Домашняя контрольная работа
Вариант 1

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:
   $z=\frac{(z_1+2z_2)z_3}{z_2+z_1}$, где $z_1=2+3j$, $z_2=3+2j$, $z_3=5-2j$.
2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1=-1+2j$, $z_2=2+3j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти z_1z_2 и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3=z_2$.
3. Решить уравнения:
   а) $z^2+z+1=0$;
   б) $z^2+(2+3j)z+3+2j=0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t)=\sin\frac{t}{7}$;
   - $f(t)=ch\frac{t}{7}$;
   - $f(t)=\cos^2\frac{t}{7}$;
   - $f(t)=e^{2t}+3e^{t/2}$;
   - $f(t)=2^t-\frac{t}{2}$;
   - $f(t)=e^t\cos 2t$;
   - $f(t)=\frac{\sin 2t}{t}$;
   - $f(t)=t\cdot\cos\frac{\pi\cdot t}{2}$;
   - $f(t)=\sin 2t\cdot\cos 3t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p)=\frac{p}{p^2+1}$;
   - $F(p)=\frac{25p+3}{p^2+2}$;
   - $F(p)=\frac{p}{p^2+p+2}$
   - $F(p)=\frac{p}{(p-26)(p-6)(p-7)}$;

- $F(p)=\dfrac{1}{(p^2+26)(p^2-1)}$;
- $F(p)=\dfrac{p}{p^3+8}$;
- $F(p)=\dfrac{3p-1}{p^2-4p+7}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $x''+2x'-3x=e^{-t}, \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x''+9x=\sin 3t, \quad x(0)=1, x'(0)=2.$
- $x'''-2x''+x'=4, \quad x(0)=1, x'(0)=x''(0)=2.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом ***(дополнительно)***:

- $\int_o^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau=t^2.$
- $\int_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau=t^2e^t.$
- $\begin{cases} x'_1=2x_1-x_2+x_3 \\ x'_2=x_1+x_3 \\ x'_3=-3x_1+x_2-2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=x_2(0)=1, \quad x_3(0)=0.$
- $\begin{cases} x'_1=-2x_1-2x_2-4x_3 \\ x'_2=-2x_1+x_2-2x_3 \\ x'_3=5x_1+2x_2+7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=0, \quad x_2(0)=1, \quad x_3(0)=3.$
- $x''+4x'+4x=e^{-2t}\ln(1+t), \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x''+3x'+2x=\dfrac{2}{e^t+1}, \quad x(0)=x'(0)=0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 2

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:
   $z=\frac{(z_1-2z_2)z_1^2}{z_2-z_1}$, где $z_1=1+j$, $z_2=5-7j$, $z_3=1-j$.
2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1=1+2j$, $z_2=3-j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти z_1z_2 и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.
3. Решить уравнения:
   а) $z^2+3z+15=0$;
   б) $z^2+(1+j)z+1-j=0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t)=\sin 2t$;
   - $f(t)=ch2t$;
   - $f(t)=\cos^2 2t$;
   - $f(t)=e^{3t}-4e^{-5t}$;
   - $f(t)=3^t-\frac{t}{3}$;
   - $f(t)=e^{-3t}\sin 4t$;
   - $f(t)=\frac{sh2t}{t}$;
   - $f(t)=\frac{t(t-1)}{2}$;
   - $f(t)=te^{2t}\cdot\cos t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p)=\frac{p}{p^2+2}$;
   - $F(p)=\frac{24p+2}{p^2+1}$;
   - $F(p)=\frac{p}{p^2+4p+8}$;
   - $F(p)=\frac{p}{(p-25)(p-5)(p-6)}$;

- $F(p)=\dfrac{1}{(p+25)(p^2-2)}$
- $F(p)=\dfrac{p}{p^3-8}$;
- $F(p)=\dfrac{p+2}{(p^2+4)(p-1)(p-2)}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $x''' + x = e^t, \quad x(0)=x'(0)=0, x'(0)=2.$
- $x''' - x' = 0, \quad x(0)=3, x'(0)=2, x''(0)=1.$
- $x'' - 2x' + x = e^t, \quad x(0)=0, x'(0)=1.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***<u>дополнительно</u>***):

