $f(0,0) = 0$, непрерывна по каждой переменной x и y в отдельности, но не является непрерывной по их совокупности.

5. Показать, что функция $f(x,y) = \sqrt[3]{xy}$ имеет обе частные производные в точке $O(0,0)$, но не дифференцируема в этой точке.

6. Вычислить двойной интеграл от функции $f(x,y) = \partial^2 F/\partial x \partial y$ по прямоугольнику со сторонами, параллельными осям координат.

7. Предполагая функцию $f(x,y)$ непрерывной, найти предел

$$\lim_{R\to 0} \frac{1}{\pi R^2} \iint\limits_{x^2+y^2 \leqslant R^2} f(x,y)\, dxdy.$$

8. Предполагая функцию $f(x,y)$ непрерывной, найти производную $F'(t)$ функции

$$F(t) = \iint\limits_{x^2+y^2 \leqslant t^2} f(x,y)\, dxdy \quad (t > 0).$$

Проверить результат на примере $f(x,y) = x^2 + y^2$.

9. Предполагая функцию $f(x,y,z)$ непрерывной, найти предел

$$\lim_{R\to 0} \frac{1}{4\pi R^2} \iint\limits_{x^2+y^2+z^2=R^2} f(x,y,z)\, d\sigma.$$

Проверить результат на примере $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + 1$.

10. Предполагая функцию $f(x,y,z)$ непрерывной, найти предел

$$\lim_{R\to 0} \frac{3}{4\pi R^3} \iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\leqslant R^2} f(x,y,z)\, dxdydz.$$

Проверить результат на примере $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + 1$.

11. Найти производную $F'(t)$ функции

$$F(t) = \iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\leqslant t^2} f(x^2+y^2+z^2)\, dxdydz.$$

Проверить результат на примере $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$.

12. Функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$. Доказать, что для любого разбиения отрезка $[a,b]$ точками $x_0 = a, x_1, x_2, ..., x_n = b$ можно так подобрать точки $\xi_i \in [x_i, x_{i+1}]$, чтобы соответствующая интегральная сумма в точности равнялась определенному интегралу от $f(x)$ по отрезку $[a,b]$.

13. Вывести формулу приближенного интегрирования для интеграла $\int\limits_a^b f(x)\,dx$, разбивая отрезок $[a,b]$ на три равные части точками $x_0 = a$, x_1, x_2, $x_3 = b$ и заменяя $f(x)$ кубическим многочленом, проходящим через узловые точки $(x_i, f(x_i))$.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

ЗАДАЧА 1. Найти неопределенный интеграл. По усмотрению преподавателя выполняется либо одно из заданий (а или б), либо оба задания.

N	а	б
1	$\int \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x^2}\, dx$	$\int \frac{x^4+2x-1}{x^2(x-1)(x^2-x+1)}\, dx$
2	$\int \frac{\cos x+1}{3+5\sin x}\, dx$	$\int \frac{x^4+3x^3-19x^2+29x-10}{x(x-1)^2(x^2-2x+5)}\, dx$
3	$\int \frac{dx}{x(\sqrt[4]{x^3}-5\sqrt{x}+6\sqrt[4]{x})}$	$\int \frac{x^4-16x^2+10x+8}{x(x-2)^2(x^2+2x+2)}\, dx$
4	$\int x^2 \ln(x^2+2x+5)\, dx$	$\int \frac{-x^4+5x^3-7x^2+11x-16}{(x-1)(x+1)^2(x^2-4x+5)}\, dx$
5	$\int \frac{dx}{e^x(e^{2x}+2e^x+10)}$	$\int \frac{-x^4-2x^3+8x^2+16x-1}{(x+1)(x-1)^2(x^2+4x+5)}\, dx$
6	$\int \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x^3}\, dx$	$\int \frac{2x^4+2x^3-7x^2-8x-6}{x^2(x+3)(x^2+x+1)}\, dx$
7	$\int \frac{\cos x-1}{4-5\sin x}\, dx$	$\int \frac{3x^4-10x^3-48x+20}{(x+1)(x-2)^2(x^2+2x+10)}\, dx$
8	$\int \frac{dx}{x(\sqrt[4]{x^3}+6\sqrt{x}-7\sqrt[4]{x})}$	$\int \frac{2x^3+16x^2+29x+25}{(1-x)(x+2)^2(x^2+2x+5)}\, dx$
9	$\int \ln(x^2-4x+5)\, dx$	$\int \frac{-x^4+4x^3-5x^2-6x+3}{x(x-1)^2(x^2+x+3)}\, dx$
10	$\int \frac{dx}{e^{3x}-2e^{2x}+2e^x}$	$\int \frac{-x^4+4x^3+3x^2+4}{x^2(x-2)(x^2+x+2)}\, dx$
11	$\int \left(x^2-\frac{1}{x^2}\right) \operatorname{arctg} x\, dx$	$\int \frac{-2x^4+2x^3+8x^2-6x+6}{(x+1)(x-1)^2(x^2-x+2)}\, dx$
12	$\int \frac{\sin x}{4+5\sin x}\, dx$	$\int \frac{-3x^4-10x^3-13x^2+2x+18}{(x+2)(x+1)^2(x^2+2x+6)}\, dx$
13	$\int \frac{dx}{x+2\sqrt{x^3}+\sqrt[3]{x^4}}$	$\int \frac{-2x^4-5x^3+x^2+23x-49}{(x-1)(x+3)^2(x^2-2x+2)}\, dx$
14	$\int (x-1)\ln(x^2+6x+10)\, dx$	$\int \frac{2x^3+9x^2-33x+27-x^4}{(x-1)(x-2)^2(x^2-2x+3)}\, dx$

