ЗАДАЧА 2

Вариант N 1.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0; +\infty) \\ Cx(1+x)^{-3}, & x \in (0; +\infty). \end{cases}$$

$$P\{-3 < x < 3\};\ y = \frac{1}{x}.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 2.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in (3; 5) \\ 0, & x \notin (3; 5). \end{cases}$$

$$P\{2 < x < 3\};\ y = 2x^2.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 3.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (-1; 0) \\ \dfrac{Cx}{\sqrt{1-x^2}}, & x \in (-1; 0). \end{cases}$$

$$P\{-0,5 < x < 0\};\ y = |x|.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 4.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (1; e) \\ \dfrac{C}{x}, & x \in (1; e). \end{cases}$$

$$P\left\{1 < x < \frac{e}{2}\right\}; \; y = x - 3.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$.

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 5.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0; +\infty) \\ Cx^3 e^{-x^2}, & x \in (0; +\infty). \end{cases}$$

$$P\{0 < x < 4\}; \; y = \ln x.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 6.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (6; 9) \\ C(x-6)^2, & x \in (6; 9). \end{cases}$$

$$P\{6 < x < 9\}; \; y = x^2 + 4x + 2.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

Вариант N 7.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \left(0; \frac{\pi}{2}\right] \\ C\cos x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

$$P\left\{0 < x < \frac{\pi}{6}\right\};\ y = 2x + 3.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$.

5) $M_x,\ D_x,\ \sigma_x$.

Вариант N 8.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (1; +\infty) \\ Cx^{-4}, & x \in (1; +\infty). \end{cases}$$

$$P\{0 < x < 3\};\ y = x + 2.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$.

5) $M_x,\ D_x,\ \sigma_x$.

Вариант N 9.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0; +\infty) \\ Cxe^{-x^2}, & x \in (0; +\infty). \end{cases}$$

$$P\{0 < x < 3\};\ y = \sqrt{x}.$$

Найдите:

1) константу C,

... графики функции распределения и плотности распре-

Scanned by CamScanner

Вариант N 10.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (1;2] \\ C\left(x - \dfrac{1}{2}\right), & x \in (1;2]. \end{cases}$$

$$P\{0 < x < 1\};\ y = \sin x.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 11.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} C\sin x, & x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right] \\ 0, & x \notin \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

$$P\{0 < x < \ln 2\};\ y = 3x + 1.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 12.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (1; 1+\sqrt{2}) \\ C(x-1), & x \in (1; 1+\sqrt{2}). \end{cases}$$

$$P\{0 < x < 2\};\ y = x^2.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 13.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0; +\infty) \\ Ce^{-3x}, & x \in (0; +\infty). \end{cases}$$

$$P\{0 < x < 3\};\ y = 3e^{-3x}.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 14.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right] \\ C\sin 3x, & x \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]. \end{cases}$$

$$P\left\{\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{4}\right\};\ y = -x + 2.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 15.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0; 1] \\ Cx, & x \in (0; 1]. \end{cases}$$

$$P\left\{0 < x < \frac{1}{2}\right\};\ y = 4x^2.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 16.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0;3) \\ Cx^2, & x \in (0;3). \end{cases}$$

$$P\{1 < x < 2\};\ y = -3x + 5.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 17.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0;4) \\ C\sqrt{x}, & x \in (0;4). \end{cases}$$

$$P\{1 < x < 2\};\ y = -4x - 3.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 18.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \cancel{(0, +\infty)}\ (0,1) \\ \dfrac{C}{\pi(1+x^2)}, & x \in \cancel{(0, +\infty)}.\ (0,1) \end{cases}$$

$$P\{0 < x < 2\};\ y = \ln x.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 19.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0;2) \\ Cx^3, & x \in (0;2). \end{cases}$$

$$P\{1 < x < 2\};\ y = 2x + 5.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 20.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (1;+\infty) \\ \dfrac{C}{x^2}, & x \in (1;+\infty). \end{cases}$$

$$P\{2 < x < 4\};\ y = e^x.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 21.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (1;2) \\ \dfrac{C}{x\ln 2}, & x \in (1;2). \end{cases}$$

$$P\left\{1 < x < \frac{3}{2}\right\};\ y = -3x^2.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 22.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0;+\infty) \\ Ce^{-2x}, & x \in (0;+\infty). \end{cases}$$

$$P\{4 < x < 6\};\ y = \sqrt{x}.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 23.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0;1) \\ C(x+1)e^{x-1}, & x \in (0;1). \end{cases}$$

$$P\left\{1 < x < \frac{1}{2}\right\};\ y = -2x + 3.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

Вариант N 24.

