2. Найти производную функции

а) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

1) $y=\dfrac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$;

2) $y=e^{2x}(2-\sin 2x-\cos 2x)$;

3) $y=\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\dfrac{e^x-3}{2}$;

4) $y=\dfrac{x^4-8x^2}{2(x^2-4)}$;

5) $y=x+\dfrac{1}{1+e^x}-\ln(1+e^x)$;

6) $y=3x^3\cdot\sqrt{(1+x^2)^3}$;

7) $y=\ln\left(e^x+\sqrt{e^{2x}-1}\right)$;

8) $y=\dfrac{(x^2-8)\sqrt{x^2-8}}{6x^3}$;

9) $y=\arcsin e^{-x}-\sqrt{1-e^{2x}}$;

10) $y=\dfrac{2}{3}\sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}$;

11) $y=\dfrac{3x^6+4x^4-x^2-2}{15\sqrt{1+x^2}}$;

12) $y=(2x+1)\sqrt{x^2-x}$;

13) $y=\dfrac{1}{2}\ln(e^{2x}+1)-2\operatorname{arctg} e^x$;

14) $y=x+\dfrac{8}{1+e^{x/4}}$;

15) $y=\dfrac{x^6+8x^3-128}{\sqrt{8-x^3}}$;

16) $y=\dfrac{e^{x^3}}{1+x^3}$;

17) $y=\operatorname{arctg}(e^x-e^{-x})$;

18) $y=-\dfrac{1}{2}e^{-x^2}(x^4+2x^2+2)$;

19) $y=(x^2-6)\sqrt{(4+x^2)^3}$;

20) $y=\arcsin\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{5x}}$;

21) $y=\dfrac{x^6+x^3-2}{\sqrt{1-x^3}}$;

22) $y=\dfrac{1}{(x+2)\sqrt{x^2+4x+5}}$;

23) $y=\ln\left(x+\sqrt{4+x^2}\right)$;

24) $y=3e^x\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+2\right)$;

25) $y=\dfrac{e^{x^2}}{1+x^2}$;

26) $y=\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)$;

27) $y=\dfrac{x+7}{6\sqrt{x^2+2x+7}}$;

28) $y=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg} x$;

29) $y=\ln^2(x+\cos x)$;

30) $y=\dfrac{x^2+2}{2\sqrt{1-x^4}}$.

б) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

1) $y=\frac{1}{24}\left(x^2+8\right)\sqrt{x^2-4}+\frac{x^2}{16}\arcsin\frac{2}{x},\ x>2$;

2) $y=\frac{4x+1}{16x^2+8x+3}+\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{4x+1}{\sqrt{2}}$;

3) $y=2x-\ln\left(1+\sqrt{1-e^{4x}}\right)-e^{-2x}\arcsin\left(e^{2x}\right)$;

4) $y=\sqrt{9x^2+12x+5}\cdot\operatorname{arctg}(3x-2)-\ln(3x-2+\sqrt{9x^2-12x+5})$;

5) $y=\frac{2}{x-1}\sqrt{2x-x^2}+\ln\frac{1+\sqrt{2x-x^2}}{x-1}$;

6) $y=\frac{x^2}{81}\arcsin\frac{3}{x}+\frac{1}{81}\left(x^2+18\right)\sqrt{x^2-9},\ x>3$;

7) $y=\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{3x-1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3x-1}{3x^2-2x+1}$;

8) $y=3x-\ln\left(1+\sqrt{1-e^{6x}}\right)-e^{-3x}\arcsin\left(e^{3x}\right)$;

9) $y=\ln\left(4x-1+\sqrt{16x^2-8x+2}\right)-\sqrt{16x^2-8x+2}\cdot\operatorname{arctg}(4x-1)$;

10) $y=\ln\frac{1+2\sqrt{-x-x^2}}{2x+1}+\frac{4}{2x+1}\sqrt{-x-x^2}$;

