

1. Вычислить неопределенные интегралы:

а) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $\int \frac{1 - \cos 2x}{3 \sin^2 x} dx;$ | 8) $\int \frac{2 + \cos 2x}{\cos^2 x} dx;$ | 15) $\int \frac{\cos^3 x - 1}{\cos^2 x} dx;$ |
| 2) $\int \frac{2dx}{9 + 16x^2};$ | 9) $\int \frac{dx}{\sqrt{7 + 8x^2}};$ | 16) $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}};$ |
| 3) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx;$ | 10) $\int \frac{\cos^3 x + 5}{\cos^2 x} dx;$ | 17) $\int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x} dx;$ |
| 4) $\int \frac{1 + 3 \operatorname{tg}^2 x}{2 \sin^2 x} dx;$ | 11) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{9x + 4}};$ | 18) $\int \frac{3 dx}{\sqrt{4 - 6x}};$ |
| 5) $\int \frac{dx}{\sqrt{7 - 5x^2}};$ | 12) $\int \frac{dx}{1 - \cos 2x};$ | 19) $\int \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx;$ |
| 6) $\int \frac{\cos^3 x}{1 + \cos 2x} dx;$ | 13) $\int \frac{dx}{3x^2 + 5};$ | 20) $\int \frac{dx}{16 + 25x^2};$ |
| 7) $\int \frac{(x - 1)^3}{x^2} dx;$ | 14) $\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \sqrt{x} dx;$ | 21) $\int \frac{1 - \cos 2x}{\sin x} dx;$ |
| 22) $\int \frac{x^2 + x}{\sqrt[3]{x^2}} dx;$ | 25) $\int \frac{1 + 2 \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx;$ | 28) $\int \frac{dx}{7x^2 - 8};$ |
| 23) $\int \sqrt[4]{(2 - 3x)^3} dx;$ | 26) $\int \frac{dx}{4 + 9x^2};$ | 29) $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx;$ |
| 24) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x + \sin x} dx;$ | 27) $\int (e^{-2x} + 1)^2 dx;$ | 30) $\int \frac{dx}{3 - 5x^2}.$ |

б) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

- | | | |
|---|--|--|
| 1) $\int x^3 \sqrt{x^4 - 5} dx;$ | 11) $\int \frac{x^2 dx}{1 + x^6};$ | 21) $\int x e^{-2x^2} dx;$ |
| 2) $\int \frac{2^x dx}{\sqrt{1 - 4^x}};$ | 12) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{4 - \sin^2 x}};$ | 22) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 x}};$ |
| 3) $\int \frac{\sin x dx}{9 + \cos^2 x};$ | 13) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$ | 23) $\int \frac{3^x dx}{\sqrt[5]{9 + 3^x}};$ |
| 4) $\int 3x e^{-x^2} dx;$ | 14) $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos 2x}} dx;$ | 24) $\int \frac{3 \sin x dx}{\sqrt{81 + \cos^2 x}};$ |
| 5) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 - 1}};$ | 15) $\int x^3 \sqrt[4]{3 - 5x^4} dx;$ | 25) $\int x^3 \sqrt{4 - x^4} dx;$ |
| 6) $\int \frac{4^x dx}{\sqrt[5]{3 + 4^x}};$ | 16) $\int \frac{\sin 3x dx}{3 + \cos 3x};$ | 26) $\int \frac{\cos x dx}{3 - \sin^2 x};$ |
| 7) $\int \frac{\cos x dx}{4 + \sin^2 x};$ | 17) $\int 3x e^{2-3x^2} dx;$ | 27) $\int e^x \sin e^x dx;$ |
| 8) $\int \frac{2x dx}{4 - 9x^2};$ | 18) $\int \frac{x dx}{\sqrt{2 - x^4}};$ | 28) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 + 2 \cos x}};$ |
| 9) $\int 3x^2 (1 - x^3)^8 dx;$ | 19) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{1 + \cos x}};$ | 29) $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^2 x};$ |
| 10) $\int \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}};$ | 20) $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 + e^x}};$ | 30) $\int \frac{3e^x dx}{1 + e^{2x}}.$ |

в) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $\int \sin^2 x \cos^4 x dx;$ | 6) $\int \sin^4 x \cos^2 x dx;$ | 11) $\int \sin 3x \cos 2x dx;$ |
| 2) $\int \sin 7x \sin 3x dx;$ | 7) $\int \sin^2 x \cos^3 x dx;$ | 12) $\int \cos^3(x + 1) dx;$ |
| 3) $\int \cos^4 x dx;$ | 8) $\int \sin^5 x dx;$ | 13) $\int \sin^2 3x \cos^2 3x dx;$ |
| 4) $\int \sin^3 x \cos^2 x dx;$ | 9) $\int \sin 4x \sin 5x dx;$ | 14) $\int \cos 7x \cos 2x dx;$ |
| 5) $\int \cos^3 x dx;$ | 10) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx;$ | 15) $\int \cos x \sin 2x dx;$ |
| 16) $\int \cos^3 x \sin 2x dx;$ | 21) $\int \sin^3 x \sin 2x dx;$ | 26) $\int \frac{\cos x}{\sin^4 x} dx;$ |
| 17) $\int \cos 2x \cos 5x dx;$ | 22) $\int \sin^2 2x \cos^2 x dx;$ | 27) $\int \sin x \cos^2 x dx;$ |
| 18) $\int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^4 x};$ | 23) $\int \sin 7x \cos 3x dx;$ | 28) $\int \sin 3x \sin 5x dx;$ |
| 19) $\int \sin^3 x \cos^4 x dx;$ | 24) $\int \cos^4 x \sin^3 x dx;$ | 29) $\int \sin^3 2x dx;$ |
| 20) $\int \cos^5 x dx;$ | 25) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx;$ | 30) $\int \cos 9x \cos 5x dx.$ |

г) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $\int \frac{3x-2}{x(x+1)} dx;$ | 11) $\int \frac{(x-1)dx}{x(x^2+4)};$ | 21) $\int \frac{3x-2}{x^3-x} dx;$ |
| 2) $\int \frac{(2x+1)dx}{x(x^2+1)};$ | 12) $\int \frac{3x^3+2x^2+1}{x^3+2x} dx;$ | 22) $\int \frac{(x-3)dx}{x^2(x-1)};$ |
| 3) $\int \frac{(x-3)dx}{x(x+1)(x+2)};$ | 13) $\int \frac{x+3}{x^2(x+2)} dx;$ | 23) $\int \frac{x^2+x-1}{x^3+4x} dx;$ |
| 4) $\int \frac{(x+4)dx}{x^2(x-1)};$ | 14) $\int \frac{x^2-x+1}{x(x+1)^2} dx;$ | 24) $\int \frac{(x-3)dx}{x(x+3)(x+2)};$ |
| 5) $\int \frac{x-1}{x^2(x+1)} dx;$ | 15) $\int \frac{x^2-x+3}{x^3+1} dx;$ | 25) $\int \frac{2x-1}{x(x^2+1)} dx;$ |
| 6) $\int \frac{x+4}{x(x^2+1)} dx;$ | 16) $\int \frac{x dx}{(x-1)(x+3)(x+5)};$ | 26) $\int \frac{x-8}{x^3-6x^2+9x} dx;$ |
| 7) $\int \frac{(2x+1)dx}{x(x^2+4)};$ | 17) $\int \frac{2x-7}{x(x^2-1)} dx;$ | 27) $\int \frac{(x-3)dx}{x(x^2-3x+2)};$ |
| 8) $\int \frac{x-8}{x^3-4x^2+4x} dx;$ | 18) $\int \frac{x-8}{x^3-4x^2+4} dx;$ | 28) $\int \frac{(x-3)dx}{x^3-5x^2};$ |
| 9) $\int \frac{(x+1)dx}{x(x^2+1)};$ | 19) $\int \frac{(2x-3)dx}{x(x^2-5x+6)};$ | 29) $\int \frac{x dx}{(x-1)(x-5)};$ |
| 10) $\int \frac{x-3}{x^3+3x^2+2x} dx;$ | 20) $\int \frac{(x-3)dx}{x^3+3x^2};$ | 30) $\int \frac{x^2-x+3}{x^3+8x} dx.$ |

е) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

- | | | |
|--|-----------------------------------|--|
| 1) $\int (2x+1)e^{2x} dx;$ | 11) $\int (2x-1)\sin x dx;$ | 21) $\int 4x \sin 2x dx;$ |
| 2) $\int x \cos 4x dx;$ | 12) $\int (x+3)e^{3x} dx;$ | 22) $\int \sqrt[3]{x^2} \ln x dx;$ |
| 3) $\int xe^{-2x} dx;$ | 13) $\int 2x \cos 2x dx;$ | 23) $\int \operatorname{arctg} 4x dx;$ |
| 4) $\int \sqrt{x} \ln x dx;$ | 14) $\int (x+4)\ln x dx;$ | 24) $\int (5x+1)e^x dx;$ |
| 5) $\int x \operatorname{arctg} x dx;$ | 15) $\int x \cos 4x dx;$ | 25) $\int (x+2)\sin 3x dx;$ |
| 6) $\int x^2 \ln x dx;$ | 16) $\int 2x^3 \ln x dx;$ | 26) $\int (x^3-x)\ln x dx;$ |
| 7) $\int \operatorname{arctg} 5x dx;$ | 17) $\int \frac{x dx}{\sin^2 x};$ | 27) $\int \operatorname{arctg} 3x dx;$ |
| 8) $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx;$ | 18) $\int x \ln(x-1) dx;$ | 28) $\int \arccos 2x dx;$ |
| 9) $\int (x-1)\ln x dx;$ | 19) $\int xe^{-3x} dx;$ | 29) $\int (x+1)e^{-3x} dx;$ |
| 10) $\int \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx;$ | 20) $\int \arcsin 3x dx;$ | 30) $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}.$ |

2. Вычислить определенный интеграл

а) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

$$1) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}};$$

$$2) \int_0^{\frac{3}{4}} \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}};$$

$$3) \int_3^{3\sqrt{3}} \frac{dx}{9+x^2};$$

$$4) \int_1^8 \frac{2+5\sqrt[3]{x}}{x^3} dx;$$

$$13) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x - \sin^4 x};$$

$$22) \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} \frac{\sin(\pi-x)}{\cos\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)} dx;$$

$$5) \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{81-(9x)^2}};$$

$$14) \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{\sqrt{2} dx}{9-2x^2};$$

$$23) \int_0^2 \frac{dx}{4+x^2};$$

$$6) \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}} \frac{dx}{\sqrt{1-2x^2}};$$

$$15) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 5x \cos 7x dx;$$

$$24) \int_0^1 (e^{-x} - \operatorname{tg}^2 x) dx;$$

$$7) \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx;$$

$$16) \int_1^2 \frac{dx}{9-x^2};$$

$$25) \int_0^{1.5} \frac{dx}{9+4x^2};$$

$$8) \int_{\frac{4\pi}{5}}^{\pi} \sin \frac{5x-\pi}{4} dx;$$

$$17) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{-\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx;$$

$$26) \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\pi} \sin x \sin 4x dx;$$

$$9) \int_1^2 \left(e^{2x} - \frac{1}{x}\right) dx;$$

$$18) \int_0^{\frac{\pi}{10}} \frac{dx}{\sqrt{\pi^2 - 25x^2}};$$

$$27) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^2 x dx;$$

$$10) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx;$$

$$19) \int_5^{5\sqrt{3}} \frac{dx}{25+x^2};$$

$$28) \int_0^1 (\sin x - e^x) dx;$$

$$11) \int_2^3 \frac{dx}{x^2-1};$$

$$20) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx;$$

$$29) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) dx;$$

$$12) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+\cos x};$$

$$21) \int_2^e \frac{e dx}{e^4 - e^4 x^2};$$

$$30) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx.$$

б) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

$$1) \int_1^e \frac{2 + 2x \ln x}{x^2} dx;$$

$$2) \int_0^{\pi/3} e^{\cos x} \sin x dx;$$

$$3) \int_1^2 \frac{2^x dx}{1 - 4^x};$$

$$10) \int_0^{0,5} x \sqrt{1 - x^2} dx;$$

$$11) \int_e^{e^2} \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)};$$

$$12) \int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}};$$

$$13) \int_{-1/2}^0 \frac{4^x}{\sqrt{1 - 16^x}} dx;$$

$$14) \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx;$$

$$15) \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x dx}{1 + \cos^2 x};$$