Случайная величина x задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \left(0;\frac{\pi}{2}\right) \\ C(\cos x + \sin x)e^{-x}, & x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right). \end{cases}$$

$$P\left\{0 < x < \frac{\pi}{4}\right\};\ y = 4x + 3.$$

Найдите:

1) константу C,

2) функцию распределения; построить графики функции распределения и плотности распределения,

3) $P\{a < x < b\}$ двумя способами, используя $f(x)$ и $F(x)$,

4) плотность распределения случайной величины $y = \varphi(x)$,

5) M_x, D_x, σ_x.

ЗАДАЧА 3.

Вариант 1.

Случайная величина X имеет нормальное распределение $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$. Найти плотность распределения вероятностей $f(y)$, если $Y = X^3$.

Вариант 2.

Случайная величина X — измеренное значение стороны квадрата — распределена по закону

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sin x, & \text{при } x \in (0;\pi) \\ 0, & \text{при } x \in (\pi; 2\pi) \end{cases}.$$

Найти плотность распределения вероятностей $f(y)$ площади квадрата.

Вариант 3.

Найти плотность распределения вероятностей объёма куба, ребро которого X – случайная величина, распределённная равномерно в интервале $[0, a]$.

Вариант 4.

Случайная величина X равномерно распределена на промежутке $(0; 2\pi)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин: $Y = -4X$, $Z = X - Y$, $V = X + 2Y - 3Z - 1$.

Вариант 5.

Случайная величина X подчиняется распределению Релея:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) & \text{при } x \geqslant 0 \\ 0, & \text{при } x < 0 \end{cases}.$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \ln(x)$.

Вариант 6.

Случайная величина X равномерно распределена в интервале $(0; 20)$, а случай-
Y имеет плотность распределения $f(y) = 0.5 \ldots$

Вариант 10.

Затраты C на обслуживание приборов обратно пропорциональны сроку их службы t, т.е. $C = 1/t$. Найти закон распределения случайной величины C, если закон распределения t нормальный: $f(t) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{4\pi}} \exp\left[-\dfrac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$.

Вариант 11.

Диаметр цилиндрического вала имеет погрешность изготовления, и поэтому его измеренное значение подчинено в интервале $[a,b]$ равномерному распределению. Найти плотность распределения вероятностей площади поперечного сечения вала.

Вариант 12.

Имеются две случайные величины X и Y, связанные соотношением: $Y = 4 - 3X$. Величина X распределена по закону нормальной плотности на интервале $(-1;3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию величины Y, корреляционный момент величин X и Y и их коэффициент корреляции.

Вариант 13.

Случайная величина X распределена по закону Коши $f(x) = \dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$. Найти плотность распределения $f(y)$, если $Y = \operatorname{arctg} X$.

Вариант 14.

Случайные величины U и V связаны со случайными величинами X и Y соотношениями $U = X + 3Y - 2$; $V = 2X - Y + 1$. Известно, что $MX = 1$; $DX = 5$; $MY = 2$; $DY = 4$; $K_{xy} = 3$. Найти математическое ожидание величин U и V и их корреляционную матрицу.

Вариант 15.

На окружность радиуса R брошено две точки. Считая, что длина хорды – случайная величина с равномерным распределением, найти плотность распределения вероятностей длины дуги между брошенными точками.

Вариант 16.

На смежных сторонах прямоугольника со сторонами a и B выбраны наудачу две точки. Найти математическое ожидание квадрата расстояния между этими точками, а также его дисперсию.

Вариант 17.

Закон распределения измеренного значения радиуса круга – нормальный, с математическим ожиданием $m = 50$ и дисперсией $\sigma^2 = 0,25$. Найти закон распределения площади круга и его среднюю площадь.