11) $y=(2x+3)^4\cdot\arcsin\frac{1}{2x+3}+\frac{2}{3}\left(4x^2+12x+11\right)\sqrt{x^2+3x+2},\quad 2x+3>0$;

12) $y=\frac{x+2}{x^2+4x+6}+\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x+2}{\sqrt{2}}$;

13) $y=5x-\ln\left(1+\sqrt{1-e^{10x}}\right)-e^{-5x}\arcsin\left(e^{5x}\right)$;

14) $y=\sqrt{x^2-8x+17}\cdot\operatorname{arctg}(x-4)-\ln(x-4+\sqrt{x^2-8x+17})$;

15) $y=\ln\frac{1+\sqrt{-3+4x-x^2}}{2-x}+\frac{2}{2-x}\sqrt{-3+4x-x^2}$;

16) $y=\left(3x^2-4x+2\right)\sqrt{9x^2-12x+3}+(3x-2)^4\arcsin\frac{1}{3x-2},\quad 3x-2>0$;

17) $y=\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x-1}{\sqrt{2}}+\frac{x-1}{x^2-2x+3}$;

18) $y=\ln\left(e^{5x}+\sqrt{e^{10x}-1}\right)+\arcsin\left(e^{-5x}\right)$;

19) $y=\ln\left(2x-3+\sqrt{4x^2-12x+10}\right)-\sqrt{4x^2-12x+10}\cdot\operatorname{arctg}(2x-3)$;

20) $y=\ln\frac{1+\sqrt{-3-4x-x^2}}{-x-2}-\frac{2}{x+2}\sqrt{-3-4x-x^2}$;

21) $y=\frac{2}{3}\left(4x^2-4x+3\right)\sqrt{x^2-x}+(2x-1)^4\arcsin\frac{1}{2x-1}, \quad 2x-1>0;$

22) $y=\frac{2x-1}{4x^2-4x+3}+\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{\sqrt{2}};$

23) $y=\arcsin\left(e^{-4x}\right)+\ln\left(e^{4x}+\sqrt{e^{8x}-1}\right);$

24) $y=\ln\left(5x+\sqrt{25x^2+1}\right)-\sqrt{25x^2+1}\cdot\operatorname{arctg}(5x);$

25) $y=\frac{2}{3x-2}\sqrt{-3+12x-9x^2}+\ln\frac{1+\sqrt{-3+12x-9x^2}}{3x-2};$

26) $y=(3x+1)^4\cdot\arcsin\frac{1}{3x+1}+\left(3x^2+2x+1\right)\sqrt{9x^2+6x}, \quad 3x+1>0;$

27) $y=\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{2}}+\frac{2x+1}{4x^2+4x+3};$

28) $y=\ln\left(e^{3x}+\sqrt{e^{6x}-1}\right)+\arcsin\left(e^{-3x}\right);$

29) $y=\sqrt{49x^2+1}\cdot\operatorname{arctg}(7x)-\ln\left(7x+\sqrt{49x^2+1}\right);$

30) $y=\frac{1}{x}\sqrt{1+4x^2}+\ln\frac{1+\sqrt{1+4x^2}}{2x}.$

3. Найти производную заданного порядка в указанной точке

Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

1) $y=(x-1)\ln(x-1), \quad y''(2)=?;$

2) $y=x^2\ln^2 x, \quad y''(1)=?;$

3) $y=x\cos x^2, \quad y''(\pi)=?;$

4) $y=\dfrac{\ln(x-1)}{\sqrt{x-1}}, \quad y''(2)=?;$

5) $y=(x-3)\ln(x-3), \quad y''(4)=?;$

6) $y=x^3\ln^2 x, \quad y''(1)=?;$

7) $y=\dfrac{1}{x}\sin 2x, \quad y''(\pi)=?;$

8) $y=(x+4)\ln(x+4), \quad y''(-3)=?;$

9) $y=\dfrac{\log_2 x}{x^3}, \quad y''(2)=?;$

10) $y=(4x^3+5)e^{2x+1}, \ y''\left(-\dfrac{1}{2}\right)=?;$

11) $y=x^2\sin\left(5x-\dfrac{\pi}{2}\right), \quad y''(\pi)=?;$

12) $y=\dfrac{\ln x}{x^2}, \quad y''(1)=?;$

13) $y=2x\ln^2 x, \quad y''(1)=?;$

14) $y=(1+x^2)\operatorname{arctg} x \quad y''\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=?;$