15	$\int \frac{dx}{e^{3x} - 4e^{2x} + 5e^{x}}$	$\int \frac{x^4 - x^3 + 2x^2 + 16}{x^2 (x+2) (x^2 - 2x + 4)} \, dx$
16	$\int \left(x + \frac{1}{x^3}\right) \operatorname{arctg} 2x \, dx$	$\int \frac{4x^4 - 19x^3 + 2x^2 + 13x + 48}{(x+3)(x-3)^2 (x^2 + x + 2)} \, dx$
17	$\int \frac{\sin x}{3 - 5 \sin x} \, dx$	$\int \frac{-x^4 + 3x^3 + 5x^2 - 2x + 3}{(x+3)(x+1)^2 (x^2 + x + 3)} \, dx$
18	$\int \frac{dx}{x - 2\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^4}}$	$\int \frac{x^5 - 2x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 6x - 6}{(x-1)^2 (x^2 + x + 2)} \, dx$
19	$\int \ln (4x^2 + 4x + 5) \, dx$	$\int \frac{-2x^5 + 10x^4 - 21x^3 + 31x^2 - 26x + 8}{(x-2)^2 (x^2 - x + 2)} \, dx$
20	$\int \frac{dx}{e^{3x} + 4e^{2x} + 5e^{x}}$	$\int \frac{x^5 + 8x^4 + 29x^3 + 56x^2 + 54x + 17}{(x+2)^2 (x^2 + 2x + 3)} \, dx$
21	$\int \frac{\operatorname{arctg} 5x}{x^3} \, dx$	$\int \frac{-x^5 - 2x^4 + 13x^2 + 23x + 14}{(x+1)^2 (x^2 + 2x + 4)} \, dx$
22	$\int \frac{\cos x + 2}{1 + 2\cos x} \, dx$	$\int \frac{2x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 5x + 2}{(x-1)^2 (x^2 + x + 2)} \, dx$
23	$\int \frac{dx}{x(\sqrt[4]{x^3} - 2\sqrt{x} + 5\sqrt[4]{x})}$	$\int \frac{2x^5 + 5x^4 + 11x^3 + 26x^2 + 32x + 8}{(x+1)^2 (x^2 - x + 4)} \, dx$
24	$\int x \ln (4x^2 - 4x + 5) \, dx$	$\int \frac{-x^5 + 7x^4 - 22x^3 + 46x^2 - 56x + 36}{(x-2)^2 (x^2 - 2x + 3)} \, dx$
25	$\int \frac{dx}{e^{x} (e^{2x} - 6e^{x} + 10)}$	$\int \frac{3x^5 + 20x^4 + 52x^3 + 60x^2 + 17x - 15}{(x+2)^2 (x^2 + 3x + 3)} \, dx$
26	$\int \left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) \operatorname{arctg} x \, dx$	$\int \frac{-3x^5 + 8x^4 - 14x^3 + 22x^2 - 16x + 9}{(x-1)^2 (x^2 - x + 2)} \, dx$
27	$\int \frac{\cos x + 2}{3 - 5 \sin x} \, dx$	$\int \frac{3x^5 - 12x^4 - 29x^3 + 39x^2 + 324x - 26}{(x-4)^2 (x^2 + 4x + 6)} \, dx$
28	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}}$	$\int \frac{-2x^5 + 17x^4 - 57x^3 + 110x^2 - 139x + 91}{(x-3)^2 (x^2 - 2x + 5)} \, dx$
29	$\int x^2 \ln (x^2 - 2x + 10) \, dx$	$\int \frac{x^5 + 5x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 30x + 6}{(x+3)^2 (x^2 + x + 1)} \, dx$
30	$\int \frac{dx}{e^{x} (e^{2x} + 6e^{x} + 13)}$	$\int \frac{2x^5 + 11x^4 - 2x^3 - 31x^2 + 126x + 40}{(x+4)^2 (x^2 - 3x + 4)} \, dx$

ЗАДАЧА 2. Вычислить определенный интеграл. Выполняется (по усмотрению преподавателя) либо задание а, либо задание б.

а			
1	$\int_0^2 (x-1)^2 \sqrt{4 - x^2} \, dx$	2	$\int_0^2 (x^2 + 2) \sqrt{2x - x^2} \, dx$
3	$\int_1^3 x^2 \sqrt{3 + 2x - x^2} \, dx$	4	$\int_0^2 (2 + x^2) \sqrt{4x - x^2} \, dx$
5	$\int_0^2 (x+1)^2 \sqrt{6x - x^2} \, dx$	6	$\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - 4x + 8)^5}}$
7	$\int_1^2 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{(x^2 - 2x + 2)^5}}$	8	$\int_3^4 \frac{x \, dx}{\sqrt{(x^2 - 6x + 10)^5}}$
9	$\int_{-2}^2 (2x + 1) \sqrt{(4 - x^2)^3} \, dx$	10	$\int_1^6 (x-1)^4 \sqrt{24 - x^2 + 2x} \, dx$
11	$\int_{-2}^6 (x-2)^2 \sqrt{12 - x^2 + 4x} \, dx$	12	$\int_0^2 x^2 \sqrt{(4 - x^2)^3} \, dx$
13	$\int_2^3 \frac{x \, dx}{\sqrt{(x^2 - 6x + 10)^3}}$	14	$\int_{-1}^0 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{(x^2 + 2x + 2)^5}}$
15	$\int_{-2}^0 \frac{(x^2 + 1) \, dx}{\sqrt{(x^2 + 4x + 8)^5}}$	16	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{2 + \sin^2 x + 6 \sin x \cos x}$
17	$ds \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{3\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + 1}$	18	$\int_1^3 \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3} \, dx}{(x+1)^4}$
19	$\int_5^8 \frac{\sqrt{x^2 - 4x - 5} \, dx}{(x-2)^4}$	20	$\int_4^7 \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 8} \, dx}{(x-1)^3}$
21	$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$	22	$\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$
23	$\int_1^3 \frac{(x-1)^5 \, dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}$	24	$\int_2^3 \frac{(x-2)^3 \, dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$

а			
25	$\int\limits_{-1/2}^{1/2} \frac{(2x+1)^3\ dx}{\sqrt{4x^2+4x+5}}$	26	$\int\limits_{5}^{7} \frac{\sqrt{x^2-6x+5}\ dx}{(x-3)^3}$
27	$\int\limits_{0}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x + 2\sin x\cos x + 1}$	28	$\int\limits_{2\sqrt{3}}^{6} \frac{x^3\ dx}{\sqrt{x^2-9}}$
29	$\int\limits_{1}^{4} \sqrt{x^2-2x+10}\ dx$	30	$\int\limits_{3/2}^{2} \frac{x\ dx}{\sqrt{(4x^2-12x+10)^5}}$

б			
1, 16	$\int\limits_{2}^{3} \frac{(x-1)^3}{\sqrt{(4x-x^2)^5}}\ dx$	9, 24	$\int\limits_{-2}^{4} \sqrt{(x^2-2x+10)^3}\ dx$
2, 17	$\int\limits_{1}^{2} \frac{(x+1)^3}{\sqrt{(3+2x-x^2)^5}}\ dx$	10, 25	$\int\limits_{6}^{8} x^2\sqrt{x^2-6x}\ dx$
3, 18	$\int\limits_{2}^{3} \frac{x^3}{\sqrt{(3-2x-x^2)^5}}\ dx$	11, 26	$\int\limits_{5}^{6} \frac{dx}{(x-1)^2\sqrt{(x^2-2x-8)^5}}$
4, 19	$\int\limits_{1}^{1.5} \frac{(x+2)^3}{\sqrt{(2x-x^2)^5}}\ dx$	12, 27	$\int\limits_{-2}^{0} \frac{(x^2+1)\ dx}{\sqrt{(x^2+4x+8)^3}}$
5, 20	$\int\limits_{3}^{4.5} \frac{(x-1)^3}{\sqrt{(6x-x^2)^5}}\ dx$	13, 28	$\int\limits_{2}^{4} \frac{(x-2)^2\ dx}{\sqrt{(x^2+4x-5)^5}}$
6, 21	$\int\limits_{0}^{4} \sqrt{(x^2-4x+8)^3}\,dx$	14, 29	$\int\limits_{3}^{4} (2x-1)^2\sqrt{x^2-6x+10}\,dx$
7, 22	$\int\limits_{2}^{3} (x-2)^2\sqrt{x^2-4x+5}\,dx$	15, 30	$\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{(x+1)^2\sqrt{(x^2+2x+5)^5}}$
8, 23	$\int\limits_{0}^{1} (2x-1)^2\sqrt{4x^2-4x+2}\,dx$		

ЗАДАЧА 3. Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится.