Вариант 18.

Имеется случайная величина X, распределенная по экспоненциальному закону

Вариант 21.

Через точку $B(0;b)$ проводится прямая BA под углом λ к оси координат, причем $A(a;0)$. Все значения угла λ равновероятны на интервале $(-\pi/2;\pi/2)$. Найти плотность распределения вероятностей абсциссы a точки A.

Вариант 22.

На плоскости с координатами (X,Y) дана случайная точка, причем $MX = 2$, $DX = 16$, $MY = 4$, $DY = 64$, $K_{xy} = 0$. Определить математическое ожидание и дисперсию расстояния от начала координат до проекции точки на ость OZ, лежащую в плоскости XOY и образующую с осью OX угол $\lambda = 30°$.

Вариант 23.

Случайная величина X равномерно распределена в интервале $(0;1)$ и связана с Y функциональной зависимостью $\operatorname{tg}\dfrac{\pi Y}{2} = e^x$. Найти плотность распределения случайной величины Y.

Вариант 24.

Значения острого угла ромба со стороной a распределены равномерно в интервале $(0,\pi/2)$. Найти плотность распределения вероятностей площади ромба.

Вариант 25.

Случайная величина X распределена в интервале $(0;+\infty)$ с плотностью вероятности $f(x) = e^{-x}$. Определить плотность вероятности случайной величины Y, если $Y^2 = X$, а знак у Y равновероятен.

Вариант 26.

Случайная величина X имеет показательный закон распределения с параметром λ. Найти плотность распределения случайной величины Y: $Y = \sqrt{Y}$.

Вариант 27.

У центробежного регулятора сторны равны и составляют так называемый "параллелограмм" регулятора, острый угол φ этого параллелограмма – случайная величина, равномерно распределенная в интервале $(\pi/6;\pi/4)$. Найти закон распределения диагоналей параллелограмма регулятора, если его сторона равна a.

Вариант 28.

Найти закон распределения объема шара, если его радиус – случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с математически ожиданием $m = 10$ и дисперсией $\sigma^2 = 0,25$.

Вариант 29.

Случайная величина X распределена по закону Коши $f(x) = \dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$. Найти плотность распределения $f(y)$, если $Y = 1 - X^2$.

Вариант 30.

Случайная величина X имеет плотность распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & \text{при } x \geqslant 0 \\ 0, & \text{при } x < 0 \end{cases}.$$

Найти функцию распределения $F(y)$ случайной величины $y = kx$, $k > 0$.

ЗАДАЧА 4.

Вариант 1.

Математическое ожидание числа солнечных дней в году для определенной местности равно 150 дням. Найти вероятность того, что в данном году здесь будет не менее 200 солнечных дней. Что можно сказать о вероятности того, что число солнечных дней в году будет не более 100 дней? Как изменятся искомые вероятности, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение числа солнечных дней равно 10?

Вариант 2.

Математическое ожидание годового количества осадков для данной местности равно 600 мм. Каково минимальное количество осадков за год с вероятностью, не превосходящей величины 0,8?

Вариант 3.

Математическое ожидание скорости ветра у земли в данной местности составляет 8 км/ч. Найти вероятность того, что скорость ветра превысит 20 км/ч и что она будет меньше 50 км/ч. Как изменятся искомые вероятности, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение скорости ветра равно 2 км/ч?

Вариант 4.

Ежегодная потребность в электроэнергии для научно-исследовательского института составляет в среднем 500 кВт·ч. Какой расход электроэнергии можно ожидать во вторник с вероятностью не менее 0,85? Как изменится ответ задачи. если будет известно, что значение среднего квадратичного отклонения ежегодного расхода электроэнергии составит 50 кВт·ч?

Вариант 5.

Математическое ожидание скорости ветра на высоте 10 км равно 30 км/ч, а среднее квадратичное отклонение 5 км/ч. Какую скорость ветра на этой высоте можно ожидать с вероятностью не меньшей 0,85?

Вариант 6.

Генератор обеспечивает выходное напряжение, которое может отклоняться от номинального на значение, не превышающее 1 В, с вероятностью 0.95. Какие значения дисперсии выходного напряжения можно ожидать?