15) $y=(4x+3)\cdot 2^{-x}, \quad y''(1)=?;$

16) $y=\dfrac{\ln x}{x^3}, \quad y''(1)=?;$

17) $y=e^{\frac{x}{2}}\cdot\sin 2x, \quad y''(\pi)=?;$

18) $y=\dfrac{\ln(3+x)}{3+x}, \quad y''(-2)=?;$

19) $y=(2x^3+1)\cos x, \quad y''(0)=?;$

20) $y=(1-x-x^2)e^{\frac{x-1}{2}}, \quad y''(1)=?;$

21) $y=\dfrac{\ln(2x+5)}{2x+5}, \quad y''(-2)=?;$

22) $y=(3x-7)\cdot 3^{-x}, \quad y''(-1)=?;$

23) $y=\dfrac{\ln x}{x^5}, \quad y''(1)=?;$

24) $y=(1-3x)\ln(1-3x), \quad y''(0)=?;$

25) $y=(x^2+3x)e^{3x+2}, \quad y''\left(-\dfrac{2}{3}\right)=?;$

26) $y=(5x-8)\cdot 2^{-x}, \quad y''(-1)=?;$

27) $y=\dfrac{\ln(x-2)}{x-2}, \quad y''(3)=?;$

28) $y=(x^3+3)e^{4x+3}, \quad y''\left(-\dfrac{3}{4}\right)=?;$

29) $y=e^{2x}\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+3x\right), \ y''\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=?;$

30) $y=\dfrac{\log_3 x}{x^2}, \quad y''(3)=?.$

4. Вычислить предел функции, воспользовавшись правилом Лопиталя.

Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x^2}{\sin^2 4x}$;

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{5x}-2^{7x}}{\arcsin 2x - x}$;

3) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln(2x+5)}{\sqrt[3]{8x+3}}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-e^{-2x}}{2\arcsin x-\sin x}$;

5) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{\ln(-x)}$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-e^{3x}}{\sin 2x-\sin x}$;

7) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\ln(-x+1)}{\sqrt[4]{-2x+3}}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-e^{3x}}{\operatorname{arctg} x-x^2}$;

9) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{4}{3^x x^4}$;

10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-e^{-2x}}{2\operatorname{arctg} x-\sin x}$;

11) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{3^{\frac{1}{x}}+e^x}{1-\ln x}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{7x}-e^{-2x}}{\sin x-2x}$;

13) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\ln(x^2-3)}{x^2+x-2}$;

14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^x-2^{7x}}{\operatorname{tg} 3x-x}$;

15) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{4^{\ln x}-x}{x-1}$;

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{10^{2x}-7^{-x}}{2\operatorname{tg} x-\operatorname{arctg} x}$;

17) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{\ln(x-1)}$;

18) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln(2+3x)}{x+1}$;

19) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-e^{2x}}{2\operatorname{tg} x-\sin x}$;

20) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{2x}-7^x}{\arcsin 3x-5x}$;

21) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2^x+1}{x^5+x^4}$;

22) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{6^{\ln x}-x^2}{x^2-1}$;

23) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{\ln(-x-1)}$;

24) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{3x}}{\sin 3x-\operatorname{tg} 2x}$;

25) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{9^x-2^{3x}}{\operatorname{arctg} 2x-7x}$;

26) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2^{-x}\cdot x^3}{5}$;

27) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{5x}-2^{-7x}}{2x-\operatorname{tg} x}$;

28) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x^2}{x^2+3x-4}$;

29) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-e^x}{x+\operatorname{tg} x^2}$;

30) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{3x}-3^{2x}}{x+\arcsin x^3}$.