1. $\int\limits_{1}^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}$
2. $\int\limits_{1}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$
3. $\int\limits_{1}^{\infty} \frac{x^3+1}{x^4}\,dx$
4. $\int\limits_{0}^{\infty} e^{-4x}\cos 3x\,dx$
5. $\int\limits_{0}^{\infty} e^{-x}\sin x\,dx$
6. $\int\limits_{0}^{\infty} x\sin x\,dx$
7. $\int\limits_{0}^{1} x\ln x\,dx$
8. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$
9. $\int\limits_{1}^{e} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$
10. $\int\limits_{0}^{1/e} \frac{dx}{x\ln^2 x}$
11. $\int\limits_{0}^{1} \frac{(x-1)\,dx}{\sqrt[3]{x^5}}$
12. $\int\limits_{-1}^{1} \frac{(x+1)\,dx}{\sqrt[5]{x^3}}$
13. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\,dx}{x^3+1}$
14. $\int\limits_{0}^{\infty} xe^{-x^2}dx$
15. $\int\limits_{0}^{\infty} e^{-\sqrt{x}}dx$
16. $\int\limits_{1}^{\infty} \frac{dx}{(x-1)^2}$
17. $\int\limits_{0}^{\infty} e^{-2x}\sin 5x\,dx$
18. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{x\ln^3 x}$
19. $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$
20. $\int\limits_{1}^{\infty} \frac{\ln x\,dx}{x-1}$
21. $\int\limits_{0}^{\infty} xe^{-x}dx$
22. $\int\limits_{0}^{\infty} e^{-x}\cos 2x\,dx$
23. $\int\limits_{0}^{\infty} x^2e^{-3x}dx$
24. $\int\limits_{0}^{1} \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$
25. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{x^3+1}$
26. $\int\limits_{0}^{1} \ln x\ dx$
27. $\int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{x^2+x-2}$
28. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x\,dx}{(1+x^2)^2}$
29. $\int\limits_{-1}^{1} \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$
30. $\int\limits_{0}^{\infty} e^{-2x}\sin x\,dx$

ЗАДАЧА 4. Изменить в двойном интеграле

$$\int\limits_a^b dx \int\limits_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x,y)\,dy$$

порядок интегрирования. Сделать чертеж области интегрирования.

N	a	b	$\varphi(x)$	$\psi(x)$	N	a	b	$\varphi(x)$	$\psi(x)$
1	0	3	$1-x^2/9$	$\sqrt{9-x^2}$	2	0	2	$-\sqrt{4-x^2}$	$2-x$
3	0	3	$-\sqrt{3x-x^2}$	0	4	1	2	$x^2/4$	$\sqrt{5-x^2}$
5	0	4	$\sqrt{4x-x^2}$	$\sqrt{4x}$	6	1	4	$\sqrt{x}$	$6-x$
7	0	3	$-\sqrt{25-x^2}$	$3-x$	8	0	5/2	$4x^2$	$30-2x$
9	0	1	$-2x$	$\sqrt{4+x^2}$	10	-1	1	$4x$	$5-x^2$
11	0	6	$-x-1$	$\sqrt{36-x^2}$	12	-2	0	$-\sqrt{4-x^2}$	$4-x^2$
13	2	5	$2+x$	x^2-2x-8	14	-4	2	x^2+2x-7	$3-x$
15	1	9	$\sqrt{x}$	$\sqrt{9x}$	16	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$x^2/2$	$\sqrt{3-x^2}$
17	0	2	$\sqrt{2x-x^2}$	2	18	0	2	$-\sqrt{4-x^2}$	$2x$
19	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$	0	$\sqrt{4x-x^2}$	20	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$x^2/3$	3
21	0	2	0	$\sqrt{16-x^2}$	22	1	6	1	$\sqrt{x+3}$
23	0	$\frac{3}{7}$	$2x^2$	x	24	-1	1	$3x$	$3(x+1)/2$
25	0	3	0	$2-x^2/9$	26	-2	2	$2x^2$	9
27	0	4	$x+1$	$10-x$	28	-2	2	0	$\sqrt{4-x^2}$
29	0	4	$3x^2$	$12x$	30	1	2	0	$\sqrt{4x-x^2}$

ЗАДАЧА 5. Вычислить объем тела с помощью тройного интеграла, переходя к цилиндрическим или сферическим координатам.