Вариант 7.

Математическое ожидание суточного расхода воды в лаборатории составляет 10 м^3. Оценить вероятность того, что в некоторый день расход воды будет находиться в интервале 8-12 м^3. Как изменится искомая вероятность, если среднее квадратичное отклонение суточного расхода составит 1 м^3?

Вариант 8.

Используя неравенство Чебышева, найти вероятность того, что частота появления грани с номером 6 при бросании правильной игральной кости 200 раз отклонится от вероятности ее появления не более чем на 0.1. Найденный ответ сравнить с результатом, полученным с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Вариант 9.

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того. что частота появления грани с четным номером при бросании правильной игральной кости отклонится от вероятности ее появления по абсолютной величине не более чем на 0,01, если будет произведено 10000 испытаний. Сравнить найденные значения с результатами, полученными с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Вариант 10.

Произведено 200 измерений некоторой случайной величины. Известно, что дисперсия измерения для каждой случайной величины не превосходит 4. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий не превзойдет 0,2.

Вариант 11.

За значение некоторой величины принимают среднее арифметическое 500 измерений. Предполагая, что среднее квадратичное отклонение возможных результатов каждого измерения не превосходит 0,5, оценить вероятность того, что отклонение найденного таким образом значения величины от истинного не превосходит 0,2.

Вариант 12.

В конденсаторе с вероятностью 0,01 возможен дефект диэлектрика и, независимо от первого, с вероятностью 0,005 - дефект корпуса. Проверена партия в 1000 конденсаторов. В каких границах с вероятностью 0,997 заключается число бракованных конденсаторов? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 13.

Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,9. Какова вероятность того, что при 100 выстрелах число попаданий будет не менее 85 и не более 95?

Вариант 14.

Дана последовательность независимых случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n$. Случайная величина ξ_n задана следующим образом:

x_n	$-n\alpha$	0	$n\alpha$
$P(\xi_n = x_n)$	$1/2n^2$	$1 - 1/n^2$	$1/2n^2$.

Можно ли применить к данной последовательности закон больших чисел?

Вариант 15.

Дана последовательность случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n$. Случайная величина ξ_n задана следующим образом:

x_n	$-\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$
$P(\xi_n = x_n)$	$1/2$	$1/2$.

Можно ли применить к данной последовательности закон больших чисел?

Вариант 16.

Правильная монета 1000 раз бросается вверх. Определить такое число X, чтобы с вероятностью 0,6 количество попыток, когда монета ляжет гербом вверх, заключалась между 400 и X.

Вариант 17.

80% изготовленных заводом электроламп выдерживают гарантийный срок службы. Найти вероятность того, что в партии из 500 электроламп число выдержавших гарантийный срок службы находится в пределах $440 \div 480$.

Вариант 18.

Вероятность случайного события равна 0,9. Выполнено 6400 испытаний. Какова вероятность, что наблюдаемая частота случайных событий лежит в интервале $0{,}9 \pm 0{,}01$? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 19.

Вероятность случайного события равна 0,81. Выполнено 5000 испытаний. В каком интервале с вероятностью $P \geqslant 0,97$ лежит наблюдаемая частота случайного события?

Вариант 20.

Вероятность случайного события равна 0,67. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью $P \geqslant 0,98$ можно было ожидать, что наблюдаемая частота случайного события отклонится от его вероятности не более чем на 0,01? Решить задачу двумя способами: используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 21.

Изнашивание станка при изготовлении некоторых деталей таково, что производство каждой такой детали уменьшает вероятность выпуска детали высшего сорта на 1%. Определить с вероятностью, не меньшей чем 0,8, число деталей высшего сорта в партии из 200 деталей, изготовленных на данном станке, если вероятность того, что первая из них высшего сорта, равна 0,95.

Вариант 22.

Стрельба по цели ведется поочередно из трех орудий, причем вероятности попадания в цель равны соответственно 0,2; 0,3 и 0,5. Таким образом произведено 300 выстрелов. Оценить "снизу" вероятность того, что при этих данных частота попаданий отличается от средней вероятности попадания по абсолютной величине не более чем на 0,1.