- $\int\limits_o^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau = t^2.$
- $\int\limits_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau = t^2e^t.$
- $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x'_2 = x_1 + x_3 \\ x'_3 = -3x_1 + x_2 - 2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=x_2(0)=1, \quad x_3(0)=0.$
- $\begin{cases} x'_1 = -2x_1 - 2x_2 - 4x_3 \\ x'_2 = -2x_1 + x_2 - 2x_3 \\ x'_3 = 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=0, \quad x_2(0)=1, \quad x_3(0)=3.$
- $x'' + 4x' + 4x = e^{-2t}\ln(1+t), \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x'' + 3x' + 2x = \dfrac{2}{e^t+1}, \quad x(0)=x'(0)=0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 3

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:
   $z = \frac{(z_2+z_3)z_1}{z_2+2z_1}$, где $z_1 = 2+3j$, $z_2 = 3+2j$, $z_3 = 5-2j$.

2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1 = 1+j$, $z_2 = 2-j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти z_1z_2 и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.

3. Решить уравнения:
   а) $z^2 + 2z + 2 = 0$;
   б) $z^2 + (5-2j)z + 2 + 3j = 0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t) = \cos 3t$;
   - $f(t) = ch3t$;
   - $f(t) = \sin^2 3t$;
   - $f(t) = e^{4t} + 5e^{-6t}$;
   - $f(t) = 4^t - \frac{t}{4}$;
   - $f(t) = e^{3t}\sin 5t$;
   - $f(t) = te^{3t}$;
   - $f(t) = \frac{3^t - 1}{t}$;
   - $f(t) = t^2e^t\sin t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p) = \frac{p}{p^2+3}$;
   - $F(p) = \frac{23p+3}{p^2+1}$;
   - $F(p) = \frac{p}{p^2-6p+18}$;
   - $F(p) = \frac{p}{(p-24)(p-4)(p-5)}$;
   - $F(p) = \frac{1}{(p+24)(p^2-3)}$;

- $F(p)=\dfrac{1}{p^4+1}$;
- $F(p)=\dfrac{p+4}{p^3-1}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $x'' + x = 2\sin t, \quad x(0)=1, x'(0)=-1.$
- $x'' + 3x' + 2x = e^{-t} + e^{-3t}, \quad x(0)=2, x'(0)=-3.$
- $x'' - 2x' + x = e^{-t}, \quad x(0)=0, x'(0)=1.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***<u>дополнительно</u>***):

- $\int_o^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau = t^2.$
- $\int_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau = t^2e^t.$
- $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x'_2 = x_1 + x_3 \\ x'_3 = -3x_1 + x_2 - 2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=x_2(0)=1, \quad x_3(0)=0.$
- $\begin{cases} x'_1 = -2x_1 - 2x_2 - 4x_3 \\ x'_2 = -2x_1 + x_2 - 2x_3 \\ x'_3 = 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=0, \quad x_2(0)=1, \quad x_3(0)=3.$
- $x'' + 4x' + 4x = e^{-2t}\ln(1+t), \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x'' + 3x' + 2x = \dfrac{2}{e^t+1}, \quad x(0)=x'(0)=0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 4

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:
$z=\frac{(z_2^2-z_2z_3)z_1}{z_3}$, где $z_1=1+2j$, $z_2=1-j$, $z_3=3+j$.
2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1=5-2j$, $z_2=2+j$, выполнить следующие операции:
а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
б) найти z_1z_2 и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
г) найти z_1^{10};
д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.

3. Решить уравнения:
а) $z^2+3z+9=0$;
б) $z^2+(1+2j)z+3+j=0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
    - $f(t)=\sin 4t$;
    - $f(t)=ch4t$;
    - $f(t)=\sin^2 4t$;
    - $f(t)=e^{5t}-6e^{-7t}$;
    - $f(t)=5^t+\frac{t}{5}$;
    - $f(t)=e^{-4t}\cos 6t$;
    - $f(t)=\frac{1-\cos 2t}{t}$;
    - $f(t)=te^{4t}$;
    - $f(t)=e^{-t}\sin^2 2t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
    - $F(p)=\frac{p}{p^2+4}$;

    - $F(p)=\frac{22p+4}{p^2+1}$;
    - $F(p)=\frac{p}{p^2-8p+32}$;
    - $F(p)=\frac{p}{(p^2-23)(p-3)(p-4)}$;