1. $\begin{cases} x^2-y^2+z^2\leqslant 0 \\ 4y\leqslant x^2+z^2+1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} -x^2+y^2+z^2\leqslant 0 \\ x^2+y^2+z^2\leqslant 9 \end{cases}$
3. $\begin{cases} x^2+y^2\leqslant 4,\ z\geqslant 0 \\ z\leqslant 16-x^2-y^2 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2\leqslant 1 \\ x^2+z^2\leqslant z \end{cases}$
5. $\begin{cases} 4\leqslant z\leqslant 6 \\ x^2+y^2\leqslant 4z \end{cases}$
6. $\begin{cases} x^2+z^2\leqslant 5y^2 \\ x^2+y^2+z^2\leqslant 9 \end{cases}$
7. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2\leqslant 16 \\ y^2+z^2\leqslant 6x \end{cases}$
8. $\begin{cases} y\geqslant -4 \\ x^2+z^2+y\leqslant 5 \end{cases}$
9. $\begin{cases} x^2+z^2\leqslant y^2 \\ x^2+z^2\leqslant 2-y \end{cases}$
10. $\begin{cases} y^2+z^2\leqslant 8x \\ 9-y^2-z^2\geqslant 5x \end{cases}$
11. $\begin{cases} 2y\geqslant x^2+z^2 \\ y^2\leqslant 4(x^2+z^2) \end{cases}$
12. $\begin{cases} x^2+y^2\leqslant 25,\ z\geqslant 0 \\ x^2+y^2+z^2\leqslant 36 \end{cases}$
13. $\begin{cases} y^2+z^2\leqslant 9,\ x\geqslant 0 \\ x^2+y^2+z^2\leqslant 16 \end{cases}$
14. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2\leqslant 49 \\ x^2+y^2\geqslant 4z \end{cases}$
15. $\begin{cases} x^2+z^2\geqslant 4y\geqslant 0 \\ x^2+z^2\leqslant 9 \end{cases}$
16. $\begin{cases} x+y+z\leqslant 4 \\ z\geqslant 0,\ x^2+y^2\leqslant 2 \end{cases}$
17. $\begin{cases} x\geqslant 9(y^2+z^2) \\ 3x\leqslant 3-y^2-z^2 \end{cases}$
18. $\begin{cases} x^2+y^2\leqslant 7z^2 \\ x^2+y^2+z^2\leqslant 4 \end{cases}$
19. $\begin{cases} y\leqslant z\leqslant 4y,\ y\geqslant 0 \\ x^2+y^2\leqslant 9 \end{cases}$
20. $\begin{cases} x^2+y^2\leqslant 3z \\ x^2+y^2+z^2\leqslant 4 \end{cases}$
21. $\begin{cases} y\geqslant 0 \\ y\leqslant 5-x^2-z^2 \end{cases}$
22. $\begin{cases} 0\leqslant x\leqslant 6-y-z \\ y^2+z^2\leqslant 16 \end{cases}$
23. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2\leqslant 4x \\ y^2+z^2\leqslant 2x^2 \end{cases}$
24. $\begin{cases} 3\leqslant y\leqslant 4 \\ y\leqslant 8-x^2-z^2 \end{cases}$
25. $\begin{cases} x\geqslant 0,\ y^2+z^2\leqslant 2 \\ x^2\leqslant y^2+z^2+1 \end{cases}$
26. $\begin{cases} x^2+z^2\geqslant 4,\ y\geqslant 0 \\ x^2+y^2+z^2\leqslant 25 \end{cases}$
27. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2\leqslant 2 \\ y\leqslant x^2+z^2 \end{cases}$
28. $\begin{cases} 0\leqslant z\leqslant 5(x^2+y^2) \\ x+y\leqslant 1,\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0 \end{cases}$
29. $\begin{cases} y\geqslant (x^2+z^2)/4-1 \\ y\leqslant 2-(x^2+z^2)/2 \end{cases}$
30. $\begin{cases} x\geqslant 0,\ y\geqslant 0,\ z\geqslant 0 \\ z\leqslant 1-x^2-y^2 \end{cases}$

ЗАДАЧА 6. Вычислить циркуляцию плоского векторного поля

$$\oint\limits_L P(x,y)dx+Q(x,y)dy$$

двумя способами: непосредственно и по формуле Грина.

N	L	$P(x,y)$	$Q(x,y)$
1	ΔABC $A(2,1)$ $B(2,3)$ $C(4,3)$	x^2+y^2	$2(x+y)^2$
2	$x^2/9+y^2/4=1$	$xy+x+y$	$xy+2x-2y$
3	$x^2+y^2=4y$	$xy+3$	$xy-2x+3y$
4	$x^2+y^2=16$	$-xy^2$	$2x^2y$
5	$x^2+y^2/16=1$	$2x+2y$	$-2x+2y$
6	$y=\sin x,\ y=0,\ 0\leqslant x\leqslant\pi$	y^2	xy
7	$x^2/9+y^2=4$	x^2y^2	x^2+4
8	$y=4x^2,\ y=4$	xy^2	$x-y$
9	$y=5x^2,\ y=10x$	$(x+y)^2$	$(x-y)^2$
10	ΔABC $A(0,1)$ $B(2,5)$ $C(0,5)$	$3xy^2$	x^3+4x^2
11	$x=4y^2,\ x=16$	y^2+xy	x^2+xy
12	$x^2+y^2=25$	y^2+x^2	x^2+y^3
13	$y=x^2,\ y=8x$	$4xy$	$5x^2$
14	$x=9y^2,\ x=3y$	xy	$2x^2+3y^2$
15	$x^2+y^2=16$	$2x+3y^2$	$3x-2y^2$
16	$x^2/25+y^2/4=1$	$5y+x^2$	$-3x$
17	$4y=x^2+4,\ y=3x-4$	$x+2y$	$x-2y$
18	ΔABC $A(0,0)$ $B(2,3)$ $C(0,3)$	$4xy$	x^2+y^2
19	$\lvert x\rvert+\lvert y\rvert=4$	$2(x+y)^2$	$-2(x-y)^2$
20	$x^2+y^2=36$	$x+y^2$	$x^3/3$
21	$x^2/16+y^2/9=1$	$x+y$	x^2-y^2
22	$y=x^2,\ y=4x-3$	x^2+4xy	$4xy+y^2$
23	ΔABC $A(3,3)$ $B(5,5)$ $C(3,5)$	x^2+y^2	$(x+y)^2$
24	$y=\sqrt{x},\ 4y=x+3$	x^2-5y	x^2+5y
25	ΔABC $A(2,1)$ $B(1,4)$ $C(2,4)$	$\dfrac{y^2+2}{y}$	$\dfrac{2y^2-x}{y^2}$
26	$y=4\sqrt{x},\ y=4x$	xy^2	$4x^2y$
27	$x^2+y^2=4$	$x+2y$	$y-2x$
28	ΔABC $A(3,4)$ $B(5,6)$ $C(3,6)$	$-x^2-y^2$	$(x+y)^2$
29	$x^2+y^2=9$	$x+y^2$	$x-y^2$
30	$x^2/4+y^2/25=1$	$y+x^2$	$-x$

ЗАДАЧА 7. Ниже $\mathbf{r}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$, $|\mathbf{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, $\mathbf{c}$ -постоянный вектор.