Вариант 23.

Дана последовательность независимых случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_n$. Случайная величина ξ_n задана следующим образом:

x_n	$-n\alpha$	0	$n\alpha$
$P(\xi_n = x_n)$	$1/2^n$	$1 - 1/2^{n-1}$	$1/2^n$.

Можно ли применить к данной последовательности закон больших чисел?

Вариант 24.

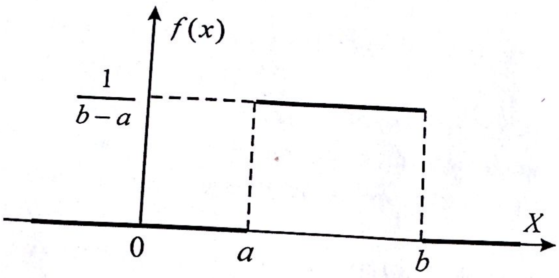
Глубина моря измеряется прибором, систематическая ошибка измерения которого равна нулю, а случайные ошибки распределены нормально со средним квадратичным отклонением 10 м. Сколько надо сделать независимых измерений, чтобы определить глубину с абсолютной погрешностью не более 5 м при доверительной вероятности 90%?

Вариант 25.

Расстояние от места измерения до навигационного знака оценивают средним арифметическим результатов независимых измерений данного расстояния, выполненных дальномерами в количестве n шт. Измерения не содержат систематической ошибки и производятся каждым дальномером 1 раз, а случайные ошибки распределены нормально со средним квадратичным отклонением $\sigma = 10$ м. Сколько надо иметь дальномеров, чтобы абсолютная величина ошибки при определении расстояния до навигационного знака с вероятностью 0,9 не превышала 10 м?

ЗАДАЧА 5.

Найдите плотность закона распределения вероятностей суммы двух независимых случайных величин $Z = X + Y$, где X равномерно распределена на отрезке $[a, b]$; случайная величина Y имеет закон распределения Симпсона (задан координатами трех точек A, B, C – см. рис. и таблицы).



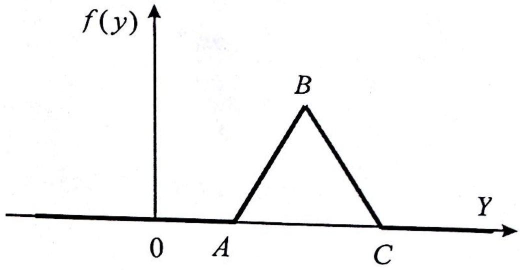


Таблица 1

NN вар.	a	b
1	0	1
2	1	2
3	2	3
4	3	4
5	4	5
6	5	6
7	6	7
8	7	8
9	8	9
10	9	10
11	0	1
12	1	2
13	2	3
14	3	4
15	4	5
16	5	6
17	6	7
18	7	8
19	8	9
20	9	10
21	0	1
22	1	2
23	2	3
24	3	4
25	4	5

Таблица 2

NN вар.	A	B	C
1	(0,0)	(1,1)	(2,0)
2	(1,0)	(2,1)	(3,0)
3	(2,0)	(3,1)	(4,0)
4	(3,0)	(4,1)	(5,0)
5	(4,0)	(5,1)	(6,0)
6	(5,0)	(6,1)	(7,0)
7	(6,0)	(7,1)	(8,0)
8	(7,0)	(8,1)	(9,0)
9	(8,0)	(9,1)	(10,0)
10	(9,0)	(10,1)	(11,0)
11	(0,0)	(1,1)	(2,0)
12	(1,0)	(2,1)	(3,0)
13	(2,0)	(3,1)	(4,0)
14	(3,0)	(4,1)	(5,0)
15	(4,0)	(5,1)	(6,0)
16	(5,0)	(6,1)	(7,0)
17	(6,0)	(7,1)	(8,0)
18	(7,0)	(8,1)	(9,0)
19	(8,0)	(9,1)	(10,0)
20	(9,0)	(10,1)	(11,0)
21	(1,0)	(2,1)	(3,0)
22	(2,0)	(3,1)	(4,0)
23	(3,0)	(4,1)	(5,0)
24	(4,0)	(5,1)	(6,0)
25	(5,0)	(6,1)	(7,0)

Построить графики плотностей $f(x)$, $f(y)$, $f(z)$.