- $F(p)=\dfrac{1}{(p^2-4)(p+23)}$;
- $F(p)=\dfrac{1}{p^4-16}$;
- $F(p)=\dfrac{p+5}{(p^2-2p+3)(p+1)}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $2x'' - 2x' = (t+1)e^t, \quad x(0)=x'(0)=0.5.$
- $x'' + 4x = \sin t, \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x'' - 4x' + 4x = (t-1)e^{2t}, \quad x(0)=0, x'(0)=1.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***<u>дополнительно</u>***):

- $\int_o^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau = t^2.$
- $\int_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau = t^2e^t.$
- $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x'_2 = x_1 + x_3 \\ x'_3 = -3x_1 + x_2 - 2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=x_2(0)=1, \quad x_3(0)=0.$
- $\begin{cases} x'_1 = -2x_1 - 2x_2 - 4x_3 \\ x'_2 = -2x_1 + x_2 - 2x_3 \\ x'_3 = 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=0, \quad x_2(0)=1, \quad x_3(0)=3.$
- $x'' + 4x' + 4x = e^{-2t}\ln(1+t), \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x'' + 3x' + 2x = \dfrac{2}{e^t+1}, \quad x(0)=x'(0)=0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 5

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:
$$z=\frac{(z_1^2+z_3+z_3)z_2}{z_1},\text{ где } z_1=2+3j,\quad z_2=3+2j,\ z_3=5-2j.$$
2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1=3-4j$, $z_2=1+j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти z_1z_2 и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.

3. Решить уравнения:
   а) $z^2+3z+3=0$;
   б) $z^2+(3-4j)z+1+j=0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t)=\cos 5t$;
   - $f(t)=sh5t$;
   - $f(t)=\sin^2 5t$;
   - $f(t)=e^{6t}+7e^{-8t}$;
   - $f(t)=6^t-\dfrac{t}{6}$;
   - $f(t)=e^{5t}\sin 6t$;
   - $f(t)=n^2e^{3t}$;
   - $f(t)=(t+3)^2$;
   - $f(t)=e^{-2t}\cos^2 3t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p)=\dfrac{p}{p^2+5}$;
   - $F(p)=\dfrac{21p+5}{p^2+1}$;
   - $F(p)=\dfrac{p}{p^2-10p+50}$;
   - $F(p)=\dfrac{p}{(p-22)(p-23)(p-24)}$;
   - $F(p)=\dfrac{1}{(p^2-5)(p+22)}$;

- $F(p) = \dfrac{p^2}{p^3 - 64}$;
- $F(p) = \dfrac{1}{(p^2 - 4)(p + 1)}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $x'' + x = 2\cos t, \quad x(0) = -1, x'(0) = 1.$
- $4x'' - 4x' + x = e^{0,5t}, \quad x(0) = -2, x'(0) = 0.$
- $x''' - x' = 10e^{2t}, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***<u>дополнительно</u>***):

- $\int\limits_o^t \cos(t - \tau)x(\tau)d\tau = t^2.$
- $\int\limits_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau = t^2 e^t.$
- $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x'_2 = x_1 + x_3 \\ x'_3 = -3x_1 + x_2 - 2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0) = x_2(0) = 1, \quad x_3(0) = 0.$
- $\begin{cases} x'_1 = -2x_1 - 2x_2 - 4x_3 \\ x'_2 = -2x_1 + x_2 - 2x_3 \\ x'_3 = 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 1, \quad x_3(0) = 3.$
- $x'' + 4x' + 4x = e^{-2t}\ln(1 + t), \quad x(0) = x'(0) = 0.$
- $x'' + 3x' + 2x = \dfrac{2}{e^t + 1}, \quad x(0) = x'(0) = 0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 6

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:

$$z = \frac{z_1 + z_1 z_2 + z_2^2}{z_3 + z_1}, \text{ где } z_1 = 2 + 3j,\ \ z_2 = 3 + 2j, z_3 = 5 - 2j.$$

2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1 = 3 + 5j, z_2 = 1 + j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти $z_1 z_2$ и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.
3. Решить уравнения:
   а) $z^2 + 3z + 5 = 0;$
   б) $z^2 + (3 + 5j)z + 1 + j = 0.$