$$16) \int_1^2 \frac{x^2}{x^6 - 25} dx;$$

$$4) \int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}};$$

$$5) \int_{1/3}^{0,5} x \sqrt{1 - x^2} dx;$$

$$6) \int_2^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 + 4}};$$

$$17) \int_0^1 \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx;$$

$$18) \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \cos^2(\pi - \ln x)};$$

$$19) \int_1^2 \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x} - 1}};$$

$$20) \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x dx}{1 + \cos^2 x};$$

$$21) \int_{-0,5}^0 \frac{e^{2x} dx}{1 + e^{4x}};$$

$$22) \int_1^4 \frac{(x - 1) dx}{\sqrt{x} + 1};$$

$$23) \int_{-3}^{-2} x \sqrt{x^2 - 1} dx;$$

$$7) \int_{5\pi/6}^{\pi} 12^{\sin x} \cos x dx;$$

$$8) \int_4^9 \frac{dx}{(1 + \sqrt{x})^2};$$

$$9) \int_4^9 \frac{x + \sqrt{x}}{x \sqrt{x}} dx;$$

$$24) \int_1^2 \frac{x^2 dx}{1 - 4x^3};$$

$$25) \int_0^{\sqrt{\pi/3}} \frac{x}{\cos^2 x^2} dx;$$

$$26) \int_{-2}^0 \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2};$$

$$27) \int_{\pi/2}^{5\pi/6} \frac{\cos x dx}{16 + \sin^2 x};$$

$$28) \int_e^{e^2} \frac{1 + \sqrt{\ln x}}{x} dx;$$

$$29) \int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}};$$

$$30) \int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx.$$

в) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

- | | | |
|---|---|--|
| 1) $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} \arcsin x \, dx;$ | 6) $\int_{-\frac{1}{3}}^0 (3-2x)e^{-3x} dx;$ | 11) $\int_{\frac{2}{3}}^3 \operatorname{arctg}(x+1) dx;$ |
| 2) $\int_{\frac{e}{3}}^e \sqrt[3]{x} \ln x \, dx;$ | 7) $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x \, dx;$ | 12) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-\pi) \cos 2x \, dx;$ |
| 3) $\int_{\frac{\pi}{4}}^1 x \sin 2x \, dx;$ | 8) $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} x e^{-x} dx;$ | 13) $\int_{\frac{1}{e^3}}^1 x^3 \ln x \, dx;$ |
| 4) $\int_{\frac{1}{2}}^0 (1-x) \sin \pi x \, dx;$ | 9) $\int_{\frac{3}{2}}^3 \operatorname{arctg}(x-1) dx;$ | 14) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin 2x \, dx;$ |
| 5) $\int_{\frac{1}{0}}^1 \operatorname{arctg}(x+1) dx;$ | 10) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{tg}^2 x \, dx;$ | 15) $\int_{-1}^0 (2x+3) e^{-x} dx;$ |
| 16) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} (2x-1) \cos x \, dx;$ | 21) $\int_{\frac{e^2}{1}}^1 (x^2+1) \ln x dx;$ | 26) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 (x+1) \cos 4x \, dx;$ |
| 17) $\int_{\frac{e^4}{e^2}}^e \ln \sqrt{x} dx;$ | 22) $\int_{-1}^0 (x-1) e^{-x} dx;$ | 27) $\int_{\frac{1}{0}}^1 (3-x) e^x dx;$ |
| 18) $\int_{\frac{-1/4}{e^2}}^{\frac{-1/4}{e}} \arccos x \, dx;$ | 23) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 3x \sin x \, dx;$ | 28) $\int_{\frac{e}{0}}^{e^2} x \ln x \, dx;$ |
| 19) $\int_{\frac{1}{0}}^1 e^{2x} (2x+1) \, dx;$ | 24) $\int_{\frac{1}{1}}^e (x-1) \ln x \, dx;$ | 29) $\int_{\frac{-1}{3}}^0 (3-2x) e^x dx;$ |
| 20) $\int_{\frac{1}{0}}^1 e^{\sqrt{x}} dx;$ | 25) $\int_0^1 x e^{3x} dx;$ | 30) $\int_1^3 x \operatorname{arctg} x \, dx.$ |