1. Найти $\operatorname{rot}(\mathbf{c}f(|\mathbf{r}|))$.
2. Найти $\operatorname{rot}[\mathbf{c},\mathbf{r}f(|\mathbf{r}|)]$.
3. Доказать, что $\operatorname{div}[\mathbf{a},\mathbf{b}]=\mathbf{b}\operatorname{rot}\mathbf{a}-\mathbf{a}\operatorname{rot}\mathbf{b}$.
4. Найти $\operatorname{div}(u\operatorname{grad}u)$.
5. Найти угол φ между градиентами поля $u=x/(x^2+y^2+z^2)$ в точках $A(1,-2,2)$ и $B(3,1,0)$.
6. Доказать, что $\operatorname{rot}(u\mathbf{a})=u\operatorname{rot}\mathbf{a}-[\mathbf{a},\operatorname{grad}u]$.
7. Найти $\operatorname{div}(\mathbf{b}(\mathbf{r},\mathbf{a}))$.
8. Найти $\operatorname{grad}u$, где $u=|[\mathbf{c},\mathbf{r}]|$.
9. Найти $\operatorname{rot}\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}=\left(-\dfrac{\omega}{2\pi}\dfrac{y}{x^2+y^2},\dfrac{\omega}{2\pi}\dfrac{x}{x^2+y^2},z\right)$.
10. Найти $\operatorname{div}\operatorname{rot}\mathbf{a}$.
11. Найти $\operatorname{rot}\operatorname{grad}u$.
12. Найти угол φ между градиентами поля $u=y/(x^2+y^2+z^2)$ в точках $A(1,2,2)$ и $B(3,2,0)$.
13. Доказать, что $\operatorname{div}(u\mathbf{a})=(\mathbf{a},\operatorname{grad}u)+u\operatorname{div}\mathbf{a}$.
14. Найти $\operatorname{rot}\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}=[\operatorname{grad}u,\mathbf{b}]$, $u=y^2-2xz+z^2$, $\mathbf{b}=\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$.
15. Найти производную поля $u=x^2+y^2-3x+2y$ в точке $M_0(0,1,2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M(3,1,6)$.
16. Найти $\operatorname{rot}(f(|\mathbf{r}|)\mathbf{r})$.
17. Найти $\operatorname{div}[\mathbf{b},\mathbf{r}]$, где $\mathbf{b}=x^2\mathbf{i}+y^2\mathbf{j}$.
18. Найти $\operatorname{rot}\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}=(y\mathbf{i}+z\mathbf{j}+x\mathbf{k})/|\mathbf{r}|$.
19. Найти угол φ между градиентами поля $u=z/(x^2+y^2+z^2)$ в точках $A(2,1,1)$ и $B(-3,-2,1)$.
20. Найти $\operatorname{rot}\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}=[\operatorname{grad}u,\mathbf{b}]$, $u=x^2-2yz+y^3$, $\mathbf{b}=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+6\mathbf{k}$.
21. Найти $\operatorname{div}[\mathbf{b},\mathbf{r}]$, где $\mathbf{b}=y^2\mathbf{i}-x^2\mathbf{k}$.
22. Найти $\operatorname{div}(f(|\mathbf{r}|)\mathbf{r})$.
23. Найти производную поля $u=xy+yz-2y+4z$ в точке $M_0(-1,2,-3)$ по направлению от точки M_0 к точке $M(-4,2,1)$.
24. Найти $\operatorname{rot}\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}=(z\mathbf{i}+x\mathbf{j}+y\mathbf{k})/|\mathbf{r}|$.
25. Найти производную поля $u=y^2z-2xyz+z^2$ в точке $M_0(3,1,1)$ по направлению вектора $\mathbf{a}$, если $\mathbf{a}$ образует с координатными осями острые углы α,β,γ, $\alpha=\pi/3$, $\beta=\pi/4$.
26. Найти $\operatorname{rot}\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}=[\operatorname{grad}u,\mathbf{b}]$, $u=xyz-2y+z^3$, $\mathbf{b}=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}-4\mathbf{k}$.

27. Найти $\operatorname{div}[\mathbf{b}, \mathbf{r}]$, где $\mathbf{b} = xy\mathbf{i} - yz\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$.

28. Найти угол φ между градиентами поля $u = (z - x)/(x^2 + y^2 + z^2)$ в точках $A(-2, 1, 3)$ и $B(3, 4, -2)$.

ЗАДАЧА 8. Вычислить площадь части поверхности σ, заключенную внутри цилиндрической поверхности $Ц$.

N	σ	$Ц$
1	$x = 2yz$	$y^2 + z^2 = 4$
2	$y = \sqrt{9 - x^2 - z^2}$	$x^2 + y^2 = 4$
3	$x = 3 - y - z$	$y^2 + z^2 = 2z$
4	$y^2 = x^2 + z^2$	$x^2 + z^2 = 4x$
5	$y^2 + z^2 = 1,\ z \geqslant 0$	$x^2 + y^2 = 1$
6	$x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ z \leqslant 0$	$x^2 + y^2 = 2x$
7	$x^2 + y^2 + z^2 = 16,\ x \geqslant 0$	$y^2 + z^2 = 9$
8	$x^2 = y^2 + z^2,\ x \leqslant 0$	$y^2 + z^2 = 1$
9	$2z = xy$	$x^2 + y^2 = 4$
10	$2z = x^2 + y^2$	$x^2 + y^2 = 2$
11	$y^2 = 2xz$	$0 \leqslant x \leqslant 2,\ 0 \leqslant z \leqslant 2$
12	$z = 9 - x^2 - y^2$	$x^2 + y^2 = 5$
13	$x = \sqrt{y^2 + z^2}$	$y^2 + z^2 = 4z$
14	$z = \sqrt{y^2 - x^2}$	$x^2 + y^2 = 8$
15	$2x = y^2 - z^2$	$y^2 + z^2 = 1$
16	$2y = x^2 + z^2$	$\left(x^2 + z^2\right)^2 = 2xz$
17	$8 - z = (x^2 + y^2)^{3/2}$	$x^2 + y^2 = 4$
18	$y = x^2 + z^2$	$4\left(x^2 + z^2\right)^2 = x^2 - z^2$
19	$x^2 + y^2 = z^2$	$\left(x^2 + y^2\right)^2 = 9xy$
20	$x^2 + y^2 + z^2 = 1$	$\left(y^2 + z^2\right)^2 = 2yz$
21	$z = \sqrt{x^2 - y^2}$	$\left(x^2 + y^2\right)^2 = x^2 - y^2$
22	$z^2 = 4\left(x^2 + y^2\right)$	$x^2 + y^2 = 4y$
23	$4z = x^2 + y^2$	$\left(x^2 + y^2\right)^2 = 8xy$
24	$x^2 + y^2 + z^2 = 4$	$y^2 + z^2 = 2y$
25	$x^2 + y^2 + z^2 = 36,\ z \leqslant 0$	$x^2 + y^2 = 16$
26	$x^2 = y^2 - z^2$	$y^2 + z^2 = 2z$
27	$4z = x^2 + y^2,\ z \leqslant 1$	$y^2 = 3x^2$
28	$z = 6 - 2x + 3y$	$\left(x^2 + y^2\right)^2 = 25xy$
29	$y^2 + z^2 = 3,\ z \geqslant 0$	$x + y = 0,\ x - y = 0$
30	$2z = x^2 - y^2$	$x^2 + y^2 = 1$

ЗАДАЧА 9. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}$ через замкнутую поверхность σ двумя способами: 1) непосредственно, вычисляя потоки через все гладкие куски поверхности σ; 2) по теореме Остроградского-Гаусса.