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t) = \sin 6t$;
   - $f(t) = ch6t$;
   - $f(t) = \cos^2 6t$;
   - $f(t) = e^{7t} - 8e^{-9t}$;
   - $f(t) = \dfrac{1 - \cos 4t}{t}$
   - $f(t) = (t - 6)^2$;
   - $f(t) = e^{3t} \cos 4t$;
   - $f(t) = t \cdot \sin \dfrac{\pi \cdot t}{2}$;
   - $f(t) = ch2t \cdot \cos 3t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p) = \dfrac{p}{p^2 + 6}$;
   - $F(p) = \dfrac{20p + 6}{p^2 + 1}$;
   - $F(p) = \dfrac{p}{p^2 - 12p + 72}$
   - $F(p) = \dfrac{p}{(p - 21)(p - 22)(p - 23)}$;
   - $F(p) = \dfrac{1}{(p^2 - 6)(p + 21)}$;

- $F(p)=\dfrac{p^2}{p^3-125}$;
- $F(p)=\dfrac{p+3}{(p^2-4p+3)(p+1)}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $x'' - x' = 2\sin t, \quad x(0)=2, x'(0)=0.$
- $x''' + x' = e^t, \quad x(0)=x'(0)=x''(0)=0.$
- $x'' + 9x = 18\cos t, \quad x(0)=0, x'(0)=9.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***<u>дополнительно</u>***):

- $\int_o^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau = t^2.$
- $\int_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau = t^2e^t.$
- $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x'_2 = x_1 + x_3 \\ x'_3 = -3x_1 + x_2 - 2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=x_2(0)=1, \quad x_3(0)=0.$
- $\begin{cases} x'_1 = -2x_1 - 2x_2 - 4x_3 \\ x'_2 = -2x_1 + x_2 - 2x_3 \\ x'_3 = 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=0, \quad x_2(0)=1, \quad x_3(0)=3.$
- $x'' + 4x' + 4x = e^{-2t}\ln(1+t), \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x'' + 3x' + 2x = \dfrac{2}{e^t+1}, \quad x(0)=x'(0)=0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 7

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:
$$z = \frac{(z_1+2z_2)z_3}{z_2+z_1}, \text{ где } z_1 = 3+5j,\quad z_2 = 3-4j,\ z_3 = 1-2j.$$
2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1 = 2+2j$, $z_2 = 3-4j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти $z_1 z_2$ и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.
3. Решить уравнения:
   а) $z^2+4z+5=0$;
   б) $z^2+(2+3j)z+3-4j=0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t)=\sin 7t$;
   - $f(t)=ch7t$;
   - $f(t)=\cos^2 7t$;
   - $f(t)=e^{8t}+9e^{-10t}$;
   - $f(t)=\dfrac{1-\cos 3t}{t}$;
   - $f(t)=(t+3)^2$;
   - $f(t)=t^3e^{3t}$;
   - $f(t)=\dfrac{4^t-1}{t}$;
   - $f(t)=sht\cdot\cos 3t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p)=\dfrac{p}{p^2+7}$;
   - $F(p)=\dfrac{19p+7}{p^2+1}$;
   - $F(p)=\dfrac{p}{p^2-14p+98}$;
   - $F(p)=\dfrac{p}{(p-20)(p-3)(p+2)}$;
   - $F(p)=\dfrac{1}{(p^2-7)(p+20)}$;

- $F(p)=\dfrac{p}{p^3+27}$;
- $F(p)=\dfrac{p+3}{(p^2-4p+3)(p+2)}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $x''+4x=4\cos 2t-0.5\sin 2t, \quad x(0)=0, x'(0)=0.5.$
- $x'''-x''=0, \quad x(0)=1, x'(0)=3, x''(0)=2.$
- $x''+2x'+x=te^t, \quad x(0)=x'(0)=0.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***дополнительно***):

- $\int\limits_o^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau=t^2.$
- $\int\limits_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau=t^2e^t.$
- $\begin{cases} x'_1=2x_1-x_2+x_3 \\ x'_2=x_1+x_3 \\ x'_3=-3x_1+x_2-2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=x_2(0)=1, \quad x_3(0)=0.$
- $\begin{cases} x'_1=-2x_1-2x_2-4x_3 \\ x'_2=-2x_1+x_2-2x_3 \\ x'_3=5x_1+2x_2+7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=0, \quad x_2(0)=1, \quad x_3(0)=3.$
- $x''+4x'+4x=e^{-2t}\ln(1+t), \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x''+3x'+2x=\dfrac{2}{e^t+1}, \quad x(0)=x'(0)=0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 8