г) Данные к условию задачи, соответствующие вариантам:

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $\int_1^2 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x(x^2 + 1)} dx;$ | 9) $\int_{-2}^{-1} \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 - 3x + 2} dx;$ | 17) $\int_{-2}^{-1} \frac{x^4 + x^3 + 1}{x^3 - 2x^2} dx;$ |
| 2) $\int_{-2}^{-1} \frac{2x^4 - 4x^3 - 3}{x(x-1)^2} dx;$ | 10) $\int_1^2 \frac{3x^4 - x^2 + x}{x^2(x+1)} dx;$ | 18) $\int_{-2}^{-1} \frac{x^5 - 2x^3 + x}{x(x^2 - x)} dx;$ |
| 3) $\int_{-0,5}^{0,5} \frac{x^4 + 1}{(x-1)(x^2 - 1)} dx;$ | 11) $\int_2^3 \frac{4x^4 + 8x^3 - 1}{(x^2 + x)(x+1)} dx;$ | 19) $\int_2^3 \frac{-x^4 + 2x + 1}{(x-1)(x^2 + 1)} dx;$ |
| 4) $\int_{-2}^{-1} \frac{x^4 - 2x^2 - 2x}{x^3 - x^2} dx;$ | 12) $\int_2^4 \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2} dx;$ | 20) $\int_{-2}^{-1} \frac{x^4 + 2x^3 + 1}{x^3 - 3x^2 + 2x} dx;$ |
| 5) $\int_{-1}^0 \frac{x^3 - x^2}{(x+2)(x-1)} dx;$ | 13) $\int_{-3}^{-2} \frac{x^5 - 4x^2 + 2x}{x^3 - x^2} dx;$ | 21) $\int_1^2 \frac{3x - x^4 - 2}{x(x+1)^2} dx;$ |
| 6) $\int_1^3 \frac{4x^4 + 8x^3 - 3}{x^3 + 2x^2 + x} dx;$ | 14) $\int_0^1 \frac{x^3 + x^2}{(x-2)(x+1)} dx;$ | 22) $\int_1^3 \frac{x^4 + x^3 - 2x}{x^3 + x^2} dx;$ |
| 7) $\int_1^2 \frac{x^3 - 2x + 1}{4x^2 - 1} dx;$ | 15) $\int_2^3 \frac{2x^5 - 2x + 1}{1 - x^4} dx;$ | 23) $\int_4^6 \frac{x^3 + 2x^2 - x}{x^2 + x + 7} dx;$ |
| 8) $\int_{-3}^{-2} \frac{4x^4 + 8x^3 - 2}{x(x+1)^2} dx;$ | 16) $\int_3^4 \frac{x^3 - 2x^2 + x}{2x^2 - 5x + 2} dx;$ | 24) $\int_2^4 \frac{3x^4 + 5x^3 - 2x}{(x^2 - x)(x+1)} dx;$ |
| 25) $\int_{-2}^{-1} \frac{2x^3 - 2x - 1}{x^2 - x} dx;$ | 27) $\int_1^{1,5} \frac{x^4 + x^2}{(x-2)(x+1)x} dx;$ | 29) $\int_{-1}^0 \frac{2x^5 + 3x^2 + 1}{(2+x)(3-x)} dx;$ |
| 26) $\int_2^4 \frac{x^5 - 5}{(x-1)(x^2 - 1)} dx;$ | 28) $\int_2^3 \frac{-x^4 + 3x^2 + 1}{x(x^2 - 1)} dx;$ | 30) $\int_0^2 \frac{x^3 + 2x^2 + x}{(x-3)(x+1)} dx.$ |