ЗАДАЧА 6

Совместное распределение случайных величин X и Y задано плотностью распределения вероятностей:

$$f(x,y) = \begin{cases} kxy; & (x,y) \in D \\ 0; & (x,y) \notin D, \end{cases}$$

где область D – четырёхугольник с вершинами A, B, C, D. Найдите:

1) коэффициент k;
2) плотности распределения отдельных компонент X и Y;
3) совместную функцию распределения $F(x,y)$;
4) частные функции распределения случайных величин, входящих в систему случайных величин (X,Y);
5) зависимы или нет случайные величины X и Y;
6) условные плотности отдельных компонент X и Y;
7) вероятность попадания случайной точки (X,Y) в область D_1 (область D_1 указывает преподаватель);
8) числовые характеристики случайных величин X и Y : $M[X]$, $M[Y]$, $D[X]$, $D[Y]$, K_{XY}.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ (области D)

1. $A(-3;0)$, $B(-3;-5)$, $C(-2;-5)$, $D(-2;0)$;
2. $A(0;1)$, $B(3;1)$, $C(3;0)$, $D(0;0)$;
3. $A(1;0)$, $B(1;-4)$, $C(3;-4)$, $D(0;0)$;
4. $A(0;0)$, $B(0;-1)$, $C(3;-1)$, $D(3;0)$;
5. $A(0;0)$, $B(0;2)$, $C(7;2)$, $D(7;0)$;
6. $A(-3;0)$, $B(-3;-4)$, $C(0;-4)$, $D(0;0)$;
7. $A(-3;1)$, $B(-3;0)$, $C(0;0)$, $D(0;1)$;
8. $A(-4;0)$, $B(-4;-6)$, $C(-1;-6)$, $D(-1;0)$;
9. $A(-3;0)$, $B(-3;-2)$, $C(0;-2)$, $D(0;0)$;
10. $A(-4;0)$, $B(-2;0)$, $C(-2;3)$, $D(-4;3)$;
11. $A(0;-1)$, $B(0;-2)$, $C(7;-1)$, $D(7;-2)$;
12. $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;3)$, $D(0;3)$;
13. $A(3;0)$, $B(3;-3)$, $C(5;-3)$, $D(5;0)$;
14. $A(0;-3)$, $B(9;-3)$, $C(9;-1)$, $D(0;-1)$;
15. $A(2;0)$, $B(2;3)$, $C(4;3)$, $D(4;0)$;
16. $A(-2;0)$, $B(-2;5)$, $C(0;5)$, $D(0;0)$;
17. $A(0;1)$, $B(5;1)$, $C(5;2)$, $D(0;2)$;
18. $A(2;2)$, $B(4;2)$, $C(4;0)$, $D(2;0)$;
19. $A(-4;0)$, $B(-2;0)$, $C(-2;6)$, $D(-4;6)$;
20. $A(-3;0)$, $B(-3;-5)$, $C(-1;-5)$, $D(-1;0)$;
21. $A(-5;-2)$, $B(-5;-4)$, $C(0;-4)$, $D(0;-2)$;
22. $A(-5;0)$, $B(-5;-5)$, $C(0;-5)$, $D(0;0)$;
23. $A(-6;1)$, $B(0;1)$, $C(0;2)$, $D(-6;2)$;
24. $A(0;1)$, $B(0;3)$, $C(7;3)$, $D(7;1)$;
25. $A(3;2)$, $B(7;2)$, $C(7;4)$, $D(3;4)$;
26. $A(1;1)$, $B(3;1)$, $C(3;3)$, $D(1;3)$;
27. $A(-4;-3)$, $B(-1;-3)$, $C(-1;-1)$, $D(-4;-1)$;
28. $A(1;-6)$, $B(5;-6)$, $C(5;0)$, $D(1;0)$;
29. $A(3;-2)$, $B(3;-6)$, $C(8;-6)$, $D(8;-2)$;
30. $A(-5;-1)$, $B(-5;-3)$, $C(-1;-3)$, $D(-1;-1)$.