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:

$$z = \frac{z_2^2 + z_3 z_1^2}{z_3}, \text{ где } z_1 = 2 + 5j,\quad z_2 = 7 - j,\ z_3 = 10 + 3j.$$

2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1 = 3 - 2j$, $z_2 = 2 + 3j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти $z_1 z_2$ и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.
3. Решить уравнения:
   а) $z^2 + 4z + 9 = 0$;
   б) $z^2 + (2 + 5j)z + 7 - j = 0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t) = \cos 8t$;
   - $f(t) = sh\, 8t$;
   - $f(t) = \sin^2 8t$;
   - $f(t) = e^{9t} - 10e^{-11t}$;
   - $f(t) = 8^t - \dfrac{t}{8}$;
   - $f(t) = e^{-3t} \sin 2t$;
   - $f(t) = \dfrac{\cos 4t - 1}{t}$;
   - $f(t) = \dfrac{t(t-1)}{2}$;
   - $f(t) = \sin 2t - t\cos 3t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p) = \dfrac{p}{p^2 + 8}$;
   - $F(p) = \dfrac{18p + 8}{p^2 + 1}$;
   - $F(p) = \dfrac{p}{p^2 - 16p + 128}$;
   - $F(p) = \dfrac{p}{(p-19)(p-21)(p-20)}$;
   - $F(p) = \dfrac{1}{(p^2 - 8)(p + 19)}$;

- $F(p)=\dfrac{p}{p^3-27}$;
- $F(p)=\dfrac{p}{(p^2-2)(p+1)^2}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $x''+4x=2\cos 2t, \quad x(0)=0, x'(0)=4.$
- $x''-x'-6x=2e^{-2t}+6e^{3t}, \quad x(0)=0, x'(0)=0{,}8.$
- $x''+2x'+x=e^{t}, \quad x(0)=x'(0)=0.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***<u>дополнительно</u>***):

- $\int\limits_{o}^{t}\cos(t-\tau)x(\tau)d\tau=t^2.$
- $\int\limits_{o}^{t}e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau=t^2e^t.$
- $\begin{cases} x'_1=2x_1-x_2+x_3 \\ x'_2=x_1+x_3 \\ x'_3=-3x_1+x_2-2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=x_2(0)=1, \quad x_3(0)=0.$
- $\begin{cases} x'_1=-2x_1-2x_2-4x_3 \\ x'_2=-2x_1+x_2-2x_3 \\ x'_3=5x_1+2x_2+7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=0, \quad x_2(0)=1, \quad x_3(0)=3.$
- $x''+4x'+4x=e^{-2t}\ln(1+t), \quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x''+3x'+2x=\dfrac{2}{e^t+1}, \quad x(0)=x'(0)=0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 9

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:
   $$z = \frac{z_3 + z_1 z_2^3}{z_1 + z_2}\text{, где } z_1 = 1 - j,\quad z_2 = 2 + j,\ z_3 = 3 + 5j.$$
2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1 = 2 + j$, $z_2 = 1 - 2j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти $z_1 z_2$ и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.
3. Решить уравнения:
   а) $z^2 + 5z + 7 = 0$;
   б) $z^2 + (1 - j)z + 3 + 5j = 0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t) = \sin 9t$;
   - $f(t) = sh\, 9t$;
   - $f(t) = \cos^2 9t$;
   - $f(t) = 2e^{-10t} + 11e^{12t}$;
   - $f(t) = te^{9t}$;
   - $f(t) = e^{-3t} \sin 9t$;
   - $f(t) = \dfrac{9^t - 1}{t}$;
   - $f(t) = \dfrac{t(t-1)}{4}$;
   - $f(t) = t\sin^2(t-2)$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p) = \dfrac{p}{p^2 + 9}$;
   - $F(p) = \dfrac{17p + 9}{p^2 + 1}$;
   - $F(p) = \dfrac{p}{p^2 - 18p + 162}$;
   - $F(p) = \dfrac{p}{(p-18)(p-20)(p-19)}$;
   - $F(p) = \dfrac{1}{(p^2 - 9)(p + 18)}$;

- $F(p)=\dfrac{p}{p^3+64}$;
- $F(p)=\dfrac{2p+1}{(p^2-1)^2(p+2)}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

- $x''+4x'+4x=t^2e^{-2t},\quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x''+x=e^t,\quad x(0)=1, x'(0)=-1.$
- $x''+x'=\cos t,\quad x(0)=2, x'(0)=0.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***<u>дополнительно</u>***):