N	$\mathbf{a}$	σ
1	$x\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - 2z\mathbf{k}$	$2z = 9 - x^2 - y^2,\ z = 0$
2	$x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$z^2 = x^2 + y^2,\ z = 4$
3	$xz\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j} + \mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ x \geqslant 0$
4	$(1 - y)x\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$(2 - z)^2 = x^2 + y^2,\ z = 0$
5	$xy\mathbf{i} + xy\mathbf{j} - xz\mathbf{k}$	$3z = 9 - x^2 - y^2,\ z = 0$
6	$3x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ y \geqslant 0$
7	$2\mathbf{i} - 3y^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$4z = x^2 + y^2,\ z = 9$
8	$x^2\mathbf{i} - z^2\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 9,\ x \geqslant 0$
9	$yz(\mathbf{i} - \mathbf{j}) + 2x\mathbf{k}$	$y = 1 - x^2 - z^2,\ y = 0$
10	$\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2z^2\mathbf{k}$	$5 - z = x^2 + y^2,\ z = -4$
11	$x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$	$y^2 = 4(x^2 + z^2),\ y = 6$
12	$xz\mathbf{i} + 3yz\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 16,\ z \geqslant 0$
13	$z\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$	$x^2 = y^2 + z^2,\ x = 7$
14	$2x\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$	$9z = x^2 + y^2,\ z = 1$
15	$x^2\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$	$3z = 4 - x^2 - y^2,\ z = 1$
16	$\mathbf{i} - y\mathbf{j} + x(3 + z)\mathbf{k}$	$(2 - x)^2 = y^2 + z^2,\ x = 5$
17	$y\mathbf{i} - z\mathbf{j} + xyz\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ x \leqslant 0$
18	$x^2\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$y = x^2 + z^2,\ y = 8$
19	$yz\mathbf{i} + xy\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$y^2 = x^2 + z^2,\ y = -2$
20	$3xy\mathbf{i} + zy\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$	$z = 9(x^2 + y^2),\ z = 36$
21	$x\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$4z = 16 - x^2 - y^2,\ z = 3$
22	$xyz\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 9,\ y \leqslant 0$
23	$-x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - 2z\mathbf{k}$	$x^2 = y^2 + z^2,\ x = -4$
24	$x\mathbf{i} + 3y^2\mathbf{j} + 3z^2\mathbf{k}$	$3y - 2 = x^2 + z^2,\ y = 6$
25	$xz\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$	$z^2 = 4(x^2 + y^2),\ z = 4$
26	$z\mathbf{i} - 3y\mathbf{j} + xyz\mathbf{k}$	$y = 1 - x^2 - z^2,\ y = -3$
27	$x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + 3xz\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 16,\ z \leqslant 0$
28	$x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + 8z\mathbf{k}$	$z = 25 - x^2 - y^2,\ z = 9$
29	$x^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$2z = 2 - x^2 - y^2,\ z = 0$
30	$x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$z = x^2 + y^2,\ z = 4$

ЗАДАЧА 10. Найти циркуляцию векторного поля **a** по контуру Γ двумя способами: 1) непосредственно, вычисляя линейный интеграл векторного поля по контуру Γ; 2) по теореме Стокса.

N	**a**	Γ
1	$z\mathbf{i} - y\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 9 - z,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
2	$3z\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - 2y\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 4,\ x + y + z = 2$
3	$yz\mathbf{i} - x^2\mathbf{j}$	$z^2 = 2 - x - y,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
4	$y\mathbf{i} + xy\mathbf{j} - z\mathbf{k}$	$x + y + z = 2,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$
5	$yz\mathbf{i} + x\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1,\ y = z$
6	$xy(\mathbf{i} - \mathbf{j}) - z\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1 - z,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
7	$z\mathbf{i} - xy\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 1,\ x = y + 1$
8	$z\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - y\mathbf{k}$	$x + y + 2z = 4,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$
9	$y^2\mathbf{i} + z\mathbf{j} - x\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 9,\ y = z + 1$
10	$z^2\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - y\mathbf{k}$	$2x + 3y + z = 6,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$
11	$zy\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$x^2 = 1 - y - z,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
12	$z\mathbf{i} - 2x\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 4,\ x + y + z = 3$
13	$y^2\mathbf{i} - z^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$x + 2y + z = 3,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$
14	$z\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$	$y^2 = 2 - x - z,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
15	$2z\mathbf{i} - 3y\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 9,\ x + y + z = 12$
16	$3z\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + 2x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1,\ z = y - 1$
17	$xz(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$	$2x + y + 3z = 6,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$
18	$y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 4 - y,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
19	$yz\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} - y\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 4,\ z = x + 2$
20	$xz\mathbf{i} - z\mathbf{j} + 2y\mathbf{k}$	$y^2 + z^2 = 16,\ x + y + z = 4$
21	$y\mathbf{i} - z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 9,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
22	$2z\mathbf{i} + yz\mathbf{j} - x\mathbf{k}$	$x = y^2 + z^2,\ x = 9$
23	$4y\mathbf{i} - z^2\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 1,\ x = y$
24	$3x\mathbf{i} + 2xz\mathbf{j} - y\mathbf{k}$	$x + 2y + z = 4,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$
25	$2xy\mathbf{i} - 3x\mathbf{j} - y^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 4 - z,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
26	$-z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + 2x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
27	$y\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 16,\ z = y$
28	$2z\mathbf{i} - x^2\mathbf{j} + 3x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 9 - z,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (1 октант)
29	$y\mathbf{i} - x^2\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 4,\ z = y + 2$
30	$xy(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$	$x + 2y + z = 4,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН УПРАЖНЕНИЙ

1–3. Неопределенный интеграл. Вычисление интегралов следующих типов:

$$\int \frac{Ax+B}{(ax^2+bx+c)^\alpha}dx,\ \alpha = 1/2, 1;\quad \int \frac{P_n(x)}{R_n(x)}dx;\quad \int R(x, x^{m/n}, x^{p/q})dx;$$

$$\int P_n(x)\left\{\begin{array}{l}\sin ax\\ \cos ax\\ e^{ax}\end{array}\right\}dx;\quad \int P_n(x)\left\{\begin{array}{l}\ln ax\\ \operatorname{arctg} ax\\ \dots\end{array}\right\}dx;$$

$$\int R(\sin x, \cos x)dx;\quad \int \sin^p x, \cos^q x\,dx;\quad \int \sin ax\left\{\begin{array}{l}\sin bx\\ \cos bx\end{array}\right\}dx.$$

4. Определенный интеграл.
5. Приложения определенного интеграла.
6. Контрольная работа.
7. Разбор ошибок контрольной работы. Несобственные интегралы.

8,9. Двойной интеграл.

10. Тройной интеграл (сферические координаты по усмотрению преподавателя).
11. Скалярные и векторные поля.
12. Криволинейный интеграл. Циркуляция.
13. Поток векторного поля.
14. Теоремы Остроградского-Гаусса и Стокса.

15,16. Прием типового расчета.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (ЗАЧЕТУ)

1. Определение первообразной, теорема о множестве всех первообразных. Неопределенный интеграл. Свойство линейности.
2. Неопределенный интеграл. Теорема о замене переменной. Формула интегрирования по частям.
3. Общая схема интегрирования рациональных функций.
4. Интегрирование простейших дробей.
5. Интегрирование тригонометрических функций.
6. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.

7. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Тригонометрические подстановки.
8. Определенный интеграл: определение, геометрический и механический смысл. Достаточное условие существования.
9. Определенный интеграл: определение, свойства линейности и аддитивности.
10. Определенный интеграл: определение. Теоремы об интегрировании неравенств и об оценке.
11. Определенный интеграл: определение, теорема о среднем, ее геометрический смысл.
12. Теорема о дифференцировании интеграла с переменным верхним пределом.
13. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
14. Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Определение длины кривой. Вычисление длины кусочно-гладкой кривой.
16. Вычисление объема тела по площадям его плоских сечений. Объем тела вращения.
17. Вычисление площади поверхности вращения.
18. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Примеры сходящихся и расходящихся интегралов.
19. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Примеры сходящихся и расходящихся интегралов.
20. Несобственные интегралы: признак сравнения.
21. Определение двойного интеграла, его геометрический и механический смысл. Достаточное условие существования.
22. Двойной интеграл: свойства линейности и аддитивности; переход от двойного интеграла к повторному.
23. Двойной интеграл: интегрирование неравенств, оценка интеграла, теорема о среднем.
24. Якобиан преобразования плоскости. Теорема о замене переменных в двойном интеграле.
25. Двойной интеграл в полярных координатах.

26. Геометрические и механические приложения двойного интеграла.
27. Определение тройного интеграла. Переход от тройного интеграла к повторному.
28. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
29. Определение криволинейного интеграла по длине дуги, его геометрический и механический смысл.
30. Криволинейный интеграл по длине дуги: способы вычисления.
31. Определение и свойства криволинейного интеграла по координатам, способы его вычисления.
32. Вычисление работы силового поля. Физический смысл интеграла по координатам.
33. Теорема Грина.
34. Условие независимости криволинейного интеграла по координатам от выбора пути интегрирования на плоскости.
35. Вычисление площади гладкой поверхности.
36. Определение интеграла первого рода по поверхности. Формулы для его вычисления.
37. Производная по направлению и градиент скалярного поля. Геометрический смысл градиента, его свойства.
38. Определение и свойства интегралов второго рода по поверхности, способы вычисления.
39. Теорема Гаусса-Остроградского. Физический смысл дивергенции.
40. Задача о вычислении количества жидкости, протекающей за единицу времени через данную поверхность.
41. Теорема Стокса, физический смысл ротора. Формула Грина как частный случай теоремы Стокса.
42. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора пути интегрирования в пространстве.
43. Определение и свойства потенциального поля.

Вопросы к зачетам и экзаменам могут быть уточнены и дополнены лектором.

ОСНОВЫ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

II семестр

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

ЗАДАЧА 1. Проверить полноту системы функций $\Sigma = \{f_i, g_j\}$, найти $D_{\min}$ для функций f_i, g_j. Представить формулами над Σ и функциональными схемами над Σ функции $0, 1, \neg, \&, \vee, h_k$.

Выбор варианта. Даны функции

$f_0 = (0101\ 1010)$	$f_1 = (0110\ 0110)$	$f_2 = (1001\ 1001)$
$g_0 = (1110\ 1000)$	$g_1 = (1011\ 0010)$	$g_2 = (1101\ 0100)$
$h_0 = (1000)$	$h_1 = (0100)$	$h_2 = (0010)$

Номер студента в журнале группы N представляется в троичной системе счисления $N = a_3 \cdot 3^2 + a_2 \cdot 3 + a_1 = (a_3a_2a_1)_3$. Здесь $0 \leqslant a_i \leqslant 2$. Для варианта N выбираются функции $f_{a_3}, g_{a_2}, h_{a_1}$; например, в варианте $N = 19 = 2 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3 + 1 = (201)_3$ выбираются функции f_2, g_0, h_1.

ЗАДАЧА 2. Найти $D_{\text{сокр}}, D_{\text{я}}$, все $D_{\min}$ для $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ методом Карно и Квайна.

Выбор варианта. Даны функции и подстановки

$f_{00} = (1010\ 1100\ 1011\ 0100)$
$f_{01} = (1100\ 1010\ 1101\ 0010)$
$f_{10} = (1010\ 0011\ 1110\ 0001)$
$f_{11} = (0101\ 1100\ 0111\ 1000)$

p	q	r	S_{pqr}			
0	0	0	2	4	1	3
0	0	1	4	3	2	1
0	1	0	1	3	2	4
0	1	1	3	1	4	2
1	0	0	3	4	1	2
1	0	1	4	2	3	1
1	1	0	2	1	4	3
1	1	1	1	2	3	4

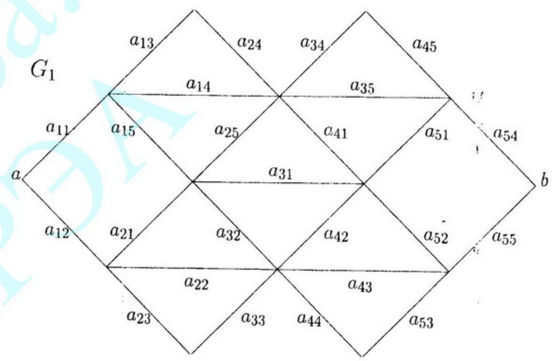
Номер студента в журнале N представляется в двоичной системе счисления $N = a_5 \cdot 2^4 + a_4 \cdot 2^3 + a_3 \cdot 2^2 + a_2 \cdot 2 + a_1 = (a_5a_4a_3a_2a_1)_2$. Берется функция $f_{a_5a_4}$ и подстановка $S_{a_3a_2a_1} = (ijkl)$. Для получения функции f первая четверка функции $f_{a_5a_4}$ ставится на место i, вторая – на место j, третья – на место k, четвертая – на место l.

Например, в варианте $N = 19 = 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 2 + 1 = (10011)_2$ к функции f_{10} применяется подстановка $S_{011} = (3142)$ и получается функция $f = (0011\ 0001\ 1010\ 1110)$.

ЗАДАЧА 3. Построить минимальную функциональную схему для функции f из задачи 2 на элементах $\{\vee, \&, \neg\}$.

ЗАДАЧА 4. Построить минимальную контактную схему для той же функции.

ЗАДАЧА 5. Найти кратчайший путь в графе G_1.



Длины ребер - элементы матрицы A для соответствующего варианта.

N	A	N	A	N	A
1	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	3	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

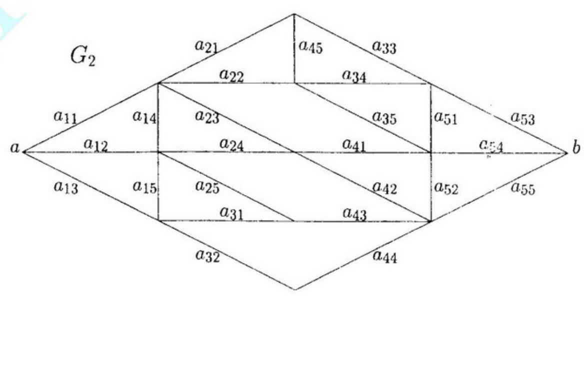
N	A	N	A	N	A
4	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	5	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	9	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	11	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

N	A	N	A	N	A
25	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

ЗАДАЧА 6. Найти остов минимальной длины в графе G_1 из задачи 5.

ЗАДАЧА 7. Решить задачу об оптимальном назначении с матрицей эффективности A из задачи 5.

ЗАДАЧА 8. Найти максимальный поток в транспортной сети, заданной графом G_2. Пропускная способность ребер определяется элементами a_{ij} матрицы A из задачи 5.



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (ЗАЧЕТУ)

1. Операции над множествами, их свойства. Аксиомы булевой алгебры.
2. Характеристические векторы подмножеств. Алгебра булевых векторов.
3. Элементарные булевы функции. Их выражение через основные.
4. ДНФ и СДНФ. Методы приведения булевой функции к СКНФ и СДНФ.
5. Минимальная ДНФ. Тривиальный алгоритм минимизации.
6. Определение интервала и максимального интервала булевой функции. Сокращенная и ядровая ДНФ.
7. Геометрический метод минимизации булевой функции от трех переменных.
8. Метод Карно для минимизации булевых функций.
9. Метод Квайна для минимизации булевых функций.
10. Двойственная функция. Принцип двойственности.
11. Определение функционально полной системы функций. Основные примеры функционально полных систем.
12. Многочлены Жегалкина. Методы вычисления многочлена Жегалкина для булевой функции.
13. Замкнутый класс функций. Основные замкнутые классы.
14. Леммы о несамодвойственной, о монотонной и о нелинейной функциях.
15. Теорема Поста о функциональной полноте.
16. Понятие графа. Маршруты, циклы, связность. Определение дерева, его свойства.
17. Понятие орграфа. Сумматор n-разрядных двоичных чисел.
18. Планарные графы. Теорема Понтрягина-Куратовского.
19. Алгоритмы отыскания кратчайших путей в графе. Минимальный остов.
20. Паросочетание. Теорема Холла о совершенном паросочетании.
21. Алгоритм отыскания максимального паросочетания.
22. Задача об оптимальном назначении. Алгоритм ее решения.
23. Транспортные сети и потоки. Алгоритм Форда-Фалкерсона.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

III семестр

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

Обозначение: $\underline{\alpha} = a_1a_2a_3a_4a_5$ – двоичный код номера студента в списочном составе группы.

ЗАДАЧА 1. Автомат с одним двоичным входом и одним двоичным выходом выдаёт на выходе 0 до тех пор, пока на вход не поступит слово $\underline{\alpha}$. После этого, начиная со следующего такта, автомат постоянно выдает 1. Составить диаграмму Мура и автоматную таблицу данного автомата. Минимизировать полученный автомат.

ЗАДАЧА 2. Для минимального автомата из задачи 1 составить канонические уравнения минимальной сложности и диаграмму Мура, дополненную ветвями резервных/фиктивных состояний. Реализовать минимальный автомат из задачи 1 в виде СЛС (синхронной логической сети) минимальной сложности.

ЗАДАЧА 3. Реализовать минимальный автомат из задачи 1 в виде ССА (синхронной сети автоматов) минимальной сложности над полной автоматной системой $\Sigma_a = \{RS - \text{триггер}, \Sigma_0 = \{\neg, \vee, \wedge\}\}$.

ЗАДАЧА 4. Язык L задан над алфавитом $A_0 = \{0, 1\}$ и состоит из всех слов словаря A_0^*, которые имеют конечную длину и содержат (не менее одного раза) слово $\underline{\alpha}$. Составить регулярную формулу и источник для языка L.

ЗАДАЧА 5. С помощью теоремы (синтеза) Клини построить направленный (инициальный) автомат Мура, порождающий язык L из задачи 4.

ЗАДАЧА 6. Минимизировать автомат Мура из задачи 5 и проверить (доказательно) полученный минимальный автомат на эквивалентность минимальному автомату из задачи 1.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Определение и способы задания автомата Мили. Последовательный двоичный сумматор.
2. Автоматное отображение, его свойства. Автономный автомат. Свойства его автоматного отображения.
3. Эквивалентные состояния и эквивалентные автоматы. Теорема о существовании минимального автомата.
4. Алгоритм минимизации автомата.
5. Комбинационные и логические автоматы. Теорема о реализации логического автомата в виде СЛС.
6. Теорема о реализации произвольного абстрактного автомата в виде СЛС.
7. Автомат Мура, его связь с автоматом Мили (теорема).
8. Параллельное соединение двух автоматов.
9. Последовательное соединение двух автоматов.
10. Соединение автоматов с обратной связью.
11. Автоматно полные системы автоматов. Теорема о достаточном условии автоматной полноты.
12. Триггеры, их автоматные таблицы и диаграммы Мура. Реализация одних триггеров с помощью других.
13. Детерминированные функции. Их связь с A-деревом.
14. Вес A-дерева. Ограниченно детерминированные функции. Теорема о необходимом и достаточном условии автоматного отображения.
15. Определение машины Тьюринга. Ее связь с конечным автоматом.
16. Понятие функции, вычислимой по Тьюрингу. Вычислимость суперпозиции и разветвления.
17. Понятие примитивно-рекурсивной, рекурсивной и частично рекурсивной функции. Базовые функции и основные операторы.
18. Теоремы о примитивной рекурсивности констант, перестановки и отождествления переменных.
19. Теоремы о примитивной рекурсивности суммы, произведения и возведения в степень.
20. Теоремы о примитивной рекурсивности урезанного вычитания, модуля, функции сигнум, минимум и максимум, булевых функций.

21. Теорема о связи функций, вычислимых по Тьюрингу, с частично рекурсивными функциями. Тезисы Тьюринга и Черча.
22. Микропрограммные автоматы, их реализация.
23. Перечислимые и разрешимые множества. Теорема Райса (без доказательства).
24. Настроенный автомат Мура. Автоматно порожденный язык.
25. Регулярные операции над языками. Определение регулярного языка.
26. Определение источника. Построение источника для регулярного языка.
27. Теорема синтеза Клини (построение автомата Мура для автоматного языка).
28. Алгоритмическая разрешимость задачи тождества регулярных языков.

Вопросы к зачетам и экзаменам могут быть уточнены и дополнены лектором.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. М.: Энергоатомиздат, 1988; Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. СПб: «Лань», 2007.
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику М.: Наука, 1986.
4. Вшивцев А.С., Применко Э.А. Элементы дискретной математики. М.: МИРЭА, 1986.
5. Вшивцев А.С, Применко Э.А. Методы оптимального проектирования сетей и формальные алгоритмы.. М.: МИРЭА, 1988.

СОДЕРЖАНИЕ

Математический анализ, 2 семестр 3
Типовой расчет 3
Календарный план упражнений 17
Теоретические вопросы к экзамену 17
Основы дискретной математики, 2 семестр 20
Математическая логика и теория алгоритмов, 3 семестр 25