- $\int_o^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau=t^2.$
- $\int_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau=t^2e^t.$
- $\begin{cases} x'_1=2x_1-x_2+x_3 \\ x'_2=x_1+x_3 \\ x'_3=-3x_1+x_2-2x_3 \end{cases},\quad x_1(0)=x_2(0)=1,\quad x_3(0)=0.$
- $\begin{cases} x'_1=-2x_1-2x_2-4x_3 \\ x'_2=-2x_1+x_2-2x_3 \\ x'_3=5x_1+2x_2+7x_3 \end{cases},\quad x_1(0)=0,\quad x_2(0)=1,\quad x_3(0)=3.$
- $x''+4x'+4x=e^{-2t}\ln(1+t),\quad x(0)=x'(0)=0.$
- $x''+3x'+2x=\dfrac{2}{e^t+1},\quad x(0)=x'(0)=0.$

Домашняя контрольная работа
Вариант 10

Тема: Комплексные числа

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, изобразить его точкой на комплексной плоскости:

   $$z = \frac{z_1^2 + z_3 z_2}{z_2 + z_1}, \text{ где } z_1 = 3 + 5j, \quad z_2 = 3 - 4j, z_3 = 1 - 2j.$$

2. Для комплексных чисел z_1 и z_2: $z_1 = 2 + 3j, z_2 = 3 - 4j$, выполнить следующие операции:
   а) записать z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах;
   б) найти $z_1 z_2$ и z_1/z_2, используя тригонометрическую и показательную формы;
   г) найти z_1^{10};
   д) решить уравнение: $z^3 = z_2$.
3. Решить уравнения:
   а) $z^2 + 3z + 4 = 0$;
   б) $z^2 + (2 + 3j)z + 3 - 4j = 0$.

Тема: Преобразование Лапласа

1. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение следующих оригиналов:
   - $f(t) = \cos 10t$;
   - $f(t) = sh\, 10t$;
   - $f(t) = \sin^2 10t$;
   - $f(t) = 3e^{-11t} + 4e^{12t}$;
   - $f(t) = 10^t - \dfrac{t}{10}$;
   - $f(t) = e^{-5t} \sin 3t$;
   - $f(t) = te^{4t}$;
   - $f(t) = \dfrac{7^t - 1}{t}$;
   - $f(t) = -t \sin 2t + \cos 3t$.
2. Используя свойства преобразования Лапласа, найти оригинал по изображению
   - $F(p) = \dfrac{p}{p^2 + 10}$;
   - $F(p) = \dfrac{16p + 10}{p^2 + 1}$;
   - $F(p) = \dfrac{p}{p^2 - 20p + 200}$;
   - $F(p) = \dfrac{p}{(p-17)(p-18)(p-19)}$;
   - $F(p) = \dfrac{1}{(p^2 - 10)(p+17)}$;

- $F(p)=\dfrac{p}{p^3+125}$;
- $F(p)=\dfrac{3p-1}{(p^2+2p+5)(p-1)}$.

3. Решить дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

   - $x'' + x = \cos t + \sin 2t, \quad x(0)=x'(0)=0.$
   - $x'' - 9x = e^t, \quad x(0)=x'(0)=0.$
   - $x'' - 2x' + x = 2e^{-2t} + 6e^{3t}, \quad x(0)=0, x'(0)=0{,}8.$

4. Решить уравнения и системы уравнений операторным способом (***<u>дополнительно</u>***):

   - $\int\limits_o^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau = t^2.$
   - $\int\limits_o^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau = t^2e^t.$
   - $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x'_2 = x_1 + x_3 \\ x'_3 = -3x_1 + x_2 - 2x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=x_2(0)=1, \quad x_3(0)=0.$
   - $\begin{cases} x'_1 = -2x_1 - 2x_2 - 4x_3 \\ x'_2 = -2x_1 + x_2 - 2x_3 \\ x'_3 = 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 \end{cases}, \quad x_1(0)=0, \quad x_2(0)=1, \quad x_3(0)=3.$
   - $x'' + 4x' + 4x = e^{-2t}\ln(1+t), \quad x(0)=x'(0)=0.$
   - $x'' + 3x' + 2x = \dfrac{2}{e^t+1}, \quad x(0)=x'(0)